

ТРИАНГУЛЯЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ, ВЫВОД ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, ОСНОВАННЫЙ НА МАТРИЧНОЙ ОПТИКЕ

© 2015 О.А. Заякин

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Поступила в редакцию 30.07.2015

Приведен вывод функции преобразования триангулятора на основе приближения геометрической оптики и гауссовых тонких пучков с использованием формул матричной оптики. Показано, что она имеет практически линейный вид во всем диапазоне оптических увеличений изображающего объектива, а также при малом относительном отверстии этого объектива, при котором пучок света, попадающий в него, является параксиальным

Ключевые слова: триангуляция, измерения геометрических величин, матричная оптика, функция преобразования.

В современной индустрии довольно широко применяются методы триангуляции для контроля и измерений геометрических величин. Все усложняющиеся оптические схемы, связанные с применением структурированного освещения, значительно затрудняют вывод функции преобразования. Традиционно эта операция делается с помощью геометрии [1] (у автора есть русский перевод, сделанный в ВИНТИ). Это создает сложности при формализации подхода для автоматизации получения искомой функции преобразования [2]. Использование алгебраических методов позволяет преодолеть эти трудности. Однако в инженерной практике эти методы в ряде случаев применять затруднительно из-за недостаточной методической разработки. Как правило, функция преобразования в публикациях приводится без вывода, важные сопутствующие условия также опускаются. Данная работа призвана в какой-то степени помочь в этом деле.

Как принято в оптической триангуляции, наш вывод основан на законах геометрической оптики, при допущении, что и падающий, и отраженный пучки света являются тонкими [3], с. 168. Это означает, что их поперечная ширина не учитывается. В этом случае ход лучей полностью описывается ходом центрального луча, называемого также главной оптической осью пучка.

Рассмотрим оптическую схему триангулятора (см. рис. 1). Пучок света сначала фокусируется источником излучения 1 на контролируемую поверхность 2. Примем, что высота h освещенного локального (точечного) участка контролируемой поверхности отсчитывается против главной оптической оси z_a источника излучения. Затем

часть света, рассеиваемого контролируемо поверхностью 2, попадает в объектив 3 приемной оптической системы 3, 4. Угол наклона главной оптической оси z_b этой системы относительно оси «минус z_a » обозначим как θ .

Для описания координат освещенной точки контролируемой поверхности выберем систему декартовых координат XYZ . Расположим ее в точке $h=0$, ориентируем, как на рис. 1.

Полагаем, что главная оптическая ось объектива 3 проходит через освещенную точку поверхности 2 при $h=0$. Далее, при нашем выводе используем тот известный факт, что луч, лежащий в главном оптическом сечении объектива (то есть плоскости, проходящей через его главную оптическую ось), после прохождения этого объектива остается в том же сечении.

Для расчета воспользуемся известным способом Гаусса [4] – родоначальника матричной оптики. Ход лучей рассмотрим в плоскости, проходящем через главную оптическую ось (см. рис. 2). Расстояние от точки, через которую проходит луч, до главной оптической оси, обозначим

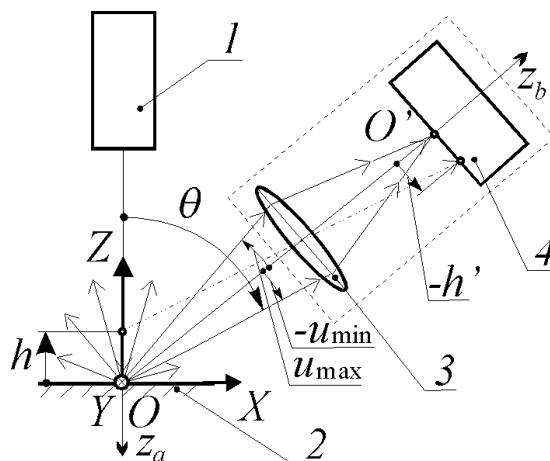


Рис. 1. Схема триангулятора

Заякин Олег Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий. E-mail: oleg_zayakin@inbox.ru

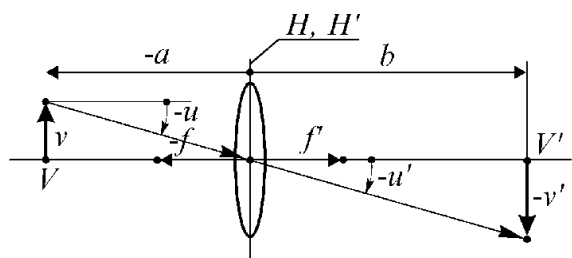


Рис. 2. К выводу матрицы преобразования лучей как v . Обозначим угол наклона лучей как u (в радианах).

Освещенная точка поверхности 2 находится в пространстве предметов, а фотоприемник 4 – в пространстве изображений объектива 3. При этом точки предмета и изображения не являются, в общем случае, сопряженными. Для нахождения искомой функции преобразования воспользуемся выражением [4], с. 343, связывающим параметры падающего и отраженного лучей в двух произвольных поперечных сечениях, то есть, в плоскостях, перпендикулярных главной оптической оси.

Приведем вывод этого выражения.

Матричная формула преобразования луча линзой записывается в общем виде так:

$$\begin{pmatrix} v' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix}. \quad (1)$$

(V') – главная оптическая ось; H, H' – главные плоскости линзы, передняя и задняя

В (1) и далее штрихом обозначены параметры луча после преобразования в объективе 3.

Преобразование луча в линзе представлено как последовательность трех преобразований: прохождения луча в пространстве от исходной точки до линзы, преломление линзой, прохождение луча от линзы дальше, до конечной точки (см. [5], с. 156). Матрица результирующего преобразования равна произведению матриц составляющих его последовательных преобразований, взятых в обратном порядке:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f'} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где a – расстояние от начальной точки до линзы; b – расстояние от конечной точки до линзы; f' – заднее фокусное расстояние линзы.

Отметим, что в параксиальном приближении практически выполняются упрощенные формулы, связывающие линейные и угловые величины, подобные следующим:

$$u = \frac{v}{a}, \quad u' = \frac{v'}{b}.$$

Отсчет положительных величин a и b идет в направлении луча света вдоль главной оптической оси (см. рис. 2), в соответствии с правилом знаков лучевой оптики. При этом за начало отсчета прини-

маем главные плоскости линзы, переднюю H – для a и заднюю H' – для b . Примем, что переднее фокусное расстояние собирающей линзы отрицательно, а заднее – положительно. Укажем, что если среда вокруг линзы однородна, то $f = -f'$.

После перемножения матриц в (2) получаем:

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{b}{f'} & -a + \frac{ab}{f'} + b \\ -\frac{1}{f'} & 1 + \frac{a}{f'} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), получаем для v' следующее выражение:

$$v' = \left(1 - \frac{b}{f'}\right) \cdot v + \left(-a + \frac{ab}{f'} + b\right) \cdot u, \quad (4)$$

где v – отклонение точки падения луча на фотоприемник от точки пересечения фотоприемника главной оптической осью.

Мы настраиваем свою оптическую схему (рис. 1) так, что при $h=0$ точки в пространстве предметов и пространстве изображений были оптически сопряженными. Тогда, при $h=0$, в (4) зависимости от углов нет (это свойство любой линзы или объектива в выбранном нами приближении) и множитель при u в (4) равен нулю.

Переходя к системе координат из рис. 1, получаем при малых h :

$$h \cong \frac{f'}{(f'-b) \sin \theta} h'. \quad (5)$$

Отрицательный множитель при h' получается, потому что объектив дает перевернутое изображение.

Из (4) видно, что даже в использованном нами физическом приближении при $h \neq 0$ точка не изображается точкой, а получается пятно. Это является одним из источников методической погрешности метода триангуляции. Тогда из (4) получаем для функции преобразования:

$$h = \frac{-h' + \left[-a_0 \left(1 + \frac{b}{f'}\right) + b\right] u}{\left(1 - \frac{b}{f'}\right) (\sin \theta - u \cos \theta)}, \quad (6)$$

где a_0 – значение a при $h=0$.

Множитель при u в числителе (6) равен нулю, поскольку конфигурация оптической схемы на рис. 1 такова, что он удовлетворяет известному уравнению Ньютона для линзы:

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f'}. \quad (7)$$

Тогда из (6), с учетом (7), получаем:

$$h = \frac{h'}{\left(1 - \frac{b}{f'}\right)(\sin \theta - u \cos \theta)}, \quad (8)$$

или, если переписать с использованием a_0 вместо b ,

$$h = \frac{h'}{\left(\frac{f'}{f'+a_0}\right)(\sin \theta - u \cos \theta)}. \quad (9)$$

Введем коэффициент преобразования K :

$$K = \frac{h'}{h}. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} K &= \left(1 - \frac{b}{f'}\right)(\sin \theta - u \cos \theta) = \\ &= \left(\frac{f'}{f'+a_0}\right)(\sin \theta - u \cos \theta). \end{aligned} \quad (11)$$

Из (8), (9) видно, что погрешность при линеаризации чисто мультипликативная. Она определяется нелинейностью функции преобразования (8), (9). Оценим ее в случае, если поперечные размеры светового пучка на контролируемой поверхности пренебрежимо малы.

Формулы (8), (9) непригодны при $h', h = 0$ из-за возникающей при этом неопределенности вида 0/0. Однако из условия оптической сопряженности этих точек в данном случае получаем для K_0 (снабдим его индексом ноль):

$$K_0 = \left(1 - \frac{b}{f'}\right) \sin \theta = \left(\frac{f'}{f'+a_0}\right) \sin \theta. \quad (12)$$

Из (11), (12) получаем:

$$\frac{|K|}{|K_0|} = 1 - u \operatorname{ctg} \theta, \quad (13)$$

где $|\dots|$ означает модуль (абсолютную величину).

Для оценки пределов изменений зависимости (13) от u предполагаем, что диапазон $[-u_{\max}, u_{\max}]$ находится в пределах параксиального приближения, то есть для него можно считать, что $\operatorname{tg} u = u$. Также будем считать распределение мощности света, попадающего на объектив 2, равномерным.

Рассмотрим оптическую схему на рис. 1 в плоскости XOZ. Тогда получаем:

$$u_{\max} \cong \frac{\frac{D}{2} - h \sin \theta}{-a_0 - h \cos \theta}, \quad (14)$$

$$u_{\min} = -\frac{\frac{D}{2} + h \sin \theta}{-a_0 - h \cos \theta}, \quad (15)$$

где D - диаметр апертуры объектива 3.

Усредняя по u , получаем, при заданной h :

$$\left(\frac{|K|}{|K_0|}\right)_{\text{cp}} = 1 - \frac{h \cos \theta}{a_0 + h \cos \theta}. \quad (16)$$

Отсюда очевидно, что вклад в нелинейность в (8), (9) дает возникающая при $h \neq 0$ несимметричность диапазона углов u , как следствие отклонения предметной точки от главной оптической оси. Следует также учесть и закон Ламберта, согласно которому распределение мощности рассеянного света от поверхности пропорционально $\cos \theta$, хотя это влияет в гораздо меньшей степени, чем первый из названных факторов, и в нашем случае не рассматривается.

Из (16) также видно, что нелинейность в (8), (9) не зависит от D , конечно, при соблюдении условия параксиальности светового пучка, попадающего в объектив.

Для относительного изменения K при заданной h получаем:

$$(\delta K)_{\text{cp}} = \frac{h \cos \theta}{-a_0 - h \cos \theta}. \quad (17)$$

Из (10) и (16) получаем выражение для оценки максимальной относительной погрешности h :

$$(\delta h)_{\text{mzx}} \cong \frac{h_{\max} \cos \theta}{|a_0|}. \quad (18)$$

Из (18) видно, что нелинейность функции преобразования (8), (9) не зависит от оптического увеличения объектива 3 в схеме на рис. 1, определяемого, в нашей схеме, отношением b/f' . Это, заметим, записано при условии, что b оптически сопряжена с a_0 при $h = 0$.

На рис. 3 показан вид искомой функции преобразования (8), (9). На рис. 4 показана зависимость относительной погрешности измеряемой величины от самой этой величины. Отклонение от линейности на этих рисунках показано без соблюдения масштаба.

Приведем оценку погрешности измерений в рассмотренной нами схеме на примере одной практически важной задачи. Так, для ОАО «Завод приборных подшипников» (г. Самара) требуется

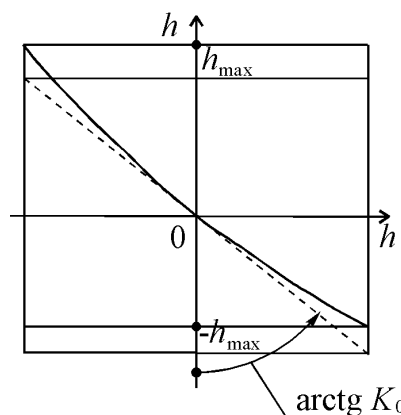


Рис. 3. Функция преобразования

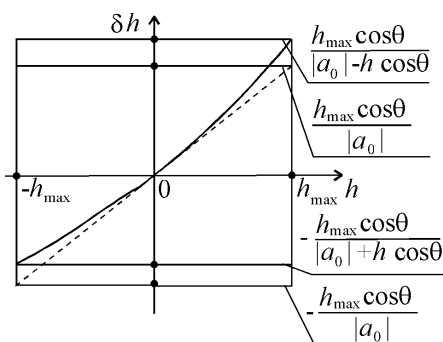


Рис. 4. Зависимость погрешности измеряемой величины от самой измеряемой величины

автоматизировать контроль формы колец приборных подшипников (рис. 5). Одно из предлагаемых решений предполагает использование метода лазерной триангуляции, точнее, одной из ее разновидностей – метода светового сечения. Световая полоса формируется на одном из торцов детали в радиальном направлении. Направления падающего пучка света показано на рис. 5 толстой стрелкой. Увеличенное объективом изображение светового сечения фотографируется цифровой камерой. Сканирование всего торца детали осуществляется ее поворотом вокруг оси ее вращения. Оптическая схема аналогична показанной на рис. 1.

Исходные данные для расчетов: $b = 300$ мм; $f' = 85$ мм; $\theta = 45^\circ$; $h_{\max} = 1$ мм. Тогда из (19) получаем, что искомая абсолютная погрешность $(\Delta h)_{\max} = 6$ мкм.

Допустимый предел погрешности измерений, как следует из рис. 5, составляет 10 мкм. Таким образом, линейная аппроксимация функции преобразования позволяет удовлетворительно решить поставленную задачу триангуляционных измерений для цели контроля формы поверхности детали приборного подшипника.

Итак, приведен вывод функции преобразования триангулятора на основе приближения геометрической оптики и гауссовых тонких пучков с использованием формул матричной оптики. Показано, что она имеет практически линейный вид во всем диапазоне оптических увеличений изображающего объектива, а также

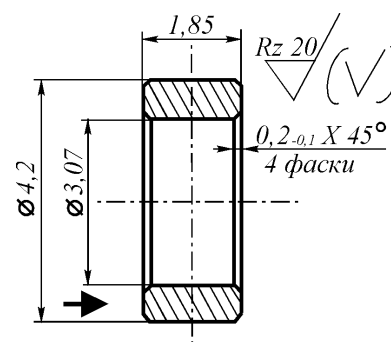


Рис. 5. Контролируемая деталь

не зависит от размера апертуры. Это справедливо при малом относительном отверстии этого объектива, при котором пучок света, попадающий в него, является параксиальным. Проведена оценка составляющей погрешности метода, связанной с геометрией оптической схемы, без учета поперечной ширины пучка света, падающего на контролируемую поверхность. На конкретном примере показано, что в практически важной задаче она удовлетворяет требованиям технического задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shmidt, K.* Berührungslose Optisch Längen- und Abstandsmessung mit Hilfe des Triangulationsverfahrens = Бесконтактные оптические измерения длины и расстояния с помощью триангуляционных методов // Feingerätetechnik = Точная измерительная техника. 1988. 37, No. 4. P. 170-172. (Нем.).
2. *Буцких В. А.* Методы обработки видеoinформации на основе алгоритмов слепой идентификации в системах с лазерными триангуляционными измерителями: дисс. ... канд. техн. наук: 05.12.13: защищена 14.12.2012. Самара: Поволж. гос. акад. телекоммуникаций и информатики, 2012. 152 с.
3. *Born, M. Wolf E.* Principles of Optics. 7th (expanded) edition. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999. 952 pp.
4. *Бутиков Е. И.* Оптика: учеб. пособие для вузов [под ред. Н. И. Калитеевского]. М.: Высш. шк., 1986. 512 с.
5. *Хаус Х.* Волны и поля в оптоэлектронике [пер. с англ.]. М.: Мир, 1988. 432 с.

TRIANGULATION MEASUREMENT, BASED ON MATRIX OPTICS OBTAIN A CONVERSION FUNCTION

© 2015 O.A. Zayakin

Samara State Aerospace University named after Academician S.P. Korolyov
(National Research University)

Triangulator conversion function is delivered based on a geometrical optics approach and gaussian beams technique with use of matrix optics formulas. It is showed that it is almost linear at the whole range of optical magnifications of the image lens and the small aperture value of this lens too, when the beam incident on this lens is paraxial.

Key words: triangulation, geometrical values measurement, matrix optics, conversion function.

Oleg Zayakin, Candidate of Technics, Associate Professor at the Information Systems and Technology department.

E-mail: oleg_zayakin@inbox.ru