УДК [556.51+911.5]:519.85

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ МОДЕЛЕЙ РЕЧНОГО СТОКА К ФАКТОРАМ СРЕДЫ И ЕЕ КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА

© 2015 Ю.Б. Кирста

Институт водных и экологических проблем СО РАН, г. Барнаул

Поступила в редакцию 20.05.2015

Предложены новые методы оценки чувствительности моделей речного стока к естественным вариациям факторов среды и компонентного анализа дисперсии их невязки. На примере имитационной модели стока горных рек, построенной с помощью системно-аналитического моделирования, рассчитана ее чувствительность к указанным факторам. Чувствительность понижается в ряде осадки – температуры воздуха – ландшафтная структура, составляя 22–8–6 объясненных процентов у дисперсии наблюдаемых стоков. Рассчитаны все компоненты дисперсии невязки, в том числе компонент, определяемый погрешностью самих уравнений модели. Последний не превышает 34% дисперсии наблюдаемых стоков. Такая погрешность расчетов соответствует критерию Нэша–Сатклиффа NSE=0,66 и означает хорошее качество модели.

Ключевые слова: *системно-аналитическое моделирование, чувствительность модели, факторы среды, дисперсия невязки, речной сток*

Чувствительность математических моделей сложноорганизованных природных систем к вариациям входных факторов и значений параметров является важнейшей характеристикой, определяющей возможности их прикладного использования. Обзоры различных методов оценки чувствительности моделей можно найти в [1-10], и здесь его делать нецелесообразно. В данной работе предлагается новый, простой и эффективный метод количественной оценки чувствиительностей математических моделей по отношению к вариациям их входных факторов. Метод используется для полного компонентного анализа дисперсии невязки для расчетов выходной переменной модели. В качестве примера анализируется имитационная математическая модель стока средних и малых рек, разработанная для территории Алтай-Саянской горной страны [11].

Исходные материалы. Для построения модели речного стока [11] использовались ежедневные наблюдения за стоком средних и малых рек, проведенные на территории Алтай-Саянской горной страны Гидрометеорологической службой СССР и России в 1951-2003 гг. Наблюдения за стоком дополнены данными о месячных осадках, среднемесячных температурах воздуха, ландшафтной структуре территории, площади и высоте ландшафтов над уровнем моря. Всего анализировалось 34 речных створа с параллельными наблюдениями за стоками. Площади отвечающих створам водосборных бассейнов составили от 177 до 21000 км^2. Для учета в модели ландшафтной структуры водосборных бассейнов были выделены 12 типологических групп геосистем и отдельно 13-я для аквальных ландшафтов, имеющих незначи-тельную площадь [13]. Каждой группе в модели отвечали собственные значения параметров, характеризующих гидрологические процессы.

Учитывая особенности внутригодовой динамики речного стока, в модели рассматривались 4 гидрологических периода/сезона: первый (зимняя межень, XII-III месяцы), второй (весенне-летнее половодье, IV-VI), третий (летняя межень, VII-VIII), четвертый (осенняя межень с возможными паводками при сильных дождях, IX-XI). Данные ежедневных наблюдений за водным стоком на каждом из 34 створов усреднялись по отдельным сезонам, и в модели использовались 4 среднесезонных значения стока по каждому году наблюдений. В среднем по створам сток составил около 10, 130, 40, 30 м^3/с для 1, 2, 3, 4-го сезонов соответственно. Ранее для Алтай-Саянской горной страны получена единая по территории многолетняя помесячная динамика нормированных температур и нормированных осадков за 1951-2010 гг. [14]. Она была рассчитана с помощью метода пространственного обобщения климатических характеристик по 11 реперным метеостанциям, находящихся за пределами рассматриваемых бассейнов, но имеющих непрерывные ряды наблюдений. Динамика выражена в процентах / долях от 3 соответствующих среднемноголетних месячных значений in situ (среднемноголетней январской температуры для X-IV месяцев, среднемноголетней июльской температуры для V-IX месяцев и среднемноголетних июльских осадков для всех месяцев года), не зависит от координат или высоты расположения характеризуемого участка и является одинаковой для всех речных бассейнов Алтае-Саянской горной страны. Поскольку нормированные значения температур воздуха и осадков входят в число входных факторов модели стока, были

Кирста Юрий Богданович, доктор биологических наук, главный научный сотрудник. E-mail: kirsta@iwep.ru

нормированы и значения речного стока. Для этого наблюдаемые величины стока разделены на отвечающие им среднемноголетние сезонные значения в каждом бассейне. Тем самым вместо единиц измерения стока в м^3/с использовались безразмерные единицы нормированного стока. Аналогично, площади групп геосистем (км^2) в каждом бассейне были переведены в доли-/проценты делением на площадь этого бассейна.

В целом, база данных модели включала следующие характеристики речных бассейнов: гидрологические (5300 нормированных среднесезонных величин стока, отвечающих 34 выбранным речным бассейнам и 4 сезонам по каждому году периода 1951-2010), метеорологические (636+636=1272 нормированных месяч-ных значений температур воздуха и осадков или 1272/4=318 их сезонных значений за тот же период 1951–2010), ландшафтные (352 значения площадей и высот).

Модель речного стока. Анализируемая модель водного стока была разработана с помощью системно-аналитического моделирования (САМ) [15, 16]. Метод САМ использован для поиска и количественной характеристики функциональных связей речного стока с метеорологическими факторами, морфометрией и ландшафтной структурой речных бассейнов. Модель представляет собой систему найденных в ходе САМ алгебраических уравнений, которые обеспечивают минимальное расхождение (квадратичную невязку) между рассчитываемыми и наблюдаемыми значениями стока. Параметры уравнений и квадратичная невязка определяются через решение обратной задачи (с привлечением оптимизационных методов), когда в качестве левых частей уравнений речного стока использованы его наблюдаемые значения. Система уравнений имеет вид:

$$Q^i = \sum_k\{a_k\, S_k^i\, P_1\, H(c_1, c_1, 1{,}1, c_2, c_3, T_1)\, H(c_4, c_4, 1{,}1, c_5, c_6, h_k^i)\} + \\ + \sum_k\{b_k\, S_k^i\, P_2\, H(c_7, c_7, 1{,}1, c_8, c_9, T_2)\, H(c_4, c_4, 1{,}1, c_5, c_6, h_k^i)\} + c_{10}, \quad (1)$$

где Q^i – нормированный на среднемноголетнее значение среднесезонный водный сток для замыкающего створа бассейна i, i=1, 2,…, 34; первое и второе слагаемые в (1) отвечают вкладам предшествующего и рассматриваемого гидрологического сезона года соответст-венно, а при расчете 1-го сезона (зимняя межень) – отвечают 3- и 4-му сезонам предшест-вующего года, так как зимой снег остается на поверхности и не влияет на сток; a_k, b_k – параметры, характеризующие вклад k-й группы геосистем в соответствующие сезоны, k=1–13; S_k^i – относительная площадь k-й группы геосистем в бас-сейне i; h_k^i – средняя высота этой же группы в бассейне i, м БС; P_1, P_2 – нормированные месячные осадки в среднем за соответствующий сезон; T_1, T_2 – отклонения нормированных температур воздуха от единицы (это среднемноголетнее значение нормированной характеристики) в среднем за соответствующий сезон; H – кусочно-линейная функция (1); $c_{1–9}$ – параметры, отражающие влияние температур T_1, T_2 и высоты h_k^i на сток в бассейне; c_{10} – параметр, характеризующий постоянное пополнение ($c_{10}>0$) или потери ($c_{10}<0$) стока в грунтовые воды и воды зон трещиноватых пород.

Функция H в (1) является непрерывной кусочно-линейной функцией, состоящей из трех линейных фрагментов. Она задается выражением:

$$H(X1, X2, Y1, Y2, Z1, Z2, X) = \\ = \begin{cases} Y1 + Z1(X - X1), & \text{if} \quad X < X1 \\ \dfrac{Y2 - Y1}{X2 - X1}(X - X1) + Y1, & \text{if} \quad \begin{matrix} X1 \le X < X2 \\ X1 \ne X2 \end{matrix} \\ Y2 + Z2(X - X2), & \text{if} \quad X \ge X2 \end{cases},$$

где $X1$, $X2$, $Y1$, $Y2$, $Z1$, $Z2$ – параметры; X – учитываемый моделью меняющийся фактор среды или какая-либо переменная модели.

В правой части (1) суммируются частные вклады групп геосистем в сезонный сток Q^i бассейна i. Вклад k-й группы геосистем в первом слагаемом (1) представляет собой задержанный водный сток и формируется осадками P_1 предшествующего гидрологического сезона. Вклад k-й группы геосистем во втором слагаемом обеспечивается осадками P_2 текущего гидрологического сезона. В целом, достаточно простые уравнения (1) характеризуют влияние на речной сток шести важнейших факторов среды: P_1, P_2, T_1, T_2, S_k^i, h_k^i. Уравнения (1) включают по 36 параметров для каждого гидрологического сезона, что составляет 36×4=144 параметров для всех 4-х выделенных сезонов. При этом 36 параметров характеризуют 13 групп геосистем, то есть для характеристики сезонных особенностей гидрологического режима каждой группы используется не более трех (36/13<3) пара-метров.

В работе [11] для проверки качества модели речного стока был использован крите-рий, позволяющий оценивать адекватность рас-четных методов и моделей путем сравнения рядов наблюдаемых и рассчитанных данных:

$$A = S_{разн}/\sqrt{2}S_{набл}, \quad (2)$$

где A – критерий адекватности; $S_{разн}$ – стандартное (среднеквадратическое) отклонение для разности расчетного и наблюдаемого рядов данных (для невязки модели); $S_{набл}$ – стандарт-ное отклонение для наблюдаемого ряда; $\sqrt{2}$ – множитель. Согласно (2) критерий A представляет собой погрешность модели, нормированную на стандартное отклонение данных наблюдений. При оценке качества модели он подобен показателю RSR [17, 18] и критерию Нэша–Сатклиффа NSE [18], с которыми связан зависимостями RSR=$A\sqrt{2}$, NSE=1-RSR^2 = 1–2A^2.

Метод оценки чувствительности модели к ее входным факторам. В основу оценки рассматриваемой чувствительности математических моделей положен критерий *FS*, характеризующий их чувствительность непосредственно к естественным вариациям факторов среды. *FS* близок по смыслу к известной статистической характеристике «процент объясненной дисперсии» и рассчитывается по формуле

$$FS = (A')^2 - (A)^2 =$$
$$= \frac{(S'_{\text{разн}})^2 - (S_{\text{разн}})^2}{2(S_{\text{набл}})^2} = \frac{2(S_{факт})^2}{2(S_{\text{набл}})^2} = \frac{(S_{факт})^2}{(S_{набл})^2}, \qquad (3)$$

где *FS* – чувствительность модели к конкретному входному фактору модели; *A* – критерий (2); *A'* – значение *A*, получаемое при подстановке перепутанных случайным образом наблюдаемых значений входного фактора модели (имеющих, очевидно, прежнее статистическое распределение и дисперсию); $(S'_{разн})^2$ – дисперсия для разности расчетного и наблюдае-мого значений выходной переменной модели (речного стока) при подстановке перепутанных значений фактора; $(S_{\text{разн}})^2$ – эта же дисперсия для наблюдаемых значений фактора, рассчитываемая согласно (2); $(S_{факт})^2$ – вклад естественных вариаций выбранного входного фактора в дисперсию выходной переменной модели (рассчитываемого стока); $(S_{набл})^2$ – дисперсия наблюдаемых значений выходной переменной.

Критерий *FS* является приблизительным аналогом известного в дисперсионном анализе коэффициента детерминации R^2. В соответствии с правилом сложения дисперсий значение $(S'_{\text{разн}})^2$ будет превышать $(S_{\text{разн}})^2$ на две одинаковые дисперсии $(S_{факт})^2$. К последним относятся (а) дисперсия, обусловленная вкладом реальных вариаций входного фактора в наблю-даемые значения выходной переменной и (б) дисперсия от вклада искусственно введенных случайных вариаций входного фактора (путем перепутывания его наблюдаемых значений) в рассчитываемую по модели выходную харак-теристику. Очевидно, что для адекватных моде-лей дисперсии «а» и «б» будут отсутствовать в $(S_{разн})^2$ вследствие вычитания рассчитанного и наблюдаемого вкладов входного фактора. В то же время дисперсия, обусловленная ошибками наблюдений за входным фактором (например, погрешностью пространственного обобщения метеорологических факторов), будет присутствовать и в $(S'_{разн})^2$, и в $(S_{разн})^2$, а значит, будет вычитаться в (3). Тем самым критерий (3) оценивает чувствительность модели **непосредственно к естественным вариациям входного фактора**, исключая ошибки его наблюдений.

Критерий *FS* позволяет оценить не только чувствительность модели к вариациям отдельных факторов среды, но и их относительную значимость для модели. Поскольку *FS* согласно (3) выражается в долях от $(S_{набл})^2$, то его можно выражать в %, умножая на 100. Выполненная оценка адекватности и чувствительности модели речного стока по рядам рассчитанных и наблюдаемых водных стоков приведена в табл. 1.

Таблица 1. Адекватность модели речного стока и ее чувствительность к вариациям факторов среды

Гидрологические сезоны	1	2	3	4
стандартное отклонение[1] наблюдаемых стоков, %	33	27	41	40
адекватность[2] *A* модели по уравнению (2)	0,65	0,56	0,58	0,59
чувствительность[3] FS_P к осадкам P_1 и P_2	17	22	16	34
чувствительность FS_T к температурам T_1 и T_2	6	16	6	4
чувствительность FS_L к ландшафтной структуре	4	6	11	4
чувствительность FS_A к высоте ландшафтов	0,3	0,2	~0	0,6
чувствительность FS_{P2} только к осадкам P_2	6	9	11	18
чувствительность FS_{T2} только к температурам T_2	4	5	2	1

Примечание: [1] Рассчитано как среднее стандартное отклонение для нормированных наблюдаемых стоков 34 речных бассейнов и умножено на 100%; одновременно соответствует среднему стандартному отклонению ненормированных наблюдаемых стоков и сезонным значениям $S_{набл}$ (%); [2] Выражается в долях единицы; [3] Оценивается по (3) и выражается в % от дисперсии $(S_{набл})^2$.

Компонентный анализ дисперсии невязки модели. Чувствительность модели к вариа-циям факторов среды (табл. 1) позволяет найти все основные компоненты дисперсии невязки модели $(S_{\text{разн}})^2$. Эту дисперсию со всеми ее компонентами мы будем нормировать на $(S_{\text{набл}})^2$ по аналогии с (2) и выражать в %. Для дисперсии невязки у математических моделей сложноорганизованных природных систем су-ществует правило сложения вкладов, обуслов-ленных погрешностями данных наблюдений [16, 20]. Поэтому в характеризуемой дисперсии можно выделить следующие компоненты:

- D_P из-за погрешности пространственного обобщения осадков,

- D_T из-за погрешности пространственного обобщения температур воздуха,
- D_L из-за «размытости» границ ландшафтной структуры речных бассейнов,
- D_A из-за вариаций высоты (м БС) в пределах каждой группы геосистем,
- D_M из-за погрешности самих уравнений модели,
- D_R от погрешности данных по среднесезонному стоку.

Тогда в соответствии с (2) для дисперсии невязки модели можно составить уравнение

$$D_P + D_T + D_L + D_A + D_M + D_R \approx 2A^2 \times 100\% \qquad (4)$$

Рассчитаем сначала вклад D_R, обусловленный погрешностью данных по среднесезонному речному стоку в левой части уравнений (1). Сток характеризовался нами по данным наблюдений, выполняемых Гидрометеорологической службой с погрешностью не более 6% [21, с. 148]. Это позволяет принять для данных по среднесезонному стоку погрешность E не более 6%. В соответствии с обычно принимаемым уровнем надежности 0,95, в интервале от $-E$ до $+E$ в 95% случаев находится «истинное» значение стока. При нормальном распределении вероятностей в интервал ±2×«стандартных отклонения» также попадает 95% значений неточно измеряемой характеристики. Отсюда для погрешности данных по стоку можно принять стандартное отклонение $S_R = E/2$ и дисперсию $(E/2)^2$. Отсюда легко оценить D_R, нормируя $(E/2)^2$ на $(S_{\text{набл}})^2$:

$$D_R \approx \left(\frac{E}{2}\right)^2 / (S_{\text{набл}})^2 \times 100\%.$$

Используя $S_{\text{набл}}$ для каждого сезона из табл. 1, получаем четыре сезонных значения D_R: 0,8, 1,2, 0,5, 0,6%. Отсюда в среднем для года имеем

$$D_R \approx (0{,}8+1{,}2+0{,}5+0{,}6)/4 \approx 1\%.$$

Перейдем к входным факторам модели. Пусть погрешность значений пространственно обобщенного метеорологического фактора характеризуется критерием A. Согласно (2) имеем отношение дисперсий $\left(S_{\text{разн}}\right)^2/(S_{\text{набл}})^2 = 2A^2$. Величина $\left(S_{\text{разн}}\right)^2$ характеризует непосредственно дисперсию для погрешности пространственно обобщенных значений фактора. В свою очередь, $(S_{\text{набл}})^2$ соответствует дисперсии для естественных многолетних вариаций фактора in situ, так как погрешность инструментальных метеорологических измерений мала по сравнению с его многолетними вариациями, а значит, вкладом этой погрешности в $(S_{\text{набл}})^2$ можно пренебречь.

При пространственном обобщении ежегодные месячные значения метеорологического фактора нормируются на соответствующие среднемноголетние значения in situ, и его вариации (%) усредняются по характеризуемой территории [14]. В результате мы получаем одинаковую для территории естественную многолетнюю динамику обобщенного фактора с дисперсией $\left(S_{\text{расч}}\right)^2$. Пусть для этого фактора известно отношение $S_{\text{расч}}/S_{\text{набл}}$, которое назовем критерием волатильности $A_{\text{вол}}$. Отметим, что $A_{\text{вол}}$ может служить дополнительной характеристикой качества расчетных методов и моделей, так как этот критерий оценивает степень сохранения у расчетных данных амплитуды (стандартного отклонения) наблюдаемых вариаций фактора.

Таким образом, дисперсия $\left(S_{\text{расч}}\right)^2$, характеризующая естественные/наблюдаемые вариации пространственно обобщенного метеорологического фактора, связана с его критерием волатильности $A_{\text{вол}}$ соотношением $\left(S_{\text{расч}}\right)^2/(S_{\text{набл}})^2 = A_{вол}{}^2$. Дисперсия $\left(S_{\text{разн}}\right)^2$, отвечающая погрешности значений фактора, связана согласно (2) с его критерием A как $\left(S_{разн}\right)^2/(S_{\text{набл}})^2 = 2A^2$. Учитывая чувствительность модели FS к естественным многолетним вариациям обобщенных факторов (табл. 1), мы можем оценить вклад D погрешности значений фактора в дисперсию невязки модели:

$$D \approx \frac{\left(S_{\text{разн}}\right)^2}{\left(S_{\text{расч}}\right)^2} FS = \frac{\left(S_{\text{разн}}\right)^2/(S_{\text{набл}})^2}{\left(S_{\text{расч}}\right)^2/(S_{\text{набл}})^2} FS = \frac{2A^2}{A_{вол}{}^2} FS. \qquad (5)$$

Перейдем теперь к необобщенным входным факторам модели. Для дальнейших расчетов нам понадобится дисперсия $D_{\text{разб}}$ для случайного разброса значений фактора от a до b. Формула дисперсии для случайной величины, равномерно распределенной на отрезке a–b имеет вид:

$$\int_a^b (Q - \overline{Q})^2 \frac{1}{b-a} \mathrm{d}Q = \frac{(b-a)^2}{12},$$

где a, b – границы вариаций случайной величи-ны; $\frac{1}{b-a}$ – плотность равномерного распределе-ния Q на отрезке a–b; $\overline{Q}$ – среднее значение величины, $\overline{Q} = \frac{a+b}{2}$. Поскольку нами везде используются нормированные значения, то a, b также надо нормировать на среднее значение $\frac{a+b}{2}$. В результате получаем:

$$D_{\text{разб}} = \frac{(b-a)^2}{12} \Big/ \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{b-a}{a+b}\right)^2.$$

Рассмотрим влияние на дисперсию D невязки модели погрешности входных факторов S_k^i и h_k^i в (1). Пусть они характеризуются погрешностью E, выраженной в % от их средних значений. В этом случае, как указывалось выше при оценке D_R, мы имеем стандартное отклонение для погрешности фак-торов $S_{\text{погр}} = E/2$ и дисперсию $\left(S_{погр}\right)^2 = (E/2)^2$. Перейдем от % к долям единицы: $S_{\text{погр}} = E/200$ и $\left(S_{погр}\right)^2 = (E/200)^2$. Пусть значения факторов достаточно равномерно разбросаны в пределах какого-то диапазона a–b. При расчете дисперсии $D_{\text{разб}}$ для такого «естественного» разброса / вариаций их значений мы можем принять a=0 и b= «максимальное значение фактора», что мало повлияет на точность проводимых оценок. Тогда для $D_{\text{разб}}$ получаем:

$$D_{\text{разб}} \approx \frac{1}{3}\left(\frac{b-a}{a+b}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{b}{b}\right)^2 = 0{,}33.$$

Оценим вклад D в дисперсию невязки модели от погрешности рассматриваемых (пространст-венно необобщенных) факторов. Учитывая чувствительность модели FS к «естественному» разбросу/вариациям значений факторов (табл. 1), получаем:

$$D \approx \frac{(S_{погр})^2}{D_{\text{разб}}} FS = \frac{(E/200)^2}{0{,}33} FS = \frac{E^2}{1{,}32\times10^4} FS\%. \quad (6)$$

Теперь можно приступить к количественным оценкам влияния погрешности факторов на дисперсию невязки расчетов по уравнениям (1).

Обобщенные по территории месячные осадки являются наиболее важным входным фактором модели. Погрешность их пространственного обобщения характеризуется критерием A=0,66 [14]. Критерий их волатильности $A_{\text{вол}}$ в среднем по месяцам года равен 0,78. Чувствительность модели FS_P к осадкам можно оценить как среднее от соответствующих сезонных значений FS_P из таблицы 1, то есть $FS_P \approx (17+22+16+34)/4 \approx 22\%$. Тогда из (5) получаем

$$D_P \approx \frac{2A^2}{A_{вол}{}^2} FS_P = \frac{2\times0{,}66^2}{0{,}78^2}\times 22 \approx 32\%.$$

Следующим по важности входным фактором являются обобщенные температуры воздуха с A=0,50. Критерий их волатильности составляет $A_{\text{вол}}$=1,0. Проводя аналогичную осадкам оценку, из табл. 1 получаем $FS_T \approx (6+16+6+4)/4 \approx 8\%$

$$D_T \approx \frac{2A^2}{A_{вол}{}^2} FS_T = \frac{2\times0{,}50^2}{1{,}0^2}\times 8 = 4\%.$$

Погрешность определения ландшафтной структуры E_L (то есть относительных площадей S_k^i для отдельных групп геосистем) по личному сообщению эксперта по ландшафтам Д.В. Черных составляет около 10%. Согласно таблице 1 $FS_L \approx (4+6+11+4)/4 \approx 6\%$. Используя (6), получаем приближенную оценку

$$D_L \approx \frac{E_L{}^2}{1{,}32\times10^4} FS_L = \frac{10^2}{1{,}32\times10^4}\times 6 \approx 0\%.$$

Обусловленный вариациями высот ландшафтов вклад D_A также будет пренебрежимо мал в силу малой чувствительность $FS_A \approx 0$ (табл. 1):

$$D_A \approx \frac{E_A{}^2}{1{,}32\times10^4} FS_A \approx \frac{E_A{}^2}{1{,}32\times10^4}\times 0 = 0.$$

Теперь мы можем найти D_M , подставляя в уравнение (4) найденные вклады D входных факторов и значения критерия ее адекватности A из табл. 1:

$$32\%+4\%+0\%+0\%+D_M+1\% \approx$$
$$2\times[(0{,}65+0{,}56+0{,}58+0{,}59)/4]^2\times100\%.$$

Отсюда

$$D_M \approx 34\%.$$

Полученное значение D_M=34% отвечает погрешности самих уравнений (1), нормированной на дисперсию наблюдаемых значений стоков, и достаточно мало для универсальных моделей речного стока.

Обсуждение результатов и выводы. Предложенный метод оценки чувствительности моделей речного стока к естественным вариациям факторов среды позволил не только охарактеризовать эту чувствительность, но и проанализировать все компоненты дисперсии (4) для невязки расчетов по модели. Второй результат можно назвать компонентным анализом дисперсии модели. Очевидно он дает более объективную и полную характеристику качества математических моделей по сравнению с традиционными критериями, как например RSR=$S_{разн}/S_{\text{набл}}$ (это отношение невязки $S_{\text{разн}}$ к стандартному отклонению данных наблюдений $S_{\text{набл}}$ (см. уравнение (2)) или критерием Нэша–Сатклиффа NSE=1-RSR^2 [18].

Рассмотрим RSR и NSE как частный случай компонента D_M, входящего в дисперсию расчетов по модели (4) и обусловленного погрешностью самих уравнений модели. Обозначим их RSR$_{\text{М}}$ и NSE$_{\text{М}}$. В соответствии с (2) и (4) D_M связан с RSR$_{\text{М}}$ соотношением RSR$_{\text{М}}$=$\sqrt{D_M}$. В нашем случае D_M=34%. Отсюда получаем RSR$_{\text{М}}$=$\sqrt{0{,}34}$=0,58 и NSE$_{\text{М}}$=1-(RSR$_{\text{М}}$)^2 = 1–0,34=0,66. Согласно принятому рейтингу хорошему качеству гидрологических моделей соответствуют значения 0,50<RSR≤0,60 и 0,65<NSE≤0,75 [17, 18]. Таким образом, полученное хорошее качество разработанной универсальной модели стока горных рек позволяет ее практическое применение для горных территорий в условиях недостатка гидрометеорологической информации.

Следует отметить, что использование рейтинга RSR и NSE для оценки RSR$_{\text{М}}$= $\sqrt{D_M}$ и NSE$_{\text{М}}$= 1-(RSR$_{\text{М}}$)^2 не совсем корректно. Это обусловлено необъективностью показателей RSR и NSE самих по себе в отличие от RSR$_{\text{М}}$ и NSE$_{\text{М}}$. У RSR и NSE невозможно отделить собственно погрешность модели от погрешностей наблюдений за входными факторами и выходной переменной.

Интересно кумулятивное влияние входных факторов на точность расчетов выходной переменной модели (речного стока). Данный эффект обеспечивает резкое улучшение этой точности при адекватном учете одновременного воздей-ствия факторов на речной сток. Действительно, по табл. 1 мы можем оценить процент объясненной дисперсии (*PVE*) наблюдаемых стоков путем формального сложения чувствительностей FS_P, FS_T,

FS_L, FS_A. В результате сложения получаем 27, 44, 33, 42% для 1-4 сезонов соответственно. В среднем по сезонам это составит (27+44+33+42)/4≈36%. С другой стороны, мы имеем вклад в дисперсию невязки расчетов за счет погрешности модели D_M=34% и точность наблюдений за стоком D_R=1%. Дисперсия наблюдаемых стоков $(S_{\text{набл}})^2$ у нас принята за 100%. Отсюда новый расчет *PVE* даст

$$PVE \approx 100 - D_M - D_R = 100 - 34 - 1 = 65\%.$$

Более корректный результат 65% вместо формально рассчитанных до этого 36% объясняется следующим. Одновременный учет входных факторов в (1) обеспечивает весьма близкое совпадение расчетного значения стока с наблюдаемым, а значит малый вклад погрешности расчета в общую дисперсию (4) и высокий процент объясненной дисперсии. Прямое же суммирование чувствительностей модели (табл. 1), дающее 36%, не учитывает такой кумулятивный эффект и приводит к недостоверной оценке *PVE* для наблюдаемых стоков.

Полученная оценка процента объясненной дисперсии *PVE* все еще является приблизительной. Для любых моделей ее более правильно рассчитывать в % не от дисперсии наблюдаемых (обычно с ошибками) стоков, на которую нормировались все выполненные выше вычисления, а от дисперсии действительных многолетних вариаций стоков. Последняя дисперсия, очевидно, равна $(S_{\text{набл}})^2-D_R$. Тогда искомое значение *PVE* составит в нашем случае

$$PVE = 65\times(S_{\text{набл}})^2/((S_{\text{набл}})^2-D_R) = \\ =65\times100/(100-1) = =66\%.$$

Выполненный анализ дисперсии (4) для невязки расчетов можно назвать компонентным анализом дисперсии невязки модели. Очевидно, он дает более объективную и полную характеристику качества математических моделей по сравнению с традиционными критериями, как например RSR=$S_{разн}/S_{\text{набл}}$ (это отношение невязки $S_{\text{разн}}$ к стандартному отклонению данных наблюдений $S_{\text{набл}}$, см. уравнение (2)) или критерием Нэша–Сатклиффа NSE=1-RSR^2 [18].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Hamby, D.M.* A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models // Environmental Monitoring and Assessment. 1994. Vol. 32(2). P. 135-154.
2. *Chan, K.* Sensitivity analysis of model output: variance-based methods make the difference / K. Chan, A. Saltelli, S. Tarantola // Proceedings of the Winter Simulation Conference. – Atlanta, Ga, USA, 1997. P. 261-268.
3. *Hanson, K.M., Hemez, F.M.* (Eds.). Proceedings of the 4th International Conference on Sensitivity Analysis of Model Output (SAMO 2004). Santa Fe, New Mexico March 8-11, 2004. Internet: https://library. lanl.gov/ccw/samo2004/
4. *Loucks, D.P.* and *van Beek, E.* with contributions from *Stedinger J.R, Dijkman, J.P.M., Villars, M.T.* Water Resources Systems. Planning and Management. An Introduction to Methods, Models and Applications. – Paris: UNESCO Publishing, 2005. 680 p.
5. *Fassò, A.* Sensitivity Analysis for Environmental Models and Monitoring Networks. In: *Voinov, A, Jakeman, A.J., Rizzoli, A.E.* (Eds.). Proceedings of the iEMSs Third Biennial Meeting: "Summit on Environmental Modelling and Software". International Environmental Modelling and Software Society. – Burlington, USA, July 2006. 6 p. http://www.iemss.org /iemss2006/papers /s7/268_Fasso_0.pdf
6. *Saltelli, A.* Global Sensitivity Analysis: The Primer / *A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres* et al. – Chichester, England: John Wiley & Sons, 2008. 304 p.
7. *Faivre, R.* Analyse de sensibilite et exploration de modeles. Applications aux modeles environnementaux / *B. Iooss, S. Mahevas*. – Editions Quae, 2013. 352 p.
8. *Skahill, B.* E. Practice driven and state-of-the-art methods to quantify hydrologic model uncertainty. ERDC/CHL CHETN-IV-87. – Vicksburg, MS, U.S.: Army Engineer Research and Development Center, 2013. 19 p.
9. *Iooss, B.* A review on global sensitivity analysis methods / *B. Iooss, P. Lemaitre*. In: Uncertainty management in Simulation-Optimization of Complex Systems: Algorithms and Applications, *C. Meloni and G. Dellino* (Eds.). – Springer US, 2015. 264 p.
10. *Song, X.* Global sensitivity analysis in hydrological modeling: Review of concepts, methods, theoretical framework, and applications / X. Song, J. Zhang, C. Zhan et al. // Journal of Hydrology. 2015. Vol. 523. P. 739-757.
11. *Кирста, Ю.Б.* Имитационная математическая модель стока средних и малых рек для горных территорий / *Ю.Б. Кирста, А.В. Пузанов, О.В. Ловцкая* и др. // Известия Самарского научного центра РАН. 2012. Т.14. №1(9). С. 2334-2342.
12. *Севастьянов, В.В.* Климат высокогорных районов Алтая и Саян. – Томск: Издательство томского университета, 1998. 201 с.
13. *Кирста, Ю.Б.* Типизация ландшафтов для оценки речного стока в Алтае-Саянской горной стране / *Ю.Б. Кирста, Л.Ф. Лубенец, Д.В. Черных* // Устойчивое развитие горных территорий. 2011. №2(8). С. 51-56.
14. *Кирста, Ю.Б.* Пространственное обобщение климатических характеристик для горных территорий // Мир науки, культуры, образования. 2011. № 3 (28). С. 330-337.
15. *Kirsta, Yu.B.* System-analytical modelling – Part I: General principles and theoretically best accuracies of ecological models. Soil-moisture exchange in agroecosystems // Ecol. Modelling. 2006. Vol. 191. P. 315-330.
16. *Кирста, Ю.Б.* Информационно-физический закон построения эволюционных систем. Системно-аналитическое моделирование экосистем / *Ю.Б. Кирста, Б.Ю. Кирста*. – Барнаул: Изд-во Алт. гос. ун-та, 2014. 283 с.
17. *Moriasi, D.N.* Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulation / *D.N. Moriasi, J.G. Arnold, M.W. Van Liew* et al. // Transactions of the ASABE. 2007. V. 50(3). P. 885-900.

18. *Koch,·M.* SWAT-modeling of the impact of future climate change on the hydrology and the water resources in the upper blue Nile river basin, Ethiopia / *M. Koch,·N. Cherie* // In: Proceedings of the 6-th International Conference on Water Resources and Environment Research, ICWRER 2013. Koblenz, Germany, June 3-7, 2013. P. 428-523.
19. *Селегей, В.В.* Телецкое озеро / *В.В. Селегей, Т.С. Селегей*. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978. 143 с.
20. *Миркин, Б.М.* Фитоценология. Принципы и методы / *Б.М. Миркин, Г.С. Розенберг*. – М.: Наука, 1978. 211 с.
21. *Рейфер, А.Б.* Справочник по гидрометеорологическим приборам и установкам / *А.Б. Рейфер, М.И. Алексеенко, П.Н. Бурцев* и др. – Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1970. 372 с.

SENSITIVITY OF RIVER FLOW MODELS TO ENVIRONMENTAL FACTORS AND ITS QUANTITATIVE ASSESSMENT

© 2015 Yu.B. Kirsta

Institute for Water and Environmental Problems SB RAS, Barnaul

New methods (a) to assess the sensitivity of river runoff models to natural variations of environmental factors and (b) to analyze the components of their residual variance are proposed. Using a simulation model of mountain river flow, built with the help of system-analytical modeling, the sensitivity to the factors mentioned is calculated. The sensitivity decreases in the precipitation – air temperature – landscape structure series, comprising 22-8-6 explained percent of the observed runoff variance. Every component of the residual variance, including that formed by error of the model equations themselves, is evaluated. The latter does not exceed 34% of the observed runoff variance. Such calculation error meets the Nash-Sutcliffe efficiency NSE=0,66 and means a good model performance.

Key words: *system-analytical modelling, model sensitivity, environmental factors, residual variance, river runoff*

Yuriy Kirsta, Doctor of Biology, Main Research Fellow. E-mail: kirsta@iwep.ru