

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ АСТЕРОИДНОЙ ОПАСНОСТИ:  
ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ  
ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ С ЗЕМЛЁЙ**

© 2015 А.Е. Деревянка

Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 16.10.2015

В статье рассматривается проблема астероидной опасности. Проведено исследование эволюции астероидов групп Аполлона, Амура и Атона. На основе данных об эволюции их орбит произведён отбор потенциально опасных астероидов. К найденным потенциально опасным астероидам применены методы для оценки величины вероятности столкновения с Землёй. Предложена модификация алгоритма выбора шага численного метода Эверхарта для интегрирования уравнений движения астероидов, имеющих тесные сближения с Землёй. Для отбора потенциально опасных астероидов применён метод быстрой оценки минимального расстояния между орбитами небесных тел. Для оценки величины вероятности столкновения астероидов с Землёй предложено два метода, позволяющие увеличить скорость и точность расчётов по сравнению с классическим методом Монте-Карло. Полученные результаты согласуются с данными Лаборатории реактивного движения NASA. *Ключевые слова:* потенциально опасные астероиды, метод Монте-Карло, метод Эверхарта.

*Работа выполнена при поддержке грантов НИР для аспирантов СамГТУ.*

Проблема астероидной опасности носит комплексный характер и подразделяется на несколько составляющих. Среди наиболее значимых задач можно выделить такие, как обнаружение потенциально опасных астероидов, сближающихся с Землей, и определение вероятности столкновения с ними. На текущий момент известно более 12000 астероидов, принадлежащих к группам Аполлона, Амура и Атона. Так как орбиты астероидов этих групп в процессе эволюции могут пересекать орбиту Земли, существует необходимость в оценке уровня их опасности. Связанными с этой проблемой являются задачи по разработке математических моделей [1], описывающих движение малых тел Солнечной системы и созданию численных методов [2, 3], позволяющих проводить расчёты наиболее эффективно.

В данной работе проведено исследование различных методов численного интегрирования, применяемых для расчёта траектории движения астероидов. Предложен алгоритм автоматического выбора шага для модифицированного метода Эверхарта численного интегрирования уравнений движения небесных тел, имеющих тесные сближения с большими планетами. Суть алгоритма заключается в совмещении расчётов с постоянным и переменным шагом интегрирования. Так как наибольшие отклонения в траектории движения астероидов возникают после тесных сближений с большими планетами, предлагается

проводить расчёты до тесных сближений с переменным шагом интегрирования, а, начиная с момента тесного сближения, применять постоянный шаг. По сравнению с использованием переменного шага интегрирования, алгоритм позволяет повысить точность расчетов. Применение переменного шага на части отрезка интегрирования позволяет увеличить быстродействие, по сравнению с интегрированием с постоянным шагом.

Предложен метод быстрой оценки минимального расстояния между орбитами Земли и астероида (параметра MOID) для использования в массовых расчётах эволюции орбит астероидов групп Аполлона, Амура и Атона с целью поиска потенциально опасных астероидов. В ходе сравнительных испытаний установлено, что метод быстрой оценки параметра MOID в среднем в 3.3 раза быстрее классического метода. Суть метода – в поиске минимумов расстояний между двумя орбитами посредством перебора с применением параллельных вычислений [4].

Предложена модификация метода Монте-Карло для оценки вероятности столкновения небесных тел с Землёй. Для сравнения результатов так же реализован классический метод Монте-Карло. Для отбора астероидов для исследования использовался метод, использующий данные по минимальным расстояниям между орбитами (MOID). При обнаружении тесного сближения с Землёй элементы орбиты астероида варьировались, и для каждого полученного набора орбитальных элементов отслеживалось изменение параметра MOID со временем. Так как элементы орбиты астероида можно считать шестимерной

**Таблица 1.** Сравнение оценок вероятности столкновения астероидов с Землей, рассчитанных различными методами

Астероид: 2001 VB		Предполагаемая дата столкновения: 22.07.2037 г.		
NASA $P(A)$	$M-K P(A)$	$\delta M-K P(A)$ , %	Мод. $M-K P(A)$	$\delta$ Мод. $M-K P(A)$ , %
$1.20 \cdot 10^{-7}$	$1.00 \cdot 10^{-7}$	16,67 %	$1.37 \cdot 10^{-7}$	8,33 %
Астероид: 101955 Bennu		Предполагаемая дата столкновения: 25.09.2175 г.		
NASA $P(A)$	$M-K P(A)$	$\delta M-K P(A)$ , %	Мод. $M-K P(A)$	$\delta$ Мод. $M-K P(A)$ , %
$4.10 \cdot 10^{-5}$	$3.32 \cdot 10^{-5}$	18,98 %	$4.46 \cdot 10^{-5}$	8,71 %
Астероид: 99942 Apophis		Предполагаемая дата столкновения: 12.04.2068 г.		
NASA $P(A)$	$M-K P(A)$	$\delta M-K P(A)$ , %	Мод. $M-K P(A)$	$\delta$ Мод. $M-K P(A)$ , %
$6.70 \cdot 10^{-6}$	$8.39 \cdot 10^{-6}$	25,22 %	$7.86 \cdot 10^{-6}$	17,31 %
Астероид: 2007 FT3		Предполагаемая дата столкновения: 03.10.2041 г.		
NASA $P(A)$	$M-K P(A)$	$\delta M-K P(A)$ , %	Мод. $M-K P(A)$	$\delta$ Мод. $M-K P(A)$ , %
$1.80 \cdot 10^{-7}$	$2.30 \cdot 10^{-7}$	27,78 %	$1.70 \cdot 10^{-7}$	5,56 %
Астероид: 2011 BT59		Предполагаемая дата столкновения: 10.04.2052 г.		
NASA $P(A)$	$M-K P(A)$	$\delta M-K P(A)$ , %	Мод. $M-K P(A)$	$\delta$ Мод. $M-K P(A)$ , %
$6.20 \cdot 10^{-7}$	$7.40 \cdot 10^{-7}$	19,35 %	$6.80 \cdot 10^{-7}$	9,68 %

случайной величиной ( $a, e, i, \Omega, \omega, M$ ), то в момент начала расчёта траектории движения  $t = 0$  астероиду соответствует шестимерная доверительная область возможных элементов орбиты  $G$ . Каждая точка этой области – виртуальный астероид с соответствующими элементами орбиты. Согласно классической схеме метода Монте-Карло необходимо наугад выбрать из имеющейся доверительной области  $G$  необходимое количество виртуальных астероидов и произвести интегрирование их уравнений движения до конечной даты, либо до момента столкновения. Вероятность столкновения на определённую дату можно оценить как отношение количества виртуальных столкновений с планетой  $m$  на эту дату к общему числу испытаний  $n$ :  $P(A) \approx m/n$ . При достаточно большом числе испытаний  $n$ , предел отношения будет стремиться к величине вероятности наступления события  $A$ :  $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} m/n$ .

Модификация метода Монте-Карло состоит в том, что начало работы алгоритма оценки величины вероятности столкновения переносится на момент времени  $t = T$ , где астероид имеет тесное сближение с планетой. Для ускорения расчётов численное интегрирование от момента  $t = 0$  до момента времени  $t = T$  проводится с большим шагом. На момент времени непосредственно до тесного сближения исследуемого астероида с планетой получим область возможных элементов орбиты  $G^*$ , в которую переходит область  $G$  после эволюции орбиты астероида до момента времени  $t = T$ . Далее можно применить классический метод Монте-Карло, выбирая из области  $G^*$  наугад необходимое количество виртуальных

астероидов и производя численное интегрирование уравнений их движения.

Отличие модифицированного метода Монте-Карло от классического состоит в том, что в данном случае методом Монте-Карло исследуется более короткий временной промежуток. Как следствие, происходит уменьшение времени, требуемого для расчётов.

В табл. 1 приведены оценки, вероятности столкновения потенциально опасных астероидов с Землёй, полученные в данной работе. Оценка, рассчитанная по классическому методу Монте-Карло, содержится в столбце « $M-K P(A)$ », а рассчитанная по модифицированному методу Монте-Карло – в столбце «Мод.  $M-K P(A)$ ». Относительные погрешности  $\delta$  выражены в процентах и вычислялись как отношение модуля разности оценки NASA [5] и оценкой, полученной указанным методом к величине оценки NASA.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Farnocchia D., Chesley S.R., Chodas P.W., Micheli M., Tholen D.J., Milani A., Elliott G.T., Bernardi F. Yarkovsky-driven impact risk analysis for asteroid (99942) Apophis // Icarus. Vol. 224, Issue 1, y. 2013, Pp. 192–200.
2. Быков О.П., Холшевников К.В. Прямые методы определения орбит небесных тел: учеб. пособие. СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2013. 151 с.
3. Заусаев А.Ф. Заусаев А.А. Применение модифицированного метода Эверхарта для решения задач небесной механики // Математическое моделирование. 2008. Т.20. №11. С. 109–114.
4. Деревянка А.Е. Быстрая оценка минимального расстояния между двумя конфокальными гелиоцентрическими орбитами // Вестн. Сам. гос. техн. ун-

**MATHEMATICAL MODELING IN ASTEROID HAZARD PROBLEM:  
ESTIMATING THE EARTH IMPACT PROBABILITY  
FOR POTENTIALLY HAZARDOUS ASTEROIDS**

© 2015 A.E. Derevyanka

Samara State Technical University

The problem of the asteroid hazard is considered in this article. A study of the orbital evolution of the asteroids Apollo, Amur and Aton was fulfilled. On the basis of data on the evolution of their orbits promoted the selection of potentially hazardous asteroids. It found potentially dangerous asteroids applied methods to assess the value of the probability of collision with the Earth. Step selection algorithm in Everhart's numerical method for evaluating the evolution of asteroids with close encounters is suggested. For the selection of potentially hazardous asteroids applied method of rapid assessment of the minimal distance between the orbits of celestial bodies. To estimate the probability of a collision with Earth asteroids suggested two methods that increase the speed and accuracy of calculations in comparison with the classic Monte Carlo. These results are consistent with the NASA JPL.

*Keywords:* NEO hazard, PHA, potentially hazardous asteroids, Monte Carlo method, Everhart method.