УДК 629.78 : 681.51

ВЕКТОРНОЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗАКОНОВ НАВЕДЕНИЯ И АНИМАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБЗОРА

©2015 Т.Е. Сомова

Самарский государственный технический университет
НИИ Проблем надежности механических систем

Статья поступила в редакцию 20.10.2015

Описываются методы аналитического представления законов углового наведения спутника землеобзора при сканирующей оптико-электронной съемке и разработанные программные средства для анимации его пространственного движения с отображением маршрутов съемки на поверхности Земли.
Ключевые слова: спутник землеобзора, законы углового наведения, анимация движения.

Работа поддержана РФФИ (гранты 14-08-01091, 14-08-91373) и отделением ЭММПУ РАН.

ВВЕДЕНИЕ

В статье приводятся краткие сведения о разработанных методах оптимизации законов углового наведения спутника землеобзора для произвольного маршрута сканирующей съемки и методах анализа вектора скорости движения изображения (СДИ) в произвольной точке матриц оптико-электронных преобразователей (ОЭП). Эти методы используют теоретические основы космической геодезии [1-7] и конкретизированы для трассовых, геодезических и криволинейных маршрутов [8]. Приводится технология аналитического представления законов углового наведения спутника при сканирующей съемке, основанная на интерполяции расчетных данных векторной функцией модифицированных параметров Родрига, а также результаты, которые демонстрируют эффективность разработанных алгоритмов.

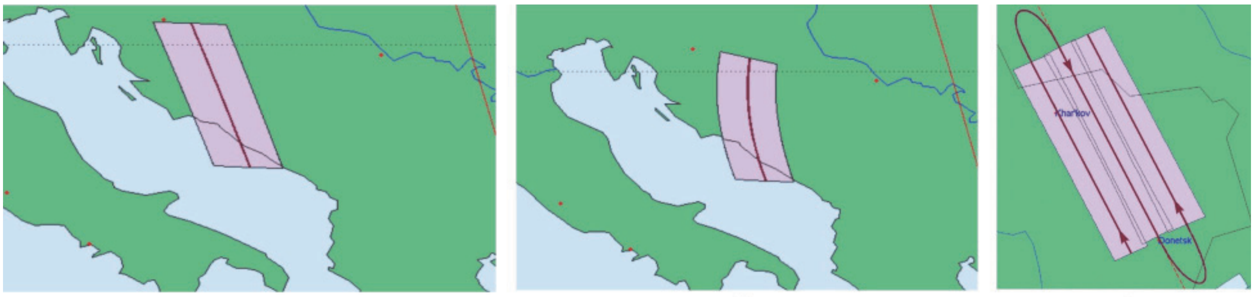
При проектировании космических систем наблюдения, в том числе с применением сканирующей съемки поверхности Земли, применяются компьютерные средства 3D-анимации. Решение общей задачи моделирования, имитации и анимации движения космического аппарата (КА) представляется следующими этапами: расчет параметров поступательного орбитального и углового движения КА для заданной последовательности различных маршрутов съемки; визуализация поверхности Земли с учетом освещённости; расчет трассы полета, зон покрытия и следа линии визирования; отображение конструкции КА с учетом засветки ее элементов Солнцем; организация визуального отображения пространственного движения КА. Для решения этих задач используется программная система SIRIUS-S [9] и ее подсистема визуализации расчетных результатов в трёхмерной графике, созданная в среде программирования Delphi 7 с применением графической библиотеки OpenGL. Приводятся результаты практического применения разработанных алгоритмов аналитического представления законов наведения при анимации пространственного движения спутника землеобзора.

Татьяна Евгеньевна Сомова, аспирантка, младший научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail te_somova@mail.ru

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается спутник землеобзора, оснащенный телескопом с матрицами ОЭП в его фокальной плоскости. При съемке заданных участков поверхности Земли совокупностью маршрутов их сканирования матрицы ОЭП работают в режиме временной задержки и накопления (ВЗН).

Используются стандартные системы координат (СК) – инерциальная (ИСК) с началом в центре Земли, гринвичская геодезическая (ГСК), горизонтная (ГорСК) с эллипсоидальными геодезическими координатами L, B и H, орбитальная (ОСК) и связанная с КА (ССК) системы координат с началом в его центре масс O. Вводятся телескопная СК (ТСК, базис $\mathbf{S}$) с началом в центре оптического проектирования S, СК поля изображения $\mathrm{O}_i x^i y^i z^i$ (ПСК, базис $\mathbf{F}$) с началом в центре O_i фокальной плоскости телескопа и визирная СК (ВСК, базис $\mathbf{V}$) с началом в центре O_v матрицы ОЭП. На поверхности Земли маршрут съемки отображается следом проекций ОЭП. Маршруту съемки соответствует закон углового наведения КА в функции времени, при котором происходит требуемое движение получаемого оптического изображения на поверхности ОЭП. При известном орбитальном движении центра масс КА рассматриваются задачи:



а *б* *в*

Рис. 1. Маршруты трассовой (*а*), с выравниванием СДИ (*б*) и площадной (*в*) съемки

1. анализа поля СДИ на матрицах ОЭП с ВЗН для трассовых, ортодромических (геодезических) и криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ;
2. аналитического представления законов углового наведения спутника;
3. применения векторного полиномиального представления законов наведения при анимации пространственного движения спутника землеобзора.

АНАЛИЗ СДИ И СИНТЕЗ ЗАКОНОВ НАВЕДЕНИЯ

Задача вычисления кватерниона $\mathbf{\Lambda}$, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ решается на основе векторного сложения всех элементарных движений телескопа (ТСК) в ГСК с тщательным учетом как орбитального, так и углового положения спутника, геодезических координат наблюдаемых наземных объектов, вращения Земли и множества других факторов. Пусть векторы-столбцы $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}^{s}$ и $\mathbf{v}_{\mathrm{e}}^{s}$ представляют в ТСК угловую скорость и скорость движения центра масс КА относительно ГСК, матрица $\widetilde{\mathbf{C}} = \| \widetilde{c}_{ij} \|$ определяет ориентацию ТСК относительно ГСК, а скалярная функция $D(t)$ представляет дальность наблюдения. Тогда для любой точки в фокальной плоскости телескопа продольная $\widetilde{V}_y^i = \widetilde{V}_y^i(\widetilde{y}^i, \widetilde{z}^i)$ и поперечная $\widetilde{V}_z^i = \widetilde{V}_z^i(\widetilde{y}^i, \widetilde{z}^i)$ компоненты вектора нормированной СДИ вычисляются по соотношению [8,10]

$$\begin{bmatrix} \widetilde{V}_y^i \\ \widetilde{V}_z^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{y}^i & 1 & 0 \\ \widetilde{z}^i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^i \widetilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}1}^s - \widetilde{y}^i \omega_{\mathrm{e}3}^s + \widetilde{z}^i \omega_{\mathrm{e}2}^s \\ q^i \widetilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}2}^s - \quad \omega_{\mathrm{e}3}^s - \widetilde{z}^i \omega_{\mathrm{e}1}^s \\ q^i \widetilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}3}^s + \quad \omega_{\mathrm{e}2}^s + \widetilde{y}^i \omega_{\mathrm{e}1}^s \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\widetilde{y}^i = y^i / f_e$ и $\widetilde{z}^i = z^i / f_e$ являются нормированными фокальными координатами указанной точки, где f_e – эквивалентное фокусное расстояние телескопа, скалярная функция $q^i = 1 - (\widetilde{c}_2\, \widetilde{y}^i + \widetilde{c}_3\, \widetilde{z}^i) / \widetilde{c}_1$ и компоненты вектора нормированной скорости поступательного движения $\widetilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}i}^s = \mathrm{v}_{\mathrm{e}i}^s(t) / D(t)$, $i = 1,2,3$. На основе (1) получаются компоненты вектора-столбца $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}^{s}$ для всех типов сканирующей съемки, при этом расчет текущей ориентации телескопа выполняется с помощью численного интегрирования известного нелинейного кватернионного кинематического уравнения с одновременным строгом согласовании с вектором угловой скорости. Созданные методы конкретизированы для трассовых (рис. 1 *а*), протяженных криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ, рис. 1 *б*, для площадного землеобзора с последовательностью ортодромических маршрутов, рис. 1 *в*, а также для получения стереоизображений выбранных наземных объектов. Отметим, что осевые линии ортодромических маршрутов соответствуют геодезическим линиям заданной высоты H над земным эллипсоидом, т.е. здесь сканирование выполняется по дуге «большого геодезического круга» между точками маршрута с заданными геодезическими координатами L, B, H и заданным временем начала выполнения маршрута сканирования.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Аналитическое представление законов наведения спутника при сканирующей съемке с заданной точностью основывается на полиномиальной интерполяции векторной функции модифицированных параметров Родрига $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{e}\,\mathrm{tg}(\theta/4)$ с традиционными обозначениями орта $\mathbf{e}$ Эйлера и угла θ собственного поворота. Векторная функция $\boldsymbol{\sigma}$ взаимно-однозначно связана с кватернионом $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda}), \boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i\}, i = 1 \div 3$ явными прямыми ($\mathbf{\Lambda} \Rightarrow \boldsymbol{\sigma}$) и обратными ($\boldsymbol{\sigma} \Rightarrow \mathbf{\Lambda}$) соотношениями

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda}/(1+\lambda_0);$$
$$\boldsymbol{\lambda} = 2\boldsymbol{\sigma}/(1+\sigma^2), \quad \lambda_0 = \frac{1-\sigma^2}{1+\sigma^2}. \quad (2)$$

Прямые и обратные кинематические уравнения для вектора $\boldsymbol{\sigma}$ имеют вид

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4}(1-\sigma^2)\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\times\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\langle\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}\rangle;$$
$$\boldsymbol{\omega} = \frac{4}{(1+\sigma^2)^2}[(1-\sigma^2)\dot{\boldsymbol{\sigma}} - 2(\boldsymbol{\sigma}\times\dot{\boldsymbol{\sigma}}) + 2\boldsymbol{\sigma}\langle\dot{\boldsymbol{\sigma}},\boldsymbol{\sigma}\rangle]. \quad (3)$$

Рассмотрим временной интервал $\mathrm{T} \equiv [0, T]$, где выполняется сканирующая съемка, и введем обозначения для четырех точек этого интервала:

$t_k \in \mathrm{T}$, $t_1 = 0$, $t_2 = T/3$, $t_3 = 2T/3$ и $t_4 = T$. Пусть с помощью численного интегрирования кватернионного кинематического уравнения выполнен расчет маршрутного движения $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t), t \in \mathrm{T}$, на концах интервала T вычислены значения кватерниона $\mathbf{\Lambda}_1 = \mathbf{\Lambda}(0)$, $\mathbf{\Lambda}_4 = \mathbf{\Lambda}(T)$, вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}(0)$, $\boldsymbol{\omega}_4 = \boldsymbol{\omega}(T)$, вектора углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \dot{\boldsymbol{\omega}}(0)$, $\boldsymbol{\varepsilon}_4 = \dot{\boldsymbol{\omega}}(T)$, вектора модифицированных параметров Родрига (далее просто вектора Родрига) $\boldsymbol{\sigma}_1 = \boldsymbol{\sigma}(0)$, $\boldsymbol{\sigma}_2 = \boldsymbol{\sigma}(t_2)$, $\boldsymbol{\sigma}_3 = \boldsymbol{\sigma}(t_3)$, $\boldsymbol{\sigma}_4 = \boldsymbol{\sigma}(T)$ и его производных

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = \frac{1}{4}(1-(\sigma_p)^2)\boldsymbol{\omega}_p + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}_p \times \boldsymbol{\omega}_p + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}_p \langle \boldsymbol{\sigma}_p, \boldsymbol{\omega}_p \rangle; \quad (4)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_p = \frac{1}{2}\Big[-\langle \boldsymbol{\sigma}_p, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \rangle \boldsymbol{\omega}_p + \frac{1}{2}(1-(\sigma_p)^2)\boldsymbol{\varepsilon}_p + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \times \boldsymbol{\omega}_p + $$
$$+ \boldsymbol{\sigma}_p \times \boldsymbol{\varepsilon}_p + \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p \langle \boldsymbol{\sigma}_p, \boldsymbol{\omega}_p \rangle + \boldsymbol{\sigma}_p \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p, \boldsymbol{\omega}_p \rangle + \boldsymbol{\sigma}_p \langle \boldsymbol{\sigma}_p, \boldsymbol{\varepsilon}_p \rangle \Big], \quad (5)$$

где значения индекса $p = 1$ и $p = 4$ соответствуют граничным точкам интервала T. Интерполяция вектора Родрига $\boldsymbol{\sigma}(t)$ $\forall t \in \mathrm{T}$ выполняется векторным сплайном седьмого порядка $\boldsymbol{\sigma}_a(t) = \sum_0^7 \mathbf{a}_s t^s$ с 8 векторами-столбцами $\mathbf{a}_s \in \mathbf{R}^3$, $s = 0 \div 7$ неизвестных коэффициентов. Производные векторной функции $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ представляются очевидными соотношениями

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_a(t) = \sum_1^7 s\, \mathbf{a}_s t^{s-1}; \qquad (6)$$
$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_a(t) = \sum_2^7 s\,(s-1)\, \mathbf{a}_s t^{s-2}.$$

Восемь векторов $\mathbf{a}_s$ коэффициентов сплайна $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ однозначно определяются на основе:

1) трех краевых условий $\boldsymbol{\sigma}_a(0) = \boldsymbol{\sigma}_1; \dot{\boldsymbol{\sigma}}_a(0) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_1; \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_a(0) = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_1$ на левом конце интервала T, что дает

$$\mathbf{a}_0 = \boldsymbol{\sigma}_1,\ \mathbf{a}_1 = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_1 \text{ и } \mathbf{a}_2 = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_1/2; \qquad (7)$$

2) двух условий $\boldsymbol{\sigma}_a(t_2) = \boldsymbol{\sigma}_2; \boldsymbol{\sigma}_a(t_3) = \boldsymbol{\sigma}_3$ в двух внутренних точках t_2 и t_3 интервала T, которые представляется соотношениями

$$\mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 t_2 + \mathbf{a}_5 t_2^2 + \mathbf{a}_6 t_2^3 + \mathbf{a}_7 t_2^4 = \mathbf{b}_3; \qquad (8)$$
$$\mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 t_3 + \mathbf{a}_5 t_3^2 + \mathbf{a}_6 t_3^3 + \mathbf{a}_7 t_3^4 = \mathbf{b}_4,$$

где $\mathbf{b}_3 = \boldsymbol{\sigma}_2 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t_2 + \mathbf{a}_2 t_2^2)/t_2^3$,

$\mathbf{b}_4 = \boldsymbol{\sigma}_3 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t_3 + \mathbf{a}_2 t_3^2)/t_3^3$;

3) трех краевых условий $\boldsymbol{\sigma}_a(T) = \boldsymbol{\sigma}_4; \dot{\boldsymbol{\sigma}}_a(T) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_4; \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_a(T) = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_4$ на правом конце интервала T, что приводит к соотношениям

$$\mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 t_4 + \mathbf{a}_5 t_4^2 + \mathbf{a}_6 t_4^3 + \mathbf{a}_7 t_4^4 = \mathbf{b}_5;$$
$$3\mathbf{a}_3 + 4\mathbf{a}_4 t_4 + 5\mathbf{a}_5 t_4^2 + 6\mathbf{a}_6 t_4^3 + 7\mathbf{a}_7 t_4^4 = \mathbf{b}_6; \qquad (9)$$
$$6\mathbf{a}_3 + 12\mathbf{a}_4 t_4 + 20\mathbf{a}_5 t_4^2 + 30\mathbf{a}_6 t_4^3 + 42\mathbf{a}_7 t_4^4 = \mathbf{b}_7,$$

где $\mathbf{b}_5 = \boldsymbol{\sigma}_4 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t_4 + \mathbf{a}_2 t_4^2)/t_4^3$,

$\mathbf{b}_6 = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_4 - (\mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 t_4)/t_4^2$, $\mathbf{b}_5 = \ddot{\boldsymbol{\sigma}}_4 - 2\mathbf{a}_2/t_4$.

Для определения пяти векторов $\mathbf{a}_s$, $s = 3 \div 7$ на основе (7) – (9) формируется соотношение $\mathbf{AC} = \mathbf{B}$, где строчные матрицы $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7]$; $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5, \mathbf{b}_6, \mathbf{b}_7]$; $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5, \mathbf{c}_6, \mathbf{c}_7]$ составлены из столбцов $\mathbf{a}_s$, $\mathbf{b}_s$, $\mathbf{c}_3 = \mathbf{t}_2$; $\mathbf{c}_4 = \mathbf{t}_3$; $\mathbf{c}_5 = \mathbf{t}_4$; $\mathbf{c}_6 = \mathbf{D}_6 \mathbf{t}_4$ и $\mathbf{c}_7 = \mathbf{D}_7 \mathbf{t}_4$ при $\mathbf{t}_p = \{1, t_p, t_p^2, t_p^3, t_p^4\}$ $p = 2,3,4$ и матрицах $\mathbf{D}_6 = \mathrm{diag}\{3, 4, 5, 6, 7\}$, $\mathbf{D}_7 = \mathrm{diag}\{6, 12, 20, 30, 42\}$. Вычисление сразу всех пяти искомых столбцов $\mathbf{a}_s$, $s = 3 \div 7$ выполняется по явному матричному соотношению $[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7] = \mathbf{BC}^{-1}$.

ТОЧНОСТЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Согласованные кинематические параметры расчетного движения $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t), t \in \mathrm{T}$ спутника, полученные интегрированием кватернионного уравнения $\dot{\mathbf{\Lambda}}(t) = \mathbf{\Lambda}(t) \circ \boldsymbol{\omega}(t)/2$ с нормировкой кватерниона на каждом шаге интегрирования, принимаются за программные координатные функции движения спутника при выполнении сканирующей съемки.

Кватернион $\mathbf{E} = (\mathrm{e}_0, \mathbf{e})$ рассогласования между кватернионом $\mathbf{\Lambda}(t)$ и кватернионом $\mathbf{\Lambda}_a(t)$ его полиномиальной интерполяции, который соответствует вектору Родрига $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ и вычисляется по обратному кинематическому уравнению в (3), определяется как $\mathbf{E}(t) \equiv (\mathrm{e}_0(t), \mathbf{e}(t)) = \tilde{\mathbf{\Lambda}}(t) \circ \mathbf{\Lambda}_a(t)$. При этом вектор параметров Эйлера $\boldsymbol{E} = \{\mathrm{e}_0, \mathbf{e}\}$, ортогональная матрица погрешности интерполяции $\mathbf{C}_\mathrm{e} = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_\mathrm{e}^\mathrm{t}$, где $\mathbf{Q}_\mathrm{e} = \mathbf{I}_3 \mathrm{e}_0 + [\mathbf{e}\times]$, вектор-столбец $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\}$ малых углов погрешности интерполяции $\delta\boldsymbol{\phi} = -2\mathrm{e}_0\mathbf{e}$.

Вектор $\delta\boldsymbol{\omega}$ погрешности аппроксимации вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ определяется в ССК как $\delta\boldsymbol{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \mathbf{C}_\mathrm{e}\boldsymbol{\omega}_a(t)$.

Выполнен численный анализ зависимости длительности T различных маршрутов всех указанных выше типов съемки при обеспечении заданной точности интерполяции вектора $\boldsymbol{\sigma}(t)$ единым векторным сплайном $\boldsymbol{\sigma}_a(t)$ седьмого порядка.

Исходные данные расчетов: круговая солнечно-синхронная орбита высотой 600 км, долгота восходящего узла орбиты (ВУО) 131 град; методы съемки – трассовая, ортодромическая и с выравниванием продольной СДИ; длительность съемки 80 с, начало съемки в момент времени 535 с от времени прохождения ВУО; начальная точка маршрута соответствует углам крена –30 град и

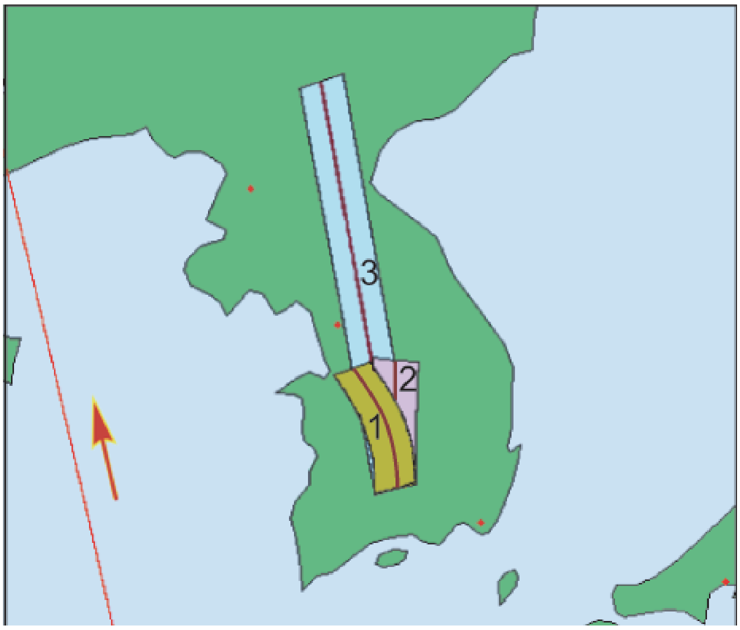


Рис. 2. Маршруты съемки:
1 – с выравниванием, 2 – ортодромическая, 3 –трассовая

тангажа +20 град, рис. 2. При этих исходных данных максимальные отклонения аппроксимации от программы движения по углу $\delta\phi^m = \max|\delta\boldsymbol{\phi}|$ и по угловой скорости $\delta\omega^m = \max|\delta\boldsymbol{\omega}|$ в зависимости от длительности *T* маршрута съемки приведены в табл. 1.

Некоторые результаты, полученные интерполяцией различных маршрутов съемки на интервале Т длительности *T* = 80 с при гладкой «склейке» двух векторных полиномов 7-го порядка на временных интервалах длительностью *T* = 40 с, представлены на рис. 3 – 5.

Таблица 1. Исходные данные расчетов

T, с	$\delta\phi^m$, угл. с	$\delta\omega^m$, град/с
4	$2\ 10^{-4}$	$1.5\ 10^{-7}$
10	$2\ 10^{-3}$	$4\ 10^{-7}$
20	0.01	$1.5\ 10^{-6}$
40	0.03	$2\ 10^{-6}$
80	1.5	$6\ 10^{-5}$

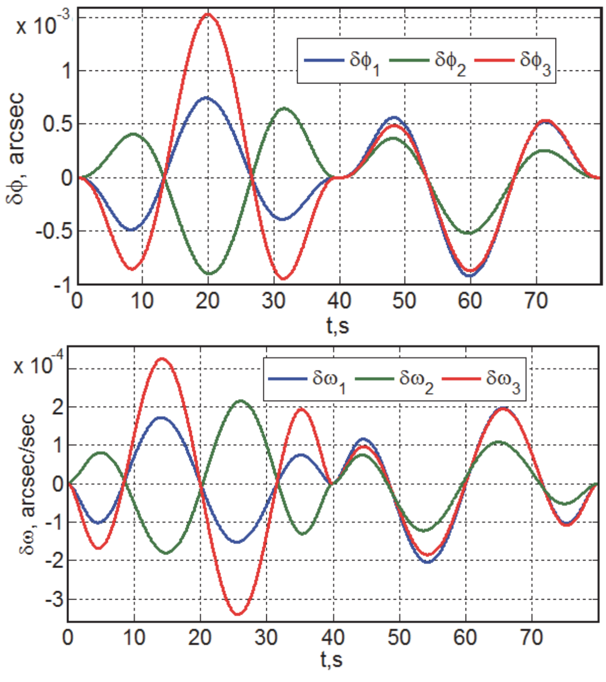


Рис. 3. Погрешности интерполяции маршрута с выравниванием СДИ

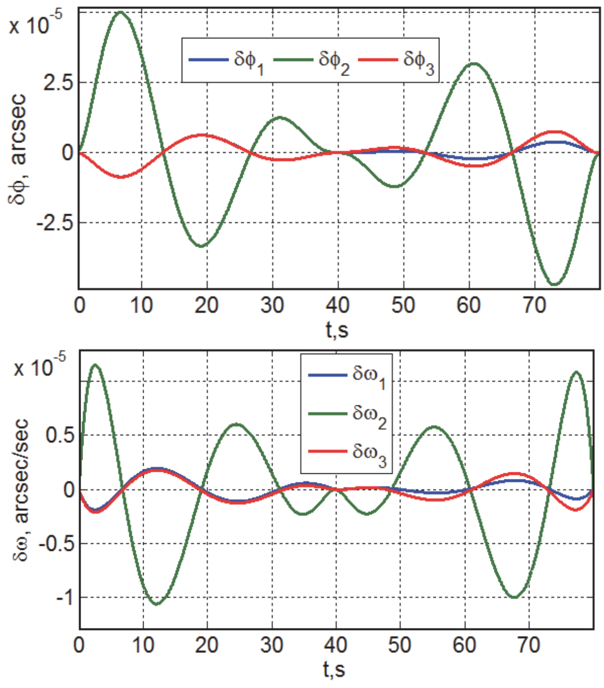


Рис. 4. Погрешности интерполяции маршрута трассовой съемки

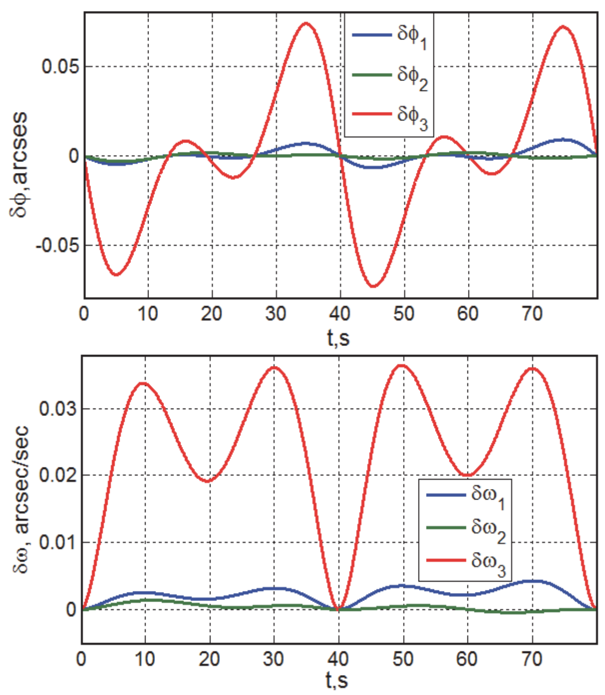


Рис. 5. Погрешности интерполяции маршрута ортодромической съемки

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ АНИМАЦИИ

Для повышения надежности и живучести системы управления движением (СУД) спутника землеобзора при отказах бортовых приборов в наземном центре управления полетом (ЦУП) обеспечивается её полетная поддержка. Для операторов ЦУП важная проблема состоит в восприятия фактической ориентации спутника относительно направлений на объекты внешней космической обстановки при возникновении аварийной ситуации в работе СУД, когда ее ресурсы не позволяют выполнить автоматическую диагностику и восстановление работоспособности СУД за счет реконфигурации контура управления. При этом используется поступающая с борта КА телеметрическая информация оперативного контроля (ИОК), где содержатся данные о значениях основных переменных состояния бортовых систем в моменты времени $t_s = s\,T_i$, $s \in \mathrm{N}_0 \equiv [0,1,2,\ldots)$ с периодом $T_i > \ T_q$, где T_q – период дискретности измерений в СУД.

Наряду с информацией, необходимой для диагностики работы СУД, в составе ИОК присутствуют измеренные данные о кинематических параметрах как движения центра масс – векторах $\mathbf{r}_s = \mathbf{r}(t_s)$, $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}(t_s)$, так и углового движения – кватернионе $\mathbf{\Lambda}_s = \mathbf{\Lambda}(t_s)$ ориентации спутника в ИСК, которые получаются по сигналам GPS/ГЛОНАСС и бесплатформенной инерциальной навигационной системы соответственно, с «привязкой» к полетному времени.

Для полетного сопровождения СУД операторами ЦУП применяется система поддержки принятия решений (СППР) [11,12]. В этой системе выполняются декодирование телеметрической ИОК, декомпозиция информации по принадлежности к конкретным бортовым системам, локализация отказов бортовой аппаратуры, подготовка данных и выполнение уточняющего имитационного моделирования (при необходимости) и далее в диалоге с операторами по решающим правилам в составе базе знаний СППР формируются рекомендации о необходимых действиях. Наличие в ЦУП среды анимации позволяет исключить проблему восприятия ориентации спутника: на двух соседних (кооперированных) мониторах одновременно отображаются пространственные движения спутника на основе как данных телеметрической ИОК, так и результатов компьютерной имитации движения КА [13].

Для компьютерной анимации движения спутника с достойным качеством изображения, в общем случае при изменении положения панелей солнечных батарей (СБ), необходимо обеспечить плавность вариации кинематических параметров движения как корпуса КА, так и панелей СБ. Получаемая с борта КА телеметрическая ИОК в части указанных кинематических параметров на полном интервале времени $t \in [t_0^a, t_0^a + T^a]$ анимации сначала проходит обработку на основе скользящей полиномиальной аппроксимации по методу наименьших квадратов (МНК) с целью подавления погрешностей измерений. Как отмечено выше, кватернион ориентации $\mathbf{\Lambda}$ взаимно-однозначно связан с вектором Родрига $\boldsymbol{\sigma}$ явными аналитическими соотношениями, которые позволяют свести проблему сглаживания кватернионных данных к обычной задаче аппроксимации векторных измерений.

Сущность скользящей полиномиальной аппроксимации массивов значений векторов $\mathbf{r}_s$, $\mathbf{v}_s$, $\boldsymbol{\sigma}_s$ и координат углового положения панелей СБ заключается в применении МНК для алгоритмически назначаемого набора участков этих массивов с различной длительностью и взаимными «перекрытиями» смежных участков по краям в 7 точках с доступным периодом T_i. При этом сначала назначаются участки, соответствующие маршрутам сканирующей оптико-электронной съемки, где аппроксимация значений $\boldsymbol{\sigma}_s$ вектора Родрига выполняется векторными сплайнами 7-го порядка. Затем определяются участки массивов, связанные с выполнением пространственных поворотных маневров спутника между соответствующими маршрутами. Отмеченные «перекрытия» участков позволяют обеспечить гладкое сопряжение краевых условий движения КА на границах смежных участков.

На завершающем этапе подготовки к анимации движения спутника выполняется интерполяция разнотипных полиномиальных зависимостей гладко «склеенных» векторных и скалярных функций времени с помощью согласованной системы векторных сплайнов 3-го порядка. Кратко представим применяемую методику интерполяции вектора Родрига $\boldsymbol{\sigma}^a(t)$ на интервале времени анимации с длительностью T^a, кратной периоду T_i.

Пусть по явным аналитическим соотношениям получаются значения вектора Родрига $\boldsymbol{\sigma}^a(t_s)$ в моменты времени $t_s \in [t_0^a, t_f^a]$, где $t_f^a = t_0^a + T^a$, $t_s = sT_i$, $s = 0 \div n_a$, $n_a = T^a / T_i$. Задача интерполяции векторной функции $\boldsymbol{\sigma}^a(t)$ с периодом T_I, когда период $T_I > T_i$ и кратен T^a, состоит в гладкой композиции векторной функции времени $\mathbf{p}(t) \equiv \boldsymbol{\sigma}^i(t) \ \ \forall t \in [t_0^a, t_f^a]$ из векторных сплайнов $\mathbf{p}_k(t)$ при условиях $\mathbf{p}(t_k) \equiv \boldsymbol{\sigma}^a(t_k)$, $k = 0 \div n$.

Если ввести сплайны $\mathbf{p}_k(\tau)$, $k = 0 \div (n-1)$ в нормированном времени $\tau = (t - t_k)/T_I \in [0,1]$, то при обозначениях $\mathbf{p}_k(0) = \mathbf{p}_k$ и $\mathbf{p}'_k(0) = \mathbf{p}'_k$, где $\mathbf{p}'_k(\tau) \equiv d\mathbf{p}_k(\tau)/d\tau$, сплайн $\mathbf{p}_k(\tau)$ на сегменте $m \equiv k+1$, $k = 0 \div (n-1)$ представляется в виде $\mathbf{p}_k(\tau) = \mathbf{F}(\tau) \cdot \mathbf{G}_k$, где составные строка $\mathbf{F}(\tau) = [\mathrm{F}_1(\tau), \mathrm{F}_2(\tau), \mathrm{F}_3(\tau), \mathrm{F}_4(\tau)]$ и столбец $\mathbf{G}_k = \{\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{p}'_k, \mathbf{p}'_{k+1}\}$, и использованы нормированные к длине сегмента T_I кубические функции *Эрмита*

$$\mathrm{F}_1(\tau) = \tau^2(2\tau - 3) + 1;\ \mathrm{F}_2(\tau) = -\tau^2(2\tau - 3);$$
$$\mathrm{F}_3(\tau) = T_I \tau(\tau - 1)^2;\ \mathrm{F}_4(\tau) = T_I \tau^2(\tau - 1).$$

На m-ом сегменте интерполяции компактный вид сплайна $\mathbf{p}_k(\tau) = \mathbf{n}_0^k + \tau\,\mathbf{n}_1^k + \tau^2\,\mathbf{n}_2^k + \tau^3\,\mathbf{n}_3^k$ следует из соотношения

$$\mathbf{p}_k(\tau) = \mathbf{F}(\tau)\,\mathbf{G}_k = [1, \tau, \tau^2, \tau^3]\{\mathbf{n}_0^k, \mathbf{n}_1^k, \mathbf{n}_2^k, \mathbf{n}_3^k\},$$

где

$$\mathbf{n}_0^k = \mathbf{p}_k;\ \mathbf{n}_1^k = T_I\,\mathbf{p}'_k;\ \mathbf{n}_2^k = -3(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k+1}) - T_I(2\mathbf{p}'_k + \mathbf{p}'_{k+1}),$$
$$\mathbf{n}_3^k = 2(\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k+1}) + T_I(\mathbf{p}'_k + \mathbf{p}'_{k+1}).$$

При условиях $\mathbf{p}(t_k) \equiv \boldsymbol{\sigma}^a(t_k)$, $k = 0 \div n$ и $\mathbf{p}'_0 \equiv \dot{\mathbf{p}}(t_0^a) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}^a(t_0^a)$, $\mathbf{p}'_n \equiv \dot{\mathbf{p}}(t_f^a) = \dot{\boldsymbol{\sigma}}^a(t_f^a)$ входящие в состав составных векторов $\mathbf{G}_k$ векторы $\mathbf{p}'_k$ определяются из векторно-матричного уравнения $\mathbf{Q}\,\mathbf{P}' = \mathbf{R}$. Здесь векторы $\mathbf{P}' = \{\mathbf{p}'_k, k = 0 \div n\}$, $\mathbf{R} = \{\mathbf{p}'_0, \{3(\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_{k-1})/T_I, k = 1 \div n-1\}, \mathbf{p}'_n\}$ и $(n+1) \times (n+1)$ ленточная трехдиагональная матрица

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 & 4 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

заведомо не вырождена, ее обращение выполняется только один раз методом исключения Гаусса.

В результате такой интерполяции получаются явные аналитические представления всех векторных $\mathbf{r}^i(t)$, $\mathbf{v}^i(t)$, $\boldsymbol{\sigma}^i(t)$ и скалярных координатных функций, которые далее используются для анимации пространственного движения спутника с требуемым качеством изображения.

Текущее положение ОСК в ИСК определяется по классическому алгоритму TRIAD на основе значений ортов векторов $\mathbf{r}^i(t)$ и $\mathbf{v}^i(t)$. Далее по стандартным соотношениям вычисляются значения орта направления на Землю, кватерниона ориентации ОСК относительно ИСК, а также кватерниона ориентации ССК относительно ОСК. Значения ортов направления на Солнце, Луну и другие характерные внешние ориентиры вычисляются на основе известных соотношений механики космического полета сначала в ИСК, а затем в ОСК.

Формируемые как при обработке телеметрической ИОК, так и в процессе компьютерной имитации наборы сплайнов, интерполирующие значения всех необходимых векторных и скалярных функций времени, применяются в подсистеме анимации и получаемая операторами ЦУП видеоинформация используется при полетном сопровождении спутников землеобзора с привлечением экспертных возможностей СППР.

Аппроксимация углового движения спутника векторными сплайнами позволяет существенно упростить анимацию пространственного движения космического аппарата. Рис. 6 представляет два кадра анимации движения спутника землеобзора при тестовом задании на космическую сканирующую съёмку, которое детально описано в [13-15].

В настоящее время некоторые российские университеты (МГУ им. М.В. Ломоносова, СГАУ им. С.П. Королева и др.) уже имеют на орбите либо совместно с предприятиями космической отрасли разрабатывают малые космические аппараты, включая мини-спутники землеобзора. Описанная компьютерная среда анимации полезна для использования в ЦУП университетских спутников [16,17]. Возможности применения этой среды анимации для обучения студентов и аспирантов в технических университетах и факультетах аэрокосмического профиля представлены в [18].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко описаны методы аналитического представления законов углового наведения спутника землеобзора при сканирующей оптико-электронной съемке и разработанные программные средства для анимации его пространственного движения с отображением маршрутов съемки на поверхности Земли. Приведены результаты практического применения разработанных алгоритмов аналитического представления законов

Рис. 6. Два кадра анимации движения спутника землеобзора

наведения при анимации движения спутника землеобзора и полетном сопровождении его системы управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Морозов В.П.* Курс сфероидической геодезии. М.: Недра. 1979.
2. *Гонин Г.Б.* Космическая фотосъемка для изучения природных ресурсов. М.: Недра. 1980.
3. *Урмаев М.С.* Орбитальные методы космической геодезии. М.: Недра, 1981.
4. *Бугаевский Л.М., Портнов А.М.* Теория одиночных космических снимков. М.: Недра, 1984.
5. *Баранов В.Н., Бойко Е.Г. и др.* Космическая геодезия. М.: Недра. 1986.
6. *Урмаев М.С.* Космическая фотограмметрия. М.: Недра, 1989.
7. *Seeber G.* Space geodesy. - Berlin - New York, Walter de Gruyter. 2003.
8. *Сомов Е.И., Бутырин С.А.* Алгоритмы наведения и гиросилового управления ориентацией спутников землеобзора при сканирующей оптико-электронной съемке // Труды научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления 2012». М.: ИКИ РАН. 2012. С. 61-69.
9. *Somov Ye.I., Butyrin S.A., Somov S.Ye., Somova T.Ye.* SIRIUS-S software environment for computer-aided designing of attitude control systems for small information satellites // Proceeding of 20th Saint Petersburg international conference on integrated navigation systems. 2013. P. 325-328.
10. *Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е., Сомов С.Е.* Оптимизация режимов сканирующей оптико-электронной съемки и 3D-анимация движения маневрирующего спутника землеобзора // Техническое зрение. 2013. № 1. С. 15-22.
11. *Сомов Е.И., Бутырин С.А., Герасин И.А. и др.* О разработке системы поддержки принятия решений оператора в ЦУП автоматических космических аппаратов // Труды 8-го Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара: СГАУ. 1997. Том 2. С. 116-121.
12. *Буянов Б.Б., Лубков Н.В., Поляк Г.Л.* Система поддержки принятия управленческих решений с применением имитационного моделирования // Проблемы управления. 2006. № 6. С. 43-49.
13. *Сомова Т.Е.* Применение имитации и анимации для полетной поддержки систем управления информационных спутников // Проблемы управления. 2014. № 5. С. 70-78.
14. *Сомова Т.Е.* Моделирование и анимация пространственного движения маневрирующего спутника землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Том 14. № 6. С. 125-128.
15. *Somova T.* Digital and pulse-width attitude control, imitation and animation of land-survey mini-satellite // Proceedings of 7th IEEE/AIAA international conference on recent advances in space technologies. 2015. P. 765 -770.
16. *Сомова Т.Е.* Компьютерные технологии имитации и анимации для полетной поддержки системы управления движением мини-спутника землеобзора // Материалы XI Всероссийской школы-конференции молодых ученых “Управление большими

системами». М.: ИПУ РАН. 2014. С. 857- 873.
17. *Сомова Т. Е.* Алгоритмы имитации и анимации для полетной идентификации и поддержки системы управления движением мини-спутника // Труды 10 международной конференции «Идентификация систем и задачи управления». М.: ИПУ РАН. 2015. С. 1078-1089.
18. *Сомова Т.Е.* Применение 3D-анимации при обучении полетной поддержке систем управления информационных спутников // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления. М.: ИПУ РАН. 2014. С. 9502-9514.

VECTOR POLYNOMIAL REPRESENTATION OF GUIDANCE LAWS AND ANIMATION OF A SURVEY SATELLITE MOTION

© 2015 T.Ye. Somova

Samara State Technical University
Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability

We have shortly present methods for analytical representation of the land-survey spacecraft attitude guidance laws at a scanning optoelectronic observation and elaborated software for animation of spatial motion by a land-survey spacecraft with a mapping the observation courses on the Earth surface.
Key words: land-survey satellite, attitude guidance laws, animation of motion.

Tatyana Somova, Postgraduate Student, Associate Research Fellow of department "Navigation, Guidance, and Motion Control". E-mail te_somova@mail.ru