

УДК 629.785

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОХОДА ЧЕРЕЗ РЕЗОНАНС КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ИЗМЕНЯЕМОЙ МАССОВОЙ АСИММЕТРИЕЙ ПРИ СПУСКЕ С МАЛЫМИ УГЛАМИ АТАКИ В АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2015 В.В. Любимов, Е.В. Куркина

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)

Статья поступила в редакцию 23.11.2015

Рассматривается движение космического аппарата с малой аэродинамической и массовой асимметриями в разреженной атмосфере Марса. Управление угловой скоростью космического аппарата производится посредством изменения величины массовой асимметрии. Исследуется явление прохода механической системы через резонансную колебательную область при применении заданного закона управления величиной массовой асимметрии в случае малых значений угла атаки. Сравниваются результаты моделирования, полученные при управлении величиной массовой асимметрии, осуществляемого при использовании синусоидального и экспоненциального законов. Показано, что экспоненциальный закон позволяет достичь больших начальных значений массовой асимметрии, обеспечивающих нерезонансное движения космического аппарата.

Ключевые слова: космический аппарат, массовая асимметрия, проход через резонанс, атмосфера, экспоненциальный закон, синусоидальный закон

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1], что захват космического аппарата (КА) в длительный резонанс, может привести к существенному увеличению угла атаки и стать причиной аварийных ситуаций. Реализация резонансного режима движения наблюдается, например, вследствие увеличения угловой скорости возвращаемого космического аппарата от малых начальных до резонансных значений под воздействием механических моментов, обусловленных малыми значениям массовой и аэродинамической асимметрии [2, 3]. Влияние аэродинамической асимметрии существенно зависит от величин параметров атмосферы, в которой спускается космический аппарат.

В данной работе рассматривается движение космического аппарата в разреженной атмосфере Марса при малых углах атаки. Целью данной работы является исследование возможности обеспечения гарантированного прохода через резонанс космического аппарата посредством управления величиной малой массовой асимметрии.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Пусть положение связанной с КА системы координат OXYZ относительно орбитальной системы координат OXYZ определяется посредством трех углов ориентации: пространственного

Любимов Владислав Васильевич, доктор технических наук, заведующий кафедрой высшей математики. E-mail: vlubimov@mail.ru
Куркина Екатерина Владимировна, аспирант кафедры высшей математики. E-mail: ekaterina.kurkina@mail.ru

угла атаки α_n , аэродинамического угла крена φ_n и скоростного угла крена γ_a . При определении положения КА относительно центра масс также применяется система координат OXYZ [4]. В дальнейшем нижние индексы в этих углах ориентации не указываются.

Нелинейная низкочастотная система уравнений движения КА с малой массовой и аэродинамической асимметрией, описывающая движение КА относительно центра масс может быть представлена в виде [5]:

$$\begin{aligned} \bar{I}_x \frac{d\omega_x}{dt} &= -\varepsilon m_x^A \sin(\theta + \theta_2); \\ \frac{F_a}{4\omega_a^2} \frac{d\alpha}{dt} &= -\Psi \frac{\omega^2 tg \alpha}{4\omega_a^2 \pi} - \varepsilon \frac{m_{x0}^\phi q S L tg \alpha \omega_{1,2}}{4\omega_a^2 I} \mp \varepsilon \frac{m^A}{2\omega_a} \cos(\theta + \theta_1); \quad (1) \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_x - \omega_{1,2}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}. \end{aligned}$$

Здесь ε – малый параметр; ω_x – угловая скорость КА относительно оси OX; $\theta = \varphi - \pi / 2$; $\Psi = 2\pi \bar{\omega} / \omega^2 = O(\varepsilon)$; $m_x^A, m^A, \theta_1, \theta_2$ – функции, определяющие величину и взаимное расположение аэродинамической и массовой асимметрий аппарата; $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$;

$$\begin{aligned} m_1^A &= -\frac{(1 + \bar{I}_x) \omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_y^\phi - C_x \bar{\Delta z}) tg \alpha - \frac{\omega_{1,2} \omega^2 tg^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xz}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta z}) \\ m_2^A &= -\frac{(1 + \bar{I}_x) \omega_x - 3\omega_{1,2}}{2\omega_a} \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_z^\phi + C_x \bar{\Delta y}) tg \alpha + \frac{\omega_{1,2} \omega^2 tg^2 \alpha}{2\omega_a m_{zn}} (m_{xz}^\phi + C_{yn} \bar{\Delta y}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= m_1^A / m^A; \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A; \\ m_x^A &= \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}; \quad m_{x1}^A \frac{\phi}{n} - \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xs} + C_y \bar{\Delta y}) tg \alpha; \end{aligned}$$

$$m_{x2}^{A\phi} \bar{m} - \frac{\omega^2}{m_{zn}} (m_{xc} + C_y \overline{\Delta z}) \operatorname{tg} \alpha ;$$

$$\sin \theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A ; \quad \cos \theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A ;$$

$$\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x \omega_x^2 / 4 + \omega^2} ; \quad \omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x \omega_x \pm \omega_a}{2} ;$$

$\omega_x - \omega_{1,2}$ – резонансная расстройка частот;

$\omega = \sqrt{-m_{zn} q S L \operatorname{ctg} \alpha / I}$; L и S – длина аппарата и площадь миделевого сечения; q – скоростной напор; C_x, C_y, C_m – коэффициенты аэродинамических сил; $m_x^\phi, m_y^\phi, m_z^\phi$ – коэффициенты малых аэродинамических моментов от асимметрии формы КА; m_z^ϕ – коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, действующий в плоскости пространственного угла атаки; $\overline{\Delta y} = \Delta y / L$, $\overline{\Delta z} = \Delta z / L$; D_x, D_y, D_z – смещения центра масс КА в системе координат $OXYZ$; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I = I_y = I_z$ – моменты инерции КА относительно осей связанной системы координат; $F_\alpha(\omega_x, \alpha, q)$ – известная функция. В системе уравнений не учитываются моменты аэродинамического демпфирования. Кроме того, момент от асимметрии формы m_x^ϕ может быть представлен в виде: $m_x^\phi \approx m_{x0}^\phi + m_{xs}^\phi \sin \phi + m_{xc}^\phi \cos \phi$.

Система уравнений движения КА (1) решается совместно с тремя уравнениями, характеризующими движение центра масс осесимметричного КА [6]:

$$dV / dt = -C_{xv} q S / m - g \sin \vartheta,$$

$$d\vartheta / dt = -q(1 - V^2 / (R + H)) \cos \vartheta / V, \quad (2)$$

$$dH / dt = V \sin \vartheta.$$

В уравнениях (2): $C_{xv}(\alpha)$ – аэродинамический коэффициент, определяемый из проекции вектора аэродинамической силы на направление воздушной скорости, ϑ – угол наклона траектории, m – масса КА, V – скорость КА, R – радиус Марса, H – высота полёта КА.

Космические аппараты, спускаемые в разреженной атмосфере Марса, как правило, имеют форму, представленную на рис. 1. Действующий на них аэродинамический момент может быть представлен формулой, содержащей две гармоники, зависящие от угла атаки [7]:

$$M_{zn} = -\delta q S l (C_1 \sin(\alpha) + C_2 \sin(2\alpha)).$$

Главный резонанс в системе уравнений наблюдается при выполнении равенства: $d\theta / dt = \omega_x - \omega_{1,2} = 0$. Из решения последнего уравнения получаем резонансное значение угловой скорости $\omega_x^r = \pm \frac{\omega}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}}$.

$$\omega_x^r = \pm \frac{\omega}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}}.$$

С целью реализации прохода через резонанс

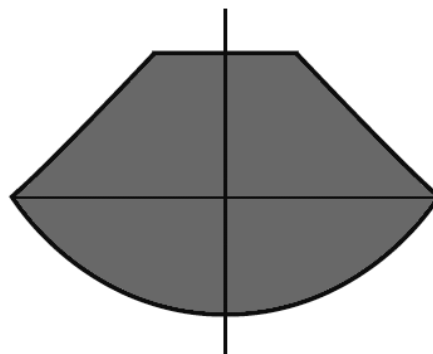


Рис. 1. Форма космического аппарата, спускаемого в атмосфере Марса

введем в рассмотрение синусоидальный и экспоненциальный законы уменьшения параметра массовой асимметрии m_x^A :

$$m_x^A = k_1 \sin(\lambda_1 H), \quad (3)$$

$$m_x^A = k_2 e^{\lambda_2 H}. \quad (4)$$

Здесь k_1, k_2 и λ_1, λ_2 – коэффициенты управления, H – высота полета аппарата.

Наибольшее значение величины параметра асимметрии m_x^A , при котором реализуется гарантированный проход через главный резонанс при малых значения угла атаки, может быть представлена в виде [3]

$$m_x^{-A} = \frac{\bar{I}_x}{\sqrt{1 - \bar{I}_x}} \frac{|d\omega / dt|}{\omega^2 \alpha}. \quad (6)$$

При расчете величины параметра асимметрии m_x^{-A} необходимо учесть значения переменных $\alpha, \omega, d\omega / dt$ вычисленные на сепаратрисе, приведенные в работе [8] и справедливые при движении в разреженной атмосфере.

При атмосферном спуске происходит уменьшение высоты полёта H , что приводит (в соответствии с законами (3)-(4)) к уменьшению параметра массовой асимметрии m_x^A . Если уменьшение параметра асимметрии m_x^A достигает величины (6) и менее, то при малых углах атаки наблюдается гарантированный проход через главный резонанс.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СПУСКА КА В АТМОСФЕРЕ МАРСА ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ И СИНУСОИДАЛЬНОМ ЗАКОНАХ ИЗМЕНЕНИЯ АСИММЕТРИИ

При численном моделировании предполагалось, что космический аппарат ($r = 0,25$ м, $I_x = 1$ кгм², $I_y = 5$ кгм², $I_z = 5$ кгм²) с массой 2 кг, длиной $L = 1$ м и малой аэродинамической асимметрией ($\bar{m}^{-A} = 0.002$, $C_{n1} = 2$, $C_{n2} = -0,3$) совершает спуск в атмосфере Марса ($g_0 = 3,86$ м/с²,

$R_0 = 3\,390$ км, $H_0 = 100$ км) при малых углах атаки (начальное значение угла атаки $\alpha_0 = 9^\circ$).

Для оценки влияния законов управления асимметрией m_x^A выбраны такие показатели коэффициентов управления k_1, λ_1 и k_2, λ_2 , чтобы величины асимметрии m_x^A в начальный ($t = 0$) момент времени и момент времени окончания интегрирования ($t = 400$ с) были близки. Сравнение значений текущей угловой скорости КА и резонансного значения угловой скорости позволило определить, наблюдается ли проход через резонанс в каждом из рассматриваемых случаев.

Управление асимметрией КА с помощью синусоидального закона

Рассмотрим вначале поведение КА при

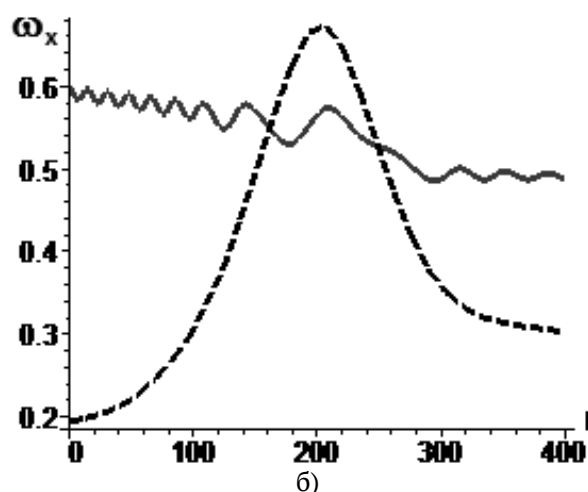
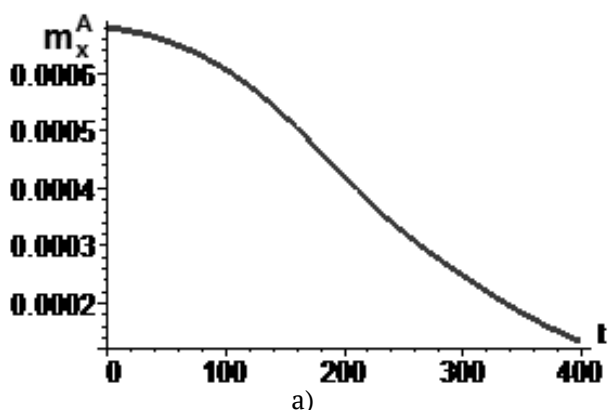


Рис. 2. Управление m_x^A по синусоидальному закону $m_x^A = 0,000808 \sin(0,00001H(t))$, $m_x^A(0) = 6,8 \cdot 10^{-4}$, $m_x^A(400) = 1,3 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

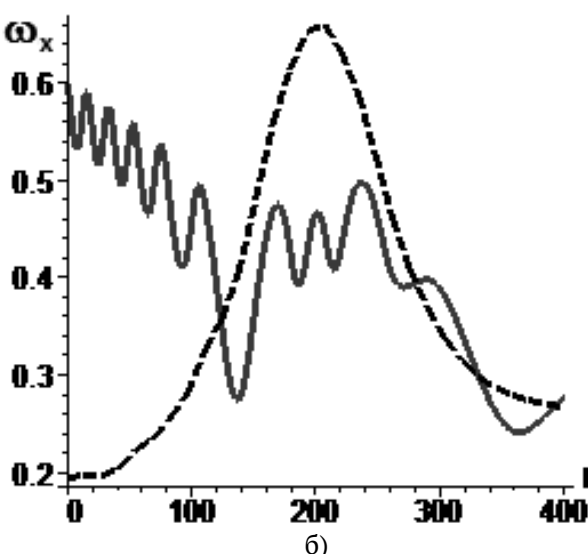
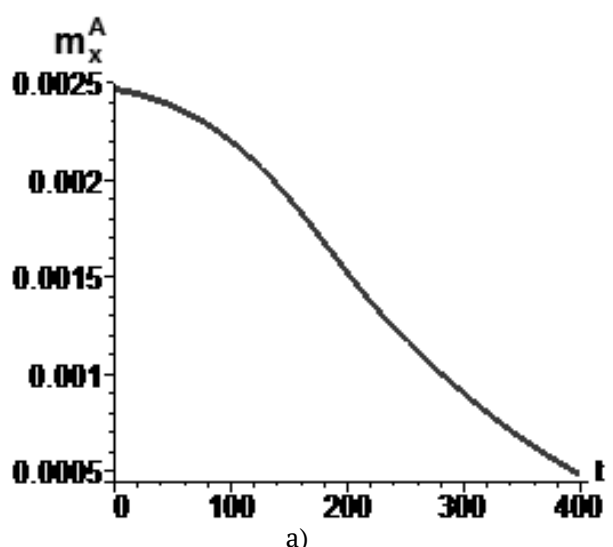


Рис. 3. Управление параметром m_x^A по синусоидальному закону $m_x^A = 0,00293 \sin(0,00001H(t))$, $m_x^A(0) = 2,47 \cdot 10^{-3}$, $m_x^A(400) = 4,8 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

управлении параметром его асимметрии m_x^A по закону, описывающему монотонную часть одной синусоидальной гармоники: $m_x^A = k_1 \sin(\lambda_1 H)$

Приняв $\lambda_1 = 10^{-5} \text{ м}^{-1}$, определим наличие резонансных эффектов, в зависимости от параметра k_1 .

При значениях параметра $k_1 = 8,08 \cdot 10^{-4}$ значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [6,8 \cdot 10^{-4}; 1,3 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 2а). В этом случае наблюдается двойной проход через резонанс (рис. 2б). При значениях параметра $k_1 = 2,93 \cdot 10^{-3}$ значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [2,47 \cdot 10^{-3}; 4,8 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 3а). В этом слу-

чае наблюдается проход через резонанс на восходящей ветви резонансной кривой с захватом в резонанс на нисходящей ветви ω_x^r (рис. 3б), что характеризует процесс увеличения вероятности захвата КА в резонанс.

При значениях параметра $k_1 = 3,23 \cdot 10^{-3}$ значения коэффициента асимметрии лежат в диапазоне $m_x^A \in [2,72 \cdot 10^{-3}; 5,3 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 4а). При этом, наблюдается захват в длительный резонанс на восходящей ветви резонансной кривой ω_x^r и последующая реализация длительного резонанса в процессе всего рассматриваемого интеграла времени полета КА (рис. 4б). Следует отметить, что представленное поведение угловой скорости подтверждает вывод о том, что в случае управления параметром m_x^A по закону $m_x^A = 0,00293 \sin(0,00001H(t))$ нижняя гра-

ница величин параметра k_1 при котором происходит захват в резонанс равна $k_1 = 2,93 \cdot 10^{-3}$. Повышение k_1 до значения $k_1 = 4,04 \cdot 10^{-3}$ (значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [3,4 \cdot 10^{-3}; 6,6 \cdot 10^{-4}]$, рис. 5а) также показывает наличие резонансного движения (рис. 5б).

3.2. Управление асимметрией КА с помощью экспоненциального закона

Рассмотрим вначале поведение КА при управлении параметром его асимметрии m_x^A по экспоненциальному: $m_x^A = k_2 \exp(\lambda_2 H)$.

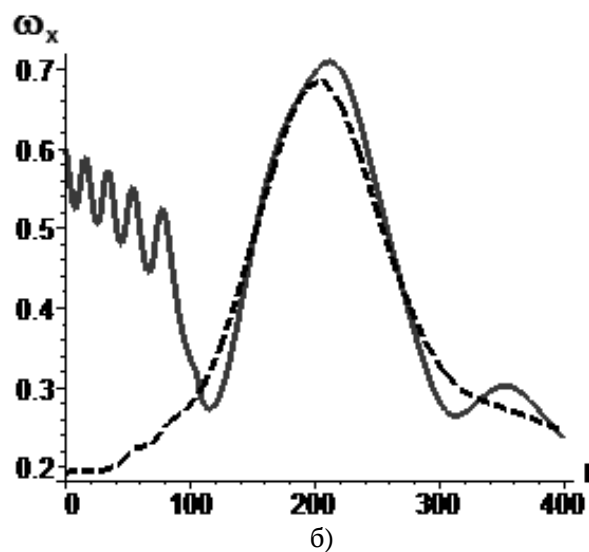
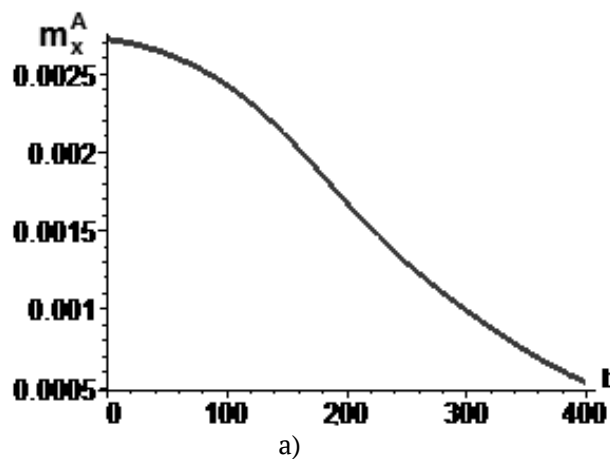


Рис. 4. Управление m_x^A по синусоидальному закону $m_x^A = 0,00323 \sin(0,00001H(t))$, $m_x^A(0) = 2,72 \cdot 10^{-3}$, $m_x^A(400) = 5,3 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

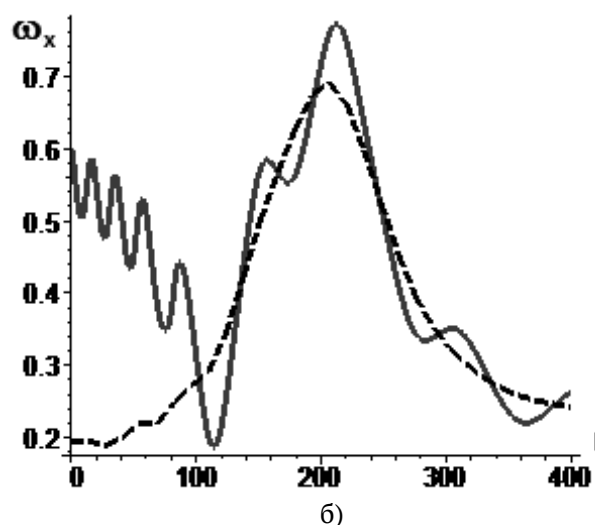
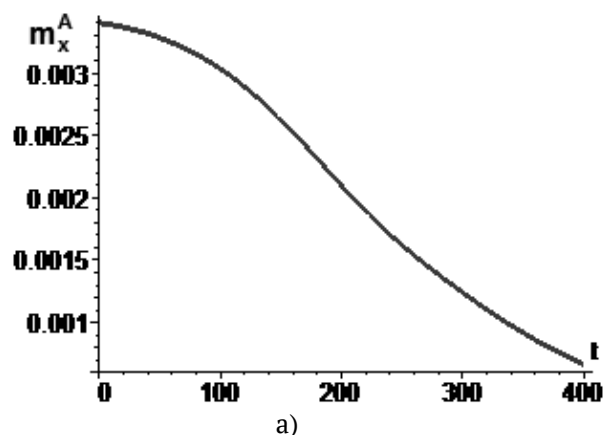


Рис. 5. Управление m_x^A по синусоидальному закону $m_x^A = 0,00404 \sin(0,00001H(t))$, $m_x^A(0) = 3,40 \cdot 10^{-3}$, $m_x^A(400) = 6,6 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

Приняв $\lambda_1=2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$, (что обеспечивает соответствие среднего уровня наклона графиков экспоненциального и синусоидального законов) определим наличие резонансных эффектов в зависимости от параметра k_2 .

При значениях параметра $k_2 = 9,2 \cdot 10^{-5}$ значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [6,8 \cdot 10^{-4}; 1,3 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 6а). В этом случае наблюдается двойной проход через резонанс (рис. 6б). При значениях параметра $k_2 = 3,34 \cdot 10^{-4}$ значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [2,47 \cdot 10^{-3}; 4,6 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 7а). В этом случае также наблюдается двойной проход через резонанс (рис. 7б). В отличие от синусоидального закона управления, при экспо-

ненциальном законе такой уровень асимметрии не приводит к захвату КА в резонанс (даже при большем времени снижения).

При значениях параметра $k_2 = 3,68 \cdot 10^{-3}$ значение коэффициента асимметрии лежит в диапазоне $m_x^A \in [2,72 \cdot 10^{-3}; 5,1 \cdot 10^{-4}]$ (рис. 8а), причем график поведения частот также демонстрирует отсутствие резонансных явлений (рис. 8б), в отличие от поведения КА при управлении асимметрией по синусоидальному закону. Начало резонансных явлений (рис. 9б) (которое можно принять за границу k_2) наступает в случае экспоненциального закона только при $k_2 = 4,6 \cdot 10^{-4}$, что соответствует значениям коэффициента асимметрии m_x^A , лежащим в диапазоне $m_x^A \in [3,4 \cdot 10^{-3}; 6,4 \cdot 10^{-4}]$, (рис. 9а).

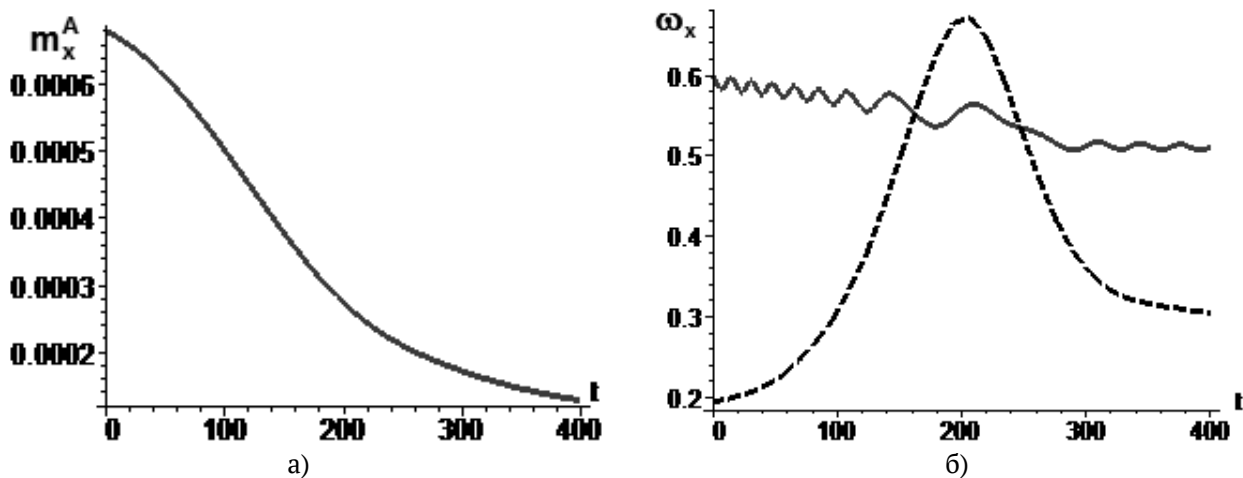


Рис. 6. Управление m_x^A по экспоненциальному закону $m_x^A = 0,000092 \exp(0,00002H(t))$, $m_x^A(0) = 6,8 \cdot 10^{-4}$, $m_x^A(400) = 1,3 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

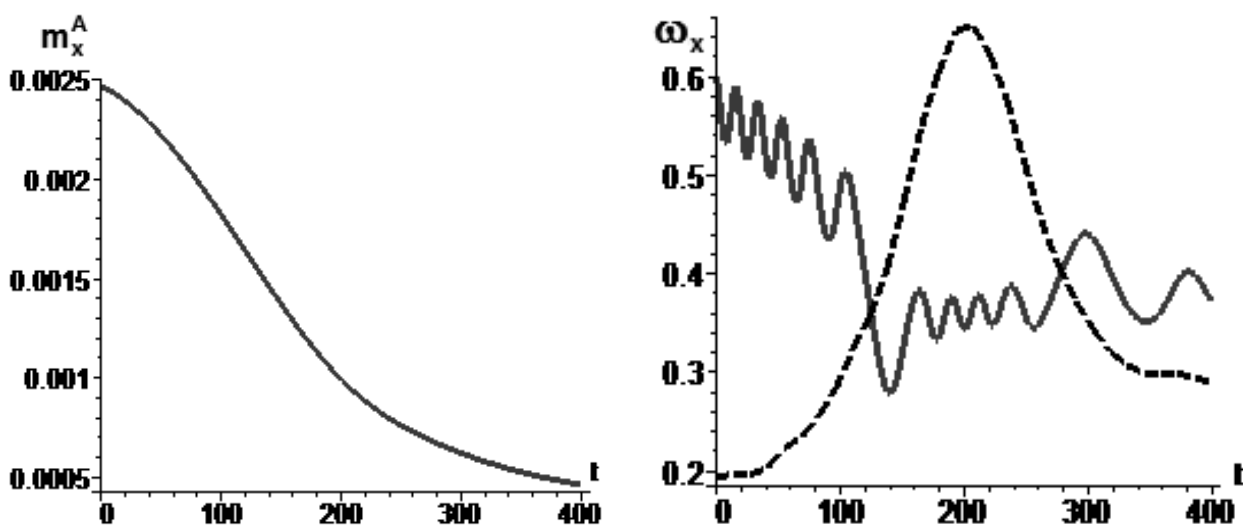


Рис. 7. Управление m_x^A по экспоненциальному закону $m_x^A = 0,000334 \exp(0,00002H(t))$, $m_x^A(0) = 2,47 \cdot 10^{-3}$, $m_x^A(400) = 4,6 \cdot 10^{-4}$:

а – изменение параметра m_x^A во времени,
б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

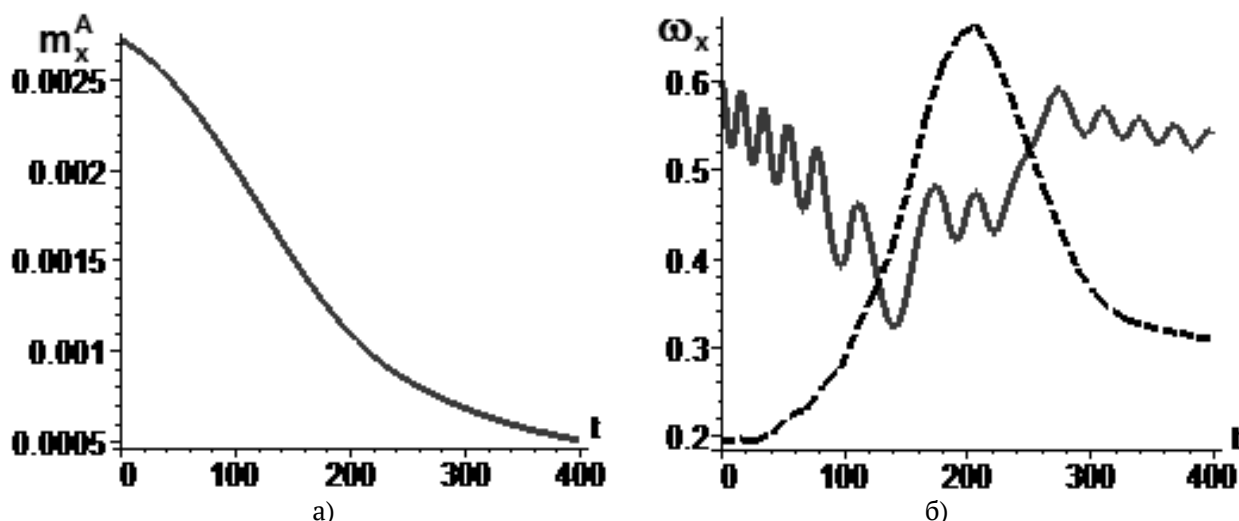


Рис. 8. Управление m_x^A по экспоненциальному закону

$$m_x^A = 0,000368 \exp(0,00002H(t)), m_x^A(0) = 2,72 \cdot 10^{-3}, m_x^A(400) = 5,1 \cdot 10^{-4} :$$

а – изменение параметра m_x^A во времени,

б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

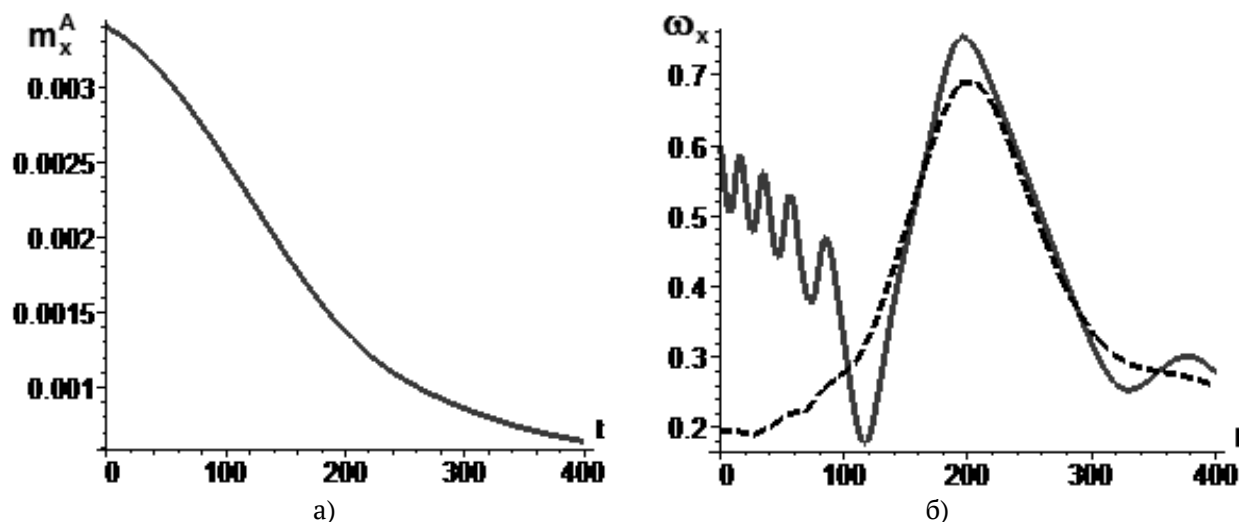


Рис. 9. Управление m_x^A по экспоненциальному закону

$$m_x^A = 0,000460 \exp(0,00002H(t)), m_x^A(0) = 3,40 \cdot 10^{-3}, m_x^A(400) = 6,4 \cdot 10^{-4} :$$

а – изменение параметра m_x^A во времени,

б – угловая скорость КА (сплошная линия) и резонансное значение угловой скорости (пунктир)

ВЫВОДЫ

Численное моделирование случайного движения космического аппарата в окрестности резонанса позволяет сделать вывод о том, что выбор коэффициентов в законах управления параметром m_x^A позволяет обеспечить гарантированный проход через резонанс.

Сравнение результатов численного моделирования для синусоидального и экспоненциального законов управления m_x^A показало, что экспоненциальный закон (по сравнению с синусоидальным законом) к резонансу позволяет достигнуть больших значений асимметрии m_x^A , при котором реализуется проход через резонанс. При экспоненциальном законе управления наблюдаются меньшие значения параметра асимметрии

m_x^A , что может являться причиной реализации прохода через резонанс. Однако, при синусоидальном законе управления в заключительной части полёта параметры асимметрии m_x^A достигает меньших значений, чем при экспоненциальном законе. Данные закономерности непосредственно связаны с характером выпуклости экспоненциальной и синусоидальной функций.

Результаты работы представляют определенный практический интерес, так как в рассмотренной системе малое уменьшение величины асимметрии позволяет обеспечить реализацию нерезонансного вращения космического аппарата. Представленная работа относится к классу задач, в которых изучается управление в системах с динамическим хаосом [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lyubimov V.V.* Dynamics and Control of Angular Acceleration of a Re-Entry Spacecraft with a Small Asymmetry in the Atmosphere in the Presence of the Secondary Resonance Effect // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 2015. P.1-4.
2. *Заболотнов Ю.М., Любимов В.В.* Вторичный резонансный эффект при движении КА в атмосфере // Космические исследования. 1998. Т.36.№2. С.206-214.
3. *Любимов В.В.* Внешняя устойчивость резонансов в динамике полёта космических аппаратов с малой асимметрией. Самара: Издательство СНЦ РАН, 2013. 276 с.
4. *Белоконов В.М., Белоконов И.В., Заболотнов Ю.М.* Ускоренный расчет траекторий снижения в атмосфере неуправляемых КА с учетом их движения относительно центра масс // Космические исследования. 983. Т.21. Вып. 4. С.512-521.
5. *Lyubimov V.V.* Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere // Russian Aeronautics, Vol. 57, No. 3, 2014, pp. 245-252.
6. *Ярошевский В.А.* Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. - 168с.
7. *Асланов В.С., Ледков А.С.* Особенности вращательного движения КА при спуске в атмосфере Марса. Космические исследования. М.: 2007. Т. 45. №4. 351-357.
8. *Бобылев А.В., Ярошевский В.А.* Оценка условий захвата в режим резонансного вращения неуправляемого тела при спуске в атмосферу // Космические исследования. 1999. Т.37. Вып.5. С. 512-524.
9. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.* Новые методы хаотической динамики. Едиториал УРСС. 2004. 320 с.

THE STUDY OF A PASSAGE THROUGH RESONANCE OF A SPACECRAFT WITH VARIABLE MASS ASYMMETRY WHEN DESCENDING WITH SMALL ANGLES OF ATTACK IN THE ATMOSPHERE OF MARS

© 2015 V.V. Lubimov, E.V. Kurkina

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov
(National Research University)

The motion of the spacecraft with small aerodynamic and mass asymmetry in the rarefied atmosphere of Mars is considered. The control of the angular velocity of the spacecraft is performed by changing the values of the mass asymmetry. We estimate the passage of a mechanical system to the resonant oscillating region when applying a predetermined control law mass asymmetry value in the case of small values of the angle of attack. We compare simulation results obtained in the management of value of the mass asymmetry implemented using sinusoidal and exponential laws. It is shown that the exponential law allows for large initial values of the mass asymmetry, providing non-resonant motion of the spacecraft. *Keywords:* spacecraft, mass asymmetry, passage through resonance, atmosphere, exponential law, sinusoidal law.