

**АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ВОСПРОИЗВОДСТВА ПРОМЫСЛОВЫХ РЫБ
С НЕЛИНЕЙНОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИЕЙ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ**

© 2016 А.Ю. Переварюха

Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН

Статья поступила в редакцию 01.12.2015

Рассматривается проблема методов подтверждения соответствия наблюдаемой динамики промысловых популяций рыб трем возможным режимам поведения траекторий дискретных динамических систем. Многие применявшиеся популяционные модели с качественными изменениями поведения оперируют с не интерпретируемыми с точки зрения экологии вида характеристиками, как знак третьей производной второй итерации от функции воспроизводства в момент потери устойчивости стационарной точки. На примерах показывается, что статистическая аппроксимация данных наблюдений приводит к зависимостям, исключающим наблюдаемое в реальности развитие популяционного процесса. Обсуждаются критерии, которыми можно пользоваться при анализе результатов вычислительного моделирования с точки зрения биологической адекватности. Предполагается, что скорость изменения численности в модели должна иметь интервал отрицательных значений, а кривая воспроизводства как минимум две нетривиальные стационарные точки. Учет действия экологического эффекта Олли в моделях будет способствовать лучшей сущностной интерпретации, разграничению возникающих в дискретных итерационных системах нелинейных эффектов и введет понятие о критически низкой численности промысловой популяции.
Ключевые слова: динамика популяций, нелинейные и циклические режимы, интерпретация моделей

Исследования выполнены в рамках проектов РФФИ 14-07-00066, 15-07-01230.

ВВЕДЕНИЕ

После построения любой теоретической модели часто возникает вопрос о мере сходства математических предсказаний с реальным развитием событий в конкретных случаях развития популяционных процессов. Идеи математической теории борьбы за существования В. Вольterra привели Г. Гаузе к известному в экологии принципу конкурентного исключения, однако при изучении хищничества Гаузе не удалось увидеть в опытах циклических колебаний численности двух видов подопытных организмов [1]. Японскому энтомологу С. Утиде [2] удалось получить флуктуации в лабораторных популяциях жука и паразитической осы, но с непостоянным периодом и заметно колеблющейся амплитудой, что экспериментатором был сделан вывод о невозможности получить описание динамики из решений системы дифференциальных уравнений. В некоторых работах ссылаются на результаты Утиды как на подтверждение системы «хищник-жертва», однако существуют принципиальные отличия систем репродуктивного паразитизма и хищника и жертвы, но во многих работах они почему-то рассматриваются

Переварюха Андрей Юрьевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории Прикладной информатики и проблем информатизации общества. E-mail: madelf@pisem.net

как тождественные модели и их флуктуации априори считаются эквивалентными.

Иногда даже имея данные статистики об объекте моделирования нельзя ни подтвердить, ни опровергнуть адекватность модели, одна из причин в том, что разные функциональные итерации могут демонстрировать сходные режимы поведения. Во-вторых, данные полученные от наблюдения популяции в стационарном состоянии и при некотором переходном режиме могут совершенно по-разному интерпретироваться, хотя подчиняться одной и той же зависимости. В статье мы рассмотрим особенности восприятия данных наблюдений о промысловых популяциях, когда их способность к самовосстановлению предполагается в значительной мере обусловленной нелинейной зависимостью эффективности воспроизводства от численности нерестового запаса.

ДААННЫЕ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Рассмотрим ситуацию, когда информация о популяционных процессах для конкретной экосистемы имеется и ставится задача разработки модели обладающей прогностическими возможностями. Естественно заметить, просто данных для построения модели недостаточно, необходимо биологическое обоснование для формализации исследуемого процесса. Существует множество классификаций моделей, но

именно лежащее в основе математической модели теоретическое обоснование с точки зрения предметной области позволит классифицировать и сравнивать модели между собой, а главное принципиально их модернизировать. Результаты исследования модели аналогично обязаны получить обоснование в рамках биологической проблематики.

Если имеются данные и уже существует модель, разработанная на основе явных представлений о причинно-следственных связях в развитии процесса, то возникает задача настройки модели согласно имеющимся данным. Однако, данные были получены об объекте, находящемся в определенном состоянии и испытывающим внешнее, как говорят математики «управляющее» воздействие. Если объект не лабораторная популяция, и мы не можем произвольно управлять её состоянием, то хорошо бы точно знать тип состояния, в котором находился объект, о котором собрана статистика.

Обратимся к работам по исследованию процесса формирования пополнения популяций рыб. Основополагающие работы в этой области моделирования изначально отличались большей практической направленностью, так как они основывались на имеющихся данных по различным популяциям, которые приводятся в виде графиков. После появления известных моделей (ихтиологи называют их кривыми воспроизводства) Рикера, Кушинга или Бивертон-Холта формализующих компенсационную зависящую от плотности смертность молоди рыб нужно было разработать методы для настройки параметров кривых по данным. Можно сказать, что подобные двухпараметрические модели не так сложны, однако они могут включаться в состав объемных многокомпонентных моделей ихтиоценозов, как например В.В. Канторина для омуля оз. Байкал [3], Михайлова В.В., Решетникова Ю.С. для сига оз. Севан [4], и в качестве ведущих нелинейных членов определять их качественное поведение.

В разработке модели водного сообщества в [5] бифуркационным параметром для длиннопериодических колебаний оказался рост скорости пополнения зоопланктона, но не исключено что не единственно возможным.

Задаче подбора значений параметров посвящен один и разделов книги Рикера [6], где предложены возможные способы оценки. Для построения кривых воспроизводства предлагались довольно сложные преобразования исходных данных наблюдений. Исследователи склонны проявлять изобретательность, когда ставят цель подтвердить их теоретические предположения. Рикер логарифмировал предложенную им функцию $f(S) = aS \exp(-bS)$ вычисления полонения R от запаса S следующим образом:

$$\ln R - \ln S = \ln a - bS$$

и далее строил кривую с использованием регрессии $\ln R / S$ на S для геометрической и арифметической средней, как показано на рис. 1 для норвежской трески, но ни одна из линий регрессии на этом графике не отвечает опытным данным. Однако, если прочертить траекторию, то станет видно, как популяция под воздействием какого-то важного фактора после 1948 г. переместилась из устойчивого стационарного состояния в неустойчивое равновесие. Эффективность воспроизводства после 1949 г. резко падала, потом столь же резко возросла, описав петлю, вышла к минимальному за время наблюдению значению. Далее промысловый запас по видимому деградировал (ряд данных заканчивается 1960 г.).

На графиках рис. 1 искалась именно куполообразная кривая, но вероятно реальная зависимость с такой динамикой выглядит сложнее. Мы можем предложить альтернативную модельную зависимость родительского запаса и восполнения для рассмотренной Рикером ситуации промысла трески с двумя экстремумами максимумами, один из которых образует пологий купол и содержит

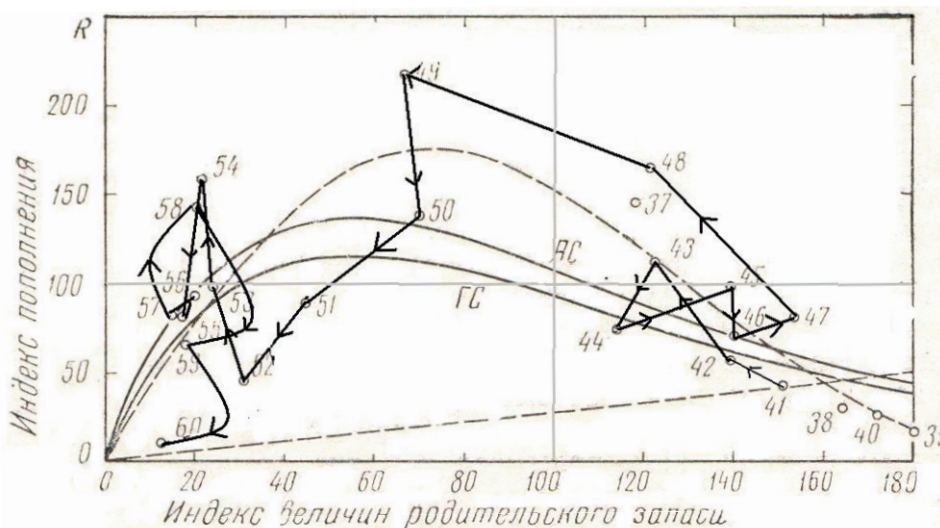


Рис. 1. Поиск зависимости Рикером по линиям регрессий с добавленной траекторией

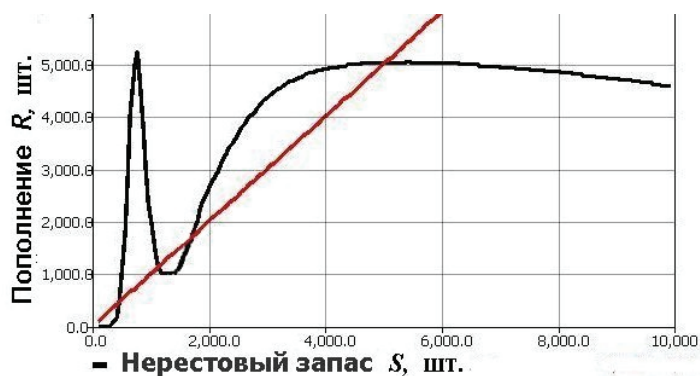


Рис. 2. Модельная зависимость с пиком и пологим куполом

притягивающую стационарную точку, а другой резкий пик между нетривиальными стационарными точками равновесия (рис. 2). Положение минимума может определяться дополнительными внешними факторами, вызывающими масштабирование кривой вдоль оси ординат и соответственно появится вероятность притяжения траектории к тривиальному равновесию точке 0,0.

Трудно предложить общую методику анализа статистики наблюдений за популяцией, рассматриваемой как естественная динамическая система, но находящейся за период наблюдений в различных режимах изменения состояния, например после селективного перелова. Обсуждение реальных наблюдений по теории формирования пополнения показывает, что проявление искомой зависимости гораздо в большей степени свойственно анадромным рыбам. Осетровые и крупные лососевые отличаются по продолжительности жизненного цикла, но сходны по экологическим условиям нерестовой миграции на ограниченные по площади пригодные пресноводные нерестилища.

Другой замечательный пример попытки построения кривой воспроизводства Рикера по детерминированным данным на рис. 3 интересен с точки зрения нелинейной хаотической динамики [7]. По оси абсцисс запас, по ординат пополнение и очень разумно оставлены даты соответствующие значениям на графике. Обратим внимание, что точки в плоскости запас×пополнение лежат точно по стрелкам траектории, проведенным нами от биссектрисы координатного угла геометрического места стационарных точек (диаграмма движения точек «лестница Ламерея»), так как это данные о численности тихоокеанской горбуши с двухлетним жизненным циклом. У некоторых лососёвых рыб существуют так называемые «четные» и «нечетные» стада, которые приходят на нерест соответственно в четные и нечетные годы, фактически размножающиеся отдельно разные популяции, взаимно конкурирующие. Численность четных и нечетных стад может значительно отличаться и в некоторых нерестовых реках одного из стад горбуши может не быть совсем. Для горбуши иногда отмечаются весьма

резкие изменения численности производителей. Судя по траектории на таком графике мы предположим, что зависимость опять неунимодальная, но нет нетривиальной стационарной точки левее пика, ветвь кривой лежит ниже биссектрисы, и более того все возможные стационарные точки возле пика неустойчивы. Аperiodическая динамика может реализовываться за счет интервального аттрактора, третьего типа по классификации предельных асимптотических множеств для итерационных систем Дж. Гукенхаймера.

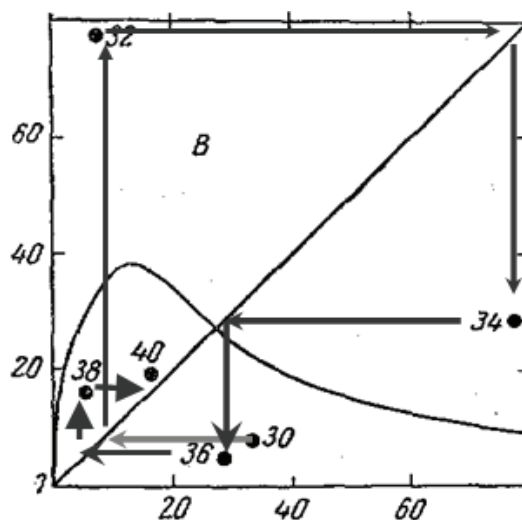


Рис. 3. Данные и попытка их аппроксимации кривой воспроизводства

Динамика системы начиная с точки 1930 г. по имеющимся данным в строгом смысле аperiodическая. Однако, нарисованная аппроксимационная кривая обладает единственной стационарной точкой пересечения с биссектрисой, которая, судя по приведенному графику, должна быть устойчивой под действием итераций, так как наклон касательной к кривой в точке пересечения явно меньше $\pi/4$. Колебаний с большой амплитудой такая кривая предсказывать не может, так как точки должны были бы группироваться в некотором ограниченном радиусе от биссектрисы координатного угла или демонстрировать стягивание, т.к точка 34 отображается прямо на пересечение.

В работах Рикера ничего не сказано, что параметры моделей не равноценны по значимости при рассмотрении их влияния на структуру фазового портрета динамической системы. В предыдущей работе [8] мы отмечали бифуркационные изменения поведения модели Рикера, но в действительности эти свойства относятся к целому классу дискретных отображений, к которому относится и проведенная Рикером на рис 3. аппроксимационная кривая. К тому же типу отображений относится и модель Дж. Шепарда, как и совсем не имеющие отношение к популяционной динамике тригонометрическое отображение $x_{n+1} = \lambda \sin \pi x_n$. Модель Бивертон-Холта имеет совершенно другое качественное поведение: без циклов. Данные о четной популяции горбуши заставляют усомниться в том, что для нее существует зависимость пополнения и запаса с единственным максимумом, так динамика точек не характерна даже для случая образования хаотического аттрактора в результате накопления каскада удвоенных циклов.

ПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ 2ⁿ-ЦИКЛОВ И ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ

Как известно в моделях Рикера и Шепарда существует возможность появления при бифуркациях циклов всех степеней 2, в результате бесконечного каскада таких удвоений поведение

траектории хаотизируется. Но трактовка параметров, при которых увеличении которых происходят бифуркации удвоения периода, в этих двух моделях диаметрально противоположна. На рис. 4. цикл из четырех периодических точек модели Рикера, между двумя верхними и нижними точками ранее была одна точка, которая раздвоилась, но порядок обхода из верхней ветви в нижнюю и обратно сохраняется при всех удвоениях.

Обнаружение универсального характера образования циклов было воспринято с позитивной стороны подтверждением предсказательных возможностей таких моделей для популяций с неперекрывающимися поколениями, начиная с работ Р. Мэя [9], и такое мнение продолжает доминировать среди математиков. Цикличность свойственна ряду природных популяций. Особенно выражены циклические изменения численности у грызунов субарктической зоны. Помимо длины циклы различаются взаимным расположением точек, и как мы видим у полевки *Myodes rufocanus* рис. 5, это монотонные перестановки с явным пиком в конце 4-летнего периода, и в конце сдвиг к 5-летнему.

Согласно модельным циклам периода 2ⁿ не будет периодов депрессии и промежутков высоких уровней. Для отдельных популяций лососевых свойственны длиннопериодические циклические колебания с постепенным приближением к наибольшим значениям (рис. 6). В

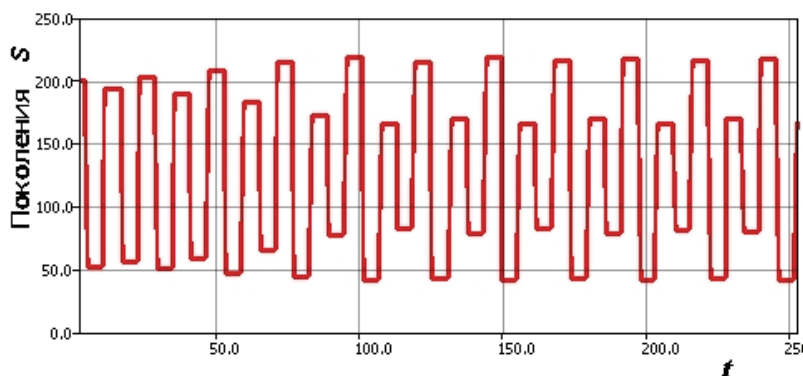


Рис. 4. Цикл периода 2² возникший в модели Рикера

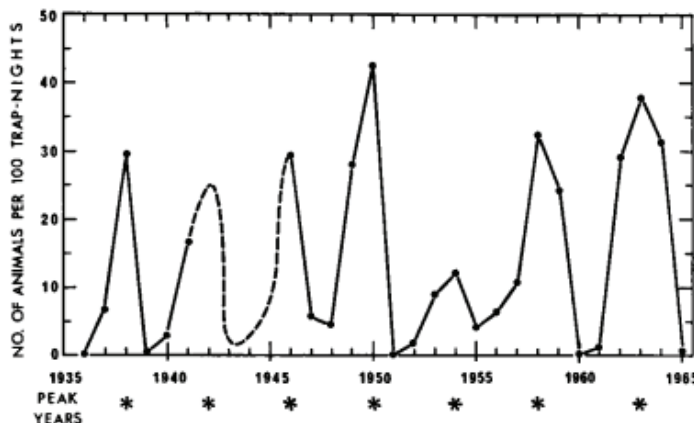


Рис. 5. Реальная 4-летняя цикличность популяции полевки из [10]

дискретных итерациях получить такую динамику проблематично, например нами предложен принудительный способ: вводить специальные триггерные функционалы редуцирующие «по ходу» число стационарных точек. Трудно предложить модель для пологого «соскальзывания» с пика как на рис. 6, эта ситуация сложнее резкого обрыва после вспышки численности насекомых. Можно вводить какой-либо циклически изменяющийся фактор внешнего воздействия, например для объяснения использовались 11-летние циклы солнечной активности. В таком определенном силами из внешнего мира случае зависимость пополнения и нерестового стада лучше описывать дробно-линейной гиперболической кривой, но что делать с дополнением, если мы очевидно наблюдаем на графиках данных наличие экстремумов?

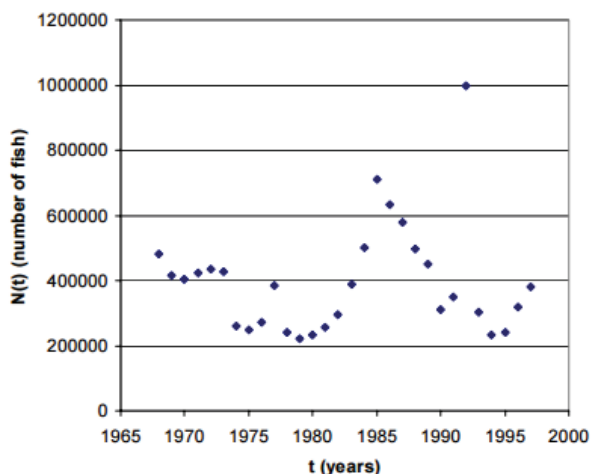


Рис. 6. Динамика нереста лосося (все виды) в Snake River, Канада

Для насекомых фитофагов встречается усложненная динамика, когда раз за разом периоды длительной депрессии вредителя сменяются переходом к флуктуациям с большой амплитудой и высокой средней за период численностью. Существующие гипотезы объясняет это воздействием распространения вирусных инфекций [11].

Для динамических систем после образования хаотического аттрактора наблюдается возникновение периодических окон, в том числе нечетных периодов. Перед тем как перейти устойчивому циклу реализуется режим перемежаемости, когда длительное почти периодическое поведение прерывается аperiodическими интервалами. Можно было бы говорить о популяционном истолковании подобного поведения траектории, однако амплитуда непериодических флуктуаций при перемежаемости наоборот уменьшается (стрелкой на рис. 7) по сравнению с амплитудой почти циклического движения.

Монотонные циклы, как следует из теоремы Шарковского, тоже могут возникать в рассмотренных моделях, но только когда значение управляющего репродуктивного параметра уже намного больше того, при котором появляется хаотическое движение.

ПОПУЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА И КРИТЕРИИ СИНГЕРА

Будем рассматривать отображение класса гладкости C^2 отрезка прямой R^1 в себя задаваемой функцией $f(x)$, которая будет интерпретироваться как связь между нерестовым стадом и образовавшимся пополнением у рыб неперекрывающимися поколениями. Пусть неподвижная точка отображения зависит от нескольких параметров:

$$x^* = x^*(a, b), \text{ но } f'_x(x^*) = p(a),$$

$$f'(x) \neq 0 \text{ если } x \neq c, f''(c) \neq 0$$

и пусть для $f(x; x \neq c)$ всюду определен дифференциальный инвариант Шварца:

$$S_f = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2} \left(\frac{f''(x)}{f'(x)} \right)^2.$$

В случае функции Рикера имеем:

$$f'(x) = ae^{-bx}(1-bx),$$

$$f''(x) = abe^{-bx}(bx-2),$$

$$f'''(x) = ab^2e^{-bx}(3-bx) \text{ и в общем виде:}$$

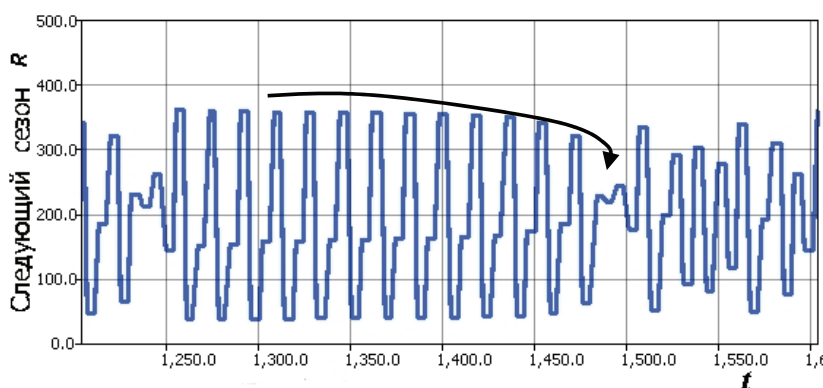


Рис. 7. Перемежаемость в модели рядом с возникающим циклом 3

$$f^{(n)}(x) = a(-1)^n b^{n-1} e^{-bx} (bx - n).$$

Получим оценку знака шварциана, сохраняющегося для всех $f(f(\dots(x)\dots)) \equiv f^n(x)$:

$$S_f = b^2 \frac{-b^2 x^2 + 4bx - 6}{2(1 - bx)^2} \text{ и очевидно } S_f < 0 \text{ для } x \in \mathbb{R}.$$

Стационарная точка функции Рикера зависит от двух параметров: $x^* = \ln a / b$, но критерий устойчивости однопараметрическая функция, и x^* теряет устойчивость при:

$$f'(x^*) = -1, \text{ где критерий устойчивости}$$

$$f'(x^*) = \frac{a(1 - \ln a)}{e^{\ln a}} = 1 - \ln a.$$

При $a = e^2$, $f'(x^*) = -1$ наблюдается следующая ситуация для второй итерации $f^2(x)$ в теряющей устойчивость стационарной точке x^* : $\frac{df^2(x^*)}{dx} = 1$,

$$\frac{d^2 f^2(x)}{dx^2} = \frac{df'(f(x))f'(x)}{dx} = f''(f(x))(f'(x))^2 + f'(f(x))f''(x),$$

$$\frac{d^2 f^2(x^*)}{dx^2} = f'(x^*)f''(x^*)(f'(x^*) + 1) = 0.$$

и шварциан $S_{f^2(x^*)} = \frac{d^3 f^2(x^*)}{dx^3}$.

Так как известно $S_{f^2} < 0$, а следовательно $df^2(x)/dx$ при $a = e^2$ имеет в x^* локальный максимум и таким образом происходит бифуркация, появляются устойчивые циклические точки, являющиеся стационарными точками для второй итерации. Очевидно, что отрицательный знак шварциана служит критерием для возможности реализации бесконечного каскада бифуркаций удвоения периода цикла, о важности которого для моделей математической биологии отмечалось автором ранее. Более того, это является следствием фундаментальной теоремы Д. Сингера [12], доказавшего, что отображение унимодальной функции с отрицательным дифференциальным инвариантом Шварца (критерии Сингера) S_f может иметь не более одной устойчивой траектории и эта траектория является ω -предельным множеством для критической точки $c: f'(c) = 0$.

Следовательно, предложенная Рикером биологическая модель с математической точки зрения классифицируется как SU -отображение, для которого выполняются условия теоремы Д. Сингера. Модель Рикера отличается от объектов, исследовавшихся Фейгенбаумом и в других работах по универсальности (обычно квадратичного полинома) наличием точки перегиба $f''(x_s) = 0$, $x_s = 2/b$ и точек, где обращаются в

ноль старшие производные. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \rightarrow 0$ означает, что хаотический аттрактор может увеличиваться неограниченно, так как не возникнет такого явления как граничный кризис аттрактора.

Не относятся к данному классу отображений дискретно-непрерывная модель, предложенная нами в [8] для анализа порогового эффекта в воспроизводстве истощенного промыслом и малочисленного в настоящее время стада волжского осетра. Для незнакопостоянности инварианта S_f достаточно получить зависимость с двумя точками c_1, c_2 такими что $f''(c_1) = f''(c_2) = 0$. Нарушение критериев Сингера совсем не означает, что динамика итераций зависимости обязательно будет тривиальной.

Иногда более успешно применяются виды зависимостей казалось бы не соответствующие наблюдаемой форме кривой, так в [13] отмечается что данные по уловам сибирского осетра в верховьях Оби приводят к куполообразной форме кривой с плоской вершиной, но выбрана автором и используется модель Бивертон-Холта – дуга гиперболы. В интересной работе [14] о прогнозировании достаточно парадоксального увеличения эффективности воспроизводства камчатского кижуча лучшее соответствие показала альтернативная модель (хотя к сожалению для нелинейщиков она уступила в рейтинге авторов [14] авторегрессионной) теории формирования пополнения Шепарда:

$$f(x) = \frac{ax}{1 + \left(\frac{x}{K}\right)^b},$$

где $a > 1$ интерпретируется аналогично модели Рикера, K так же, как и в известном дифференциальном уравнении П. Ферхюльста: лимитирующий фактор ограниченной емкости среды, степень воздействия которого определяется показателем b . Данная модель претендовала на универсальность в теории зависимости запаса и пополнения для рыб [15].

Рассмотрим модель Шепарда с точки зрения теории бифуркаций отображений на R^1 :

$$x^* = K \sqrt[b]{a - 1},$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{(K^b + x^b)aK^b - ab(Kx)^b}{(K^b + x^b)^2},$$

$$\frac{df(x^*)}{dx} = \frac{a - ba + b}{a} > 0 \text{ при } b < 1.$$

Теория универсальности нелинейных систем разработана только для однопараметрического случая [16]. Экспериментально установлено, что в ограниченном диапазоне значений параметра a , имеющих смысл, бифуркации удвоения периода возникают при изменении показателя степени $b \gg 1$. При $b < 1$ критических точек нет, при $b = 2$

функция имеет критическую точку $x=K$. Вторая производная в критической точке:

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -\frac{a}{4K},$$

и функция имеет максимум при данных условиях. В случае модели Шепарда мы имеем сложную параметрическую зависимость для аналитического анализа бифуркаций и так ихтиологическая практика ставит проблемы для математики.

Сущностная *популяционная интерпретация* нелинейных эффектов в моделях Рикера и Шепарда оказывается прямо противоположной. Рассмотрев изменение поведения модели Рикера, можно сформулировать гипотезу: увеличение репродуктивного потенциала популяции (переход к r -стратегии вида) приводит к флуктуациям численности до аperiodического характера. В реальности колебания свойственны не только и видам r -стратегам, но K -стратегам, так в национальном парке Крюгера ЮАР ведут борьбу с флуктуациями слонов. В модели Шепарда появление циклов периода 2^n происходит при увеличении действия лимитирующих факторов среды. Можно предположить: 1) одна из двух моделей принципиально неадекватна 2) каскад бифуркаций и ряд нелинейных эффектов (окна периодичности, перемежаемость, внутренний кризис хаотического аттрактора) для SU -отображений не имеет сущностной популяционной интерпретации.

Следствие 1. Функциональная зависимость, соответствующая условиям теоремы Сингера, будет выходить за пределы применимости в популяционной динамике при непредсказуемых интервалах значений модельных параметров.

Следствие 2: Модель функциональной зависимости «запас-пополнение» не должна сохранять знакопостоянный шварциан, т.е. каскад бифуркаций должен останавливаться.

Параметр a характеризует репродуктивный потенциал, но это для популяций стабильная величина, плодовитость биологических видов имеет эволюционно сложившееся значение, и непонятен вопрос: почему она должна резко увеличиваться? Случай увеличения числа генераций за сезон нельзя описывать простым изменением a .

Для случая с осетром Каспия нам было важно рассмотреть в модели воспроизводства ситуацию приближения к минимальной для выживаемости численности нерестового стада, но как оказалось, подобные зависимости будут иметь и другие отличия динамики. Можно выдвинуть критерии, при соблюдении которых модель сохранит адекватность, если рассмотреть известный в популяционной биологии эффект Олли применительно к удельной скорости роста и дать интерпретацию величине $y = df(x) / dx$.

Предложим следующие условия, накладываемые на производную: не должна быть унимодальной функцией, а именно:

а) $y(x)$ должна достигать максимума на промежутке $(0,c)$;

б) иметь минимум на промежутке (c,d) , где $y(c) = 0, y(d) < 0$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$.

Таким образом, учет проявления на графике действия эффекта Олли, выражающегося в непропорциональном падении эффективности воспроизводства относительно сокращающегося нерестового запаса, практически расширит рамки возможности интерпретации результатов вычислительного моделирования.

Остается краеугольный вопрос, если применимы модели, для которых не наблюдается каскада бифуркаций, то как модельно интерпретировать данные о популяциях, явно характеризующихся циклической и аperiodической динамикой? Ответ состоит в отказе от условия единственности экстремума функции $f(x)$. В итерациях неунимодальных функций (имеющих более одного максимума воспроизводства) возможно возникновение интервальных «подковообразных аттракторов» с аperiodической динамикой ограниченной амплитуды. Дополнительно в отображениях с несколькими экстремумами возможно явление мультистабильности и практически стохастического выбора одного из альтернативных устойчивых состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принципы экологии часто не согласуются со свойствами математического аппарата. Чем больше видов в экосистеме, тем она стабильнее и продолжительное время сохраняет свое состояние. В тропическом лесу не происходит вспышек численности, не один вид не может стать доминирующим из-за напряженности конкуренции за ресурсы. При увеличении размерности фазового пространства усложняется многообразие режимов поведения траектории динамических систем. Выводы, сделанные на основе численного исследования многих абстрактных моделей, диктуются фундаментальными свойствами математических объектов. В моделях систем, описываемых тремя дифференциальными уравнениями возможно возникновение странных хаотических аттракторов двух типов: бабочки Лоренца или волчка Рёслера. В системах из четырёх уравнений может наблюдаться уже появления так называемого «гиперхаоса», когда изначально близкие траектории могут экспоненциально разбегаться сразу в двух направлениях. Включение в уравнение запаздывания аналогично усложняет вид флуктуаций. В дискретной динамике запаздывание можно рассмотреть, если перейти к непрерывно-событийному описанию репродуктивного процесса и учесть запаздывания не для всей популяции как

в варианте модели из [17], а только для одной из стадий развития анадромных рыб.

Многообразие режимов поведения нелинейной модели трудно втиснуть в ограниченные рамки сущностной интерпретации, если модель не абстрактная, но строится исходя из реального состояния промысловой популяции. На этапе разработки модели исследователь не может предполагать всех странностей её динамики. В то же время анализ экспериментальных данных без учета основ нелинейной динамики приводит противоречивым результатам, как установлено на примерах из работ в области модельного исследования динамики популяций рыб. В работе показано, как выработка определенных критериев, накладываемых на модели конкретной предметной области, может упростить проблему объяснения полученных результатов. Интересным способом улучшения практических результатов моделирования видится сценарный подход, подразумевающий сравнительное сопоставление сразу серии управляемых вычислительных экспериментов по отношению к изменяемому внешнему параметру.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гаузе Г.Ф. О законах накопления биомассы в смешанной культуре двух видов дрожжей // Известия Академии наук СССР. 1933. № 10. 1465–1467
2. Utida S. Cyclic Fluctuations of Population Density Intrinsic to the Host-Parasite System // Ecology. 1957. Vol. 38. P. 442–449.
3. Конторин В.В. Математическое моделирование популяции байкальского омуля. М.: 1980. 208 с.
4. Михайлов В.В., Решетников Ю.С., Щеголев А.Г. Имитационная модель рыбной части сообщества озера Севан // Проблемы автоматизации научных и производственных процессов. Л.: Наука, 1985. С. 56–61.
5. Бобырев А.Е., Бурменский В.А., Криксунов Е.А., Медвинский А.Б., Нуриева Н.И., Русаков А.В. Долго-
- периодные эндогенные колебания численности популяций рыб. Математическое моделирование // Биофизика. 2013. Т. 58. № 2. С. 334–348.
6. Пукер У.Е. Методы оценки и интерпретации биологических показателей популяций рыб. - М.: Пищевая промышленность, 1979.
7. Ricker W.E. Two mechanisms that make it impossible to maintain peak period yields from stocks of Pacific salmon and other fishes // Journal of the Fisheries Research Board of Canada. 1973. Vol. 30. P. 1275–1286.
8. Переварюха А.Ю. Моделирование порогового эффекта в эффективности воспроизводства волжской популяции осетра // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16. № 5-1. С. 548–553.
9. May R.M. Qualitative Stability in Model Ecosystems // Ecology. 1973. Vol. 54. P. 638–641.
10. Krebs C.J., Myers J.H. Population Cycles in Small Mammals // Advances in Ecological Research. 1974. Vol. 8. P. 267–399.
11. Anderson R., May R.M. Infectious Diseases and Population Cycles of Forest Insects // Science. 1980. Vol. 210. № 4470. P. 658–661.
12. Singer D. Stable orbits and bifurcations of the maps on the interval // SIAM journal of applied math. 1978. V. 35. P. 260–268.
13. Журавлев В.Б. К методике изучения численности популяций редких и исчезающих видов рыб // Вестник Новосибирского государственного аграрного университета. 2012. Т. 2. № 23-2. С. 20–27.
14. Фельдман М.Г., Шевляков Е.А., Зорбиди Ж.Х. Прогнозирование подходов лососевых (на примере кижуча западной Камчатки) с использованием моделей экстраполяции временных рядов и моделей «запас-пополнение» // Исследования водных биологических ресурсов Камчатки и северо-западной части Тихого океана. 2014. № 34. С. 87–106.
15. Sheperd J.G. A versatile new stock-recruitment relationship for fisheries, and the construction of sustainable yield curves // J. Cons. Intern. Explor. Mer. 1982. V. 40. P. 67–75.
16. Collet P., Eckmann J., Lansford O.E. Universal properties of maps of an interval // Gomm. Math. Phys., 1980, Vol. 76, №3, p. 211–254.
17. Михлин Л.С. Об устойчивости одной нелинейной модели с запаздыванием // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2. № 1. С. 65–70.

ANALYSIS OF SIMULATION PRACTICE OF REPRODUCTION OF FISH AND NONLINEAR INTERPRETATION FOR STATISTICS OBSERVATION

© 2016 A.Yu. Perevaryukha

St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences

In this article we consider the problem of establishing compliance with the observed evolution of the reality of commercial fish populations and possible modes of behavior of the trajectories of discrete dynamical systems. Many applied population models with qualitative changes of behavior operate on a not interpretable in terms of the ecology of the species characteristics, as a sign of the third derivative of the second iteration of the function of reproduction at the time of the loss of stability of the stationary point. In the examples shown, the statistical approximation of observational data leads to addiction, which excludes the reality of the observed behavior of the population. We discussed criteria that can be used when analyzing the results of computational modeling in terms of biological relevance. It is assumed that the rate of change in the number of models must be an interval of negative values, and reproduction curve for at least two nontrivial stationary points. Taking into account existing environmental impact Allee models will contribute to a better interpretation of the essential, differentiation occurring in discrete iterative systems of nonlinear effects and will introduce the concept of a critically low number of fishing populations. Such models may have aperiodic dynamics of alternative species in the interval attractor.

Keywords: population dynamics, nonlinear and cyclic regimes, interpretation of biological models.

Andrey Perevaryukha, Candidate of Technics, Senior Research Fellow at the Laboratory of Applied Informatics and Society Informatization Problems. E-mail: madelf@pisem.net