УДК 62-50

# САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ АЛГОРИТМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ И СЛЕЖЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ ПРИ СТЕПЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

© 2016 В.Е. Вохрышев, А.С.Бакланов

Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 23.01.2016

Предложены и исследованы самонастраивающиеся алгоритмы и структура системы автоматического управления динамическими объектами, обеспечивающие стабилизацию и слежение при степенных задающих и возмущающих воздействиях общего вида с нулевой статической ошибкой. Сущность реализации предложенного метода устранения статической ошибки заключается в автоматическом масштабировании задающего воздействия. Приведены результаты компьютерного моделирования, подтверждающие формальные аналитические расчеты.

*Ключевые слова:* стабилизация, слежение, статическая ошибка, степенные задающие и возмущающие воздействия.

Одна из актуальных проблем теории и практики управления динамическими объектами заключается в синтезе и разработке простых и практически эффективных законов, алгоритмов управления и структур автоматических систем, обеспечивающих согласование с целями управления необходимых показателей качественных характеристик процессов в переходном и установившемся режимах работы объектов.

Управляемая выходная переменная объекта $x(t)$ зависит как от задающего $x_0(t)$ и возмущающих воздействий $f_i(t)$, $i=1,2...$, так и от предначальных значений фазовых координат, определяющих свободное движение объекта. При этом переменная $x(t)$ должна быть инвариантной к возмущениям *f(t)* и ковариантной с заданием $x_0(t)$ [1]. В соответствии с принципом двухканальности Б.Н. Петрова реализация абсолютной инвариантности предполагает необходимость измерения возмущений и возможность формирования дополнительных каналов их передачи. Неопределенность воздействий и неадэкватность моделей истинному порядку системы дифференциальных уравнений, описывающих реальный объект автоматизации, делают абсолютную инвариантность практически недостижимой.

Поэтому говорят об абсолютной селективной инвариантности, при которой обеспечивается нулевая установившаяся реакция динамической системы на конкретные типы задающих и возмущающих воздействий [1, 2].

В данной статье исследуются самонастраивающиеся системы управления линейными и нелинейными объектами, обеспечивающие нулевую установившуюся реакцию на степенные воздействия методом автоматического масштабирования задания. Необходимость решения подобных задач возникает также в системах стабилизации и слежения за подвижными объектами.

Для управляемой замкнутой линейной стационарной системы с передаточной функцией $W(s)$ изображение по Лапласу переменной *x(t)* имеет вид [1]:

$$X(s)=W(s)X_0(s)+\sum_{i=1}^{r}W_{f_ix}(s)F_i(s)+\frac{A_н(s)}{A(s)};$$

где $X_0(s)$ и $F_i(s)$ изображения входного и возмущающих воздействий, $W_{f_ix}(s), i=1,r$ – передаточные функции системы по возмущениям, $A_н(s)$ – полином, который определяется предначальными условиями переменных состояния, $A(s)$ – характеристический полином передаточной функции замкнутой системы.

Изображение ошибки для произвольных воздействий при нулевых начальных условиях запишется следующим образом

$$E(s)=W_e(s)X_0(s)+\sum_{i=1}^{r}W_{ef_i}(s)F_i(s)\ , \quad (1)$$

где $W_e(s)$, $W_{ef_i}(s)$, $i=1,r$ – передаточные функции системы по ошибке, связывающие зависимость *E(s)* от задающего и возмущающих воздействий.

Предельное значение реакции системы на эти воздействия может быть определено по теореме о конечном значении оригинала:

$$\underbrace{\lim}_{t\to\infty}e(t)=s\underbrace{\lim}_{s\to 0}sE(s)\,. \quad (2)$$

Известны способы расчета и подавления установившейся реакции системы на задающие и возмущающие воздействия определенного типа [1, 3, 4, 5] (постоянные воздействия - $X_0(s)=\dfrac{x_0}{s}$, $F(s)=\dfrac{f_0}{s}$, степенные воздей-

*Вохрышев Валерий Евгеньевич, доктор технических наук, профессор. E-mail: vohr3@yandex.ru*
*Бакланов Александр Сергеевич, аспирант. E-mail: sasha89bas@yandex.ru*

ствия общего вида $X_0(s)=\sum_{\upsilon=1}^{\upsilon}\frac{a_\upsilon}{s^\upsilon}$, $-F(s)=\sum_{\lambda=1}^{\lambda}\frac{f_\lambda}{s^\lambda}$, $\upsilon=1,2,...,n$; $\lambda=1,2,...,r$, воздействия в виде суммы экспонент и другие ).

Если передаточные функции по задающему и возмущающему воздействиям имеют $k$-кратный нулевой корень, а, например, изображения по Лапласу задающего или возмущающего воздействий - $m$-кратный нулевой полюс, то предельное значение ошибки системы на эти воздействия может быть определено следующим образом:

$$e_{уст}=\underbrace{\lim}_{s\to 0} sW_e(s)\frac{s^k x_{0m}}{s^{m+1}},$$

или

$$e_{уст}=\underbrace{\lim}_{s\to 0} sW_{ef}(s)\frac{s^k f_m}{s^{m+1}}. \qquad (3)$$

При $k>m$ – в системе нулевая статическая ошибка; при $k=m$ – установившаяся реакция постоянна; при $k<m$ – система теряет работоспособность. При степенных воздействиях общего вида количество $k$-кратных нулевых корней в передаточной функции разомкнутой системы должно быть не менее $n$, что требует для устранения статической ошибки повышения астатизма основного контура, и, как следствие, решения проблем устойчивости и преодоления трудностей, связанных с физической реализуемостью системы.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается управляемая замкнутая линейная стационарная система с передаточной функцией $W(s)$, так что $X(s)$ определяется выражением (1). При этом входное - $X_0(s)$ и возмущающие воздействия $F_i(s)$ изменяются по степенному закону общего вида -

$$X_0(s)=\sum_{i=0}^{n}\frac{a_i}{s^i},\ F_i(s)=\sum_{i=0}^{n}\frac{b_i}{s^i}\ \ A_н(s)=0.$$

Требуется построить управление, обеспечивающее: $e_{уст}=0$.

Задача решается методом автоматического масштабирования входного воздействия [4, 5] через организацию контура самонастройки с сигнальной адаптацией так, как это представлено на рис.1.

Пусть основной контур структуры рис.1 не содержит интегрирующих элементов, а в качестве исполнительных элементов, для простоты анализа, используются устройства с передаточными функциями $W_i(s)=\frac{k_i}{s}$, $i=1,2,...,n$, реализующие функцию интегрирования входных величин. Тогда для структуры рис. 1:

$$X(s)=\frac{X_0(s)W_{раз}(s)\left(1+\frac{1}{s^n}\sum_{m=0}^{n-1}\prod_{i=1.}^{n-m}k_i s^m\right)+W_o(s)F(s)}{1+\left(1+\frac{1}{s^n}\sum_{m=0}^{n-1}\prod_{i=1.}^{n-m}k_i s^m\right)W_{раз}(s)}, \qquad (4)$$

где $W_{раз}(s)=W_p(s)W_o(s)$, а $W_p(s)$ и $W_o(s)$ – соответственно передаточные функции регулятора и объекта, $k_i$, $i=1,n$ - постоянные коэффициенты. При устойчивом основном контуре и настройках исполнительных элементов, обеспечивающих сходимость процессов в замкнутой системе рис.1, статическая ошибка будет равна нулю. Действительно, после несложных преобразований уравнения (4) с учетом (2) следует:

$$e_{уст}=\underbrace{\lim}_{s\to 0} s\frac{W_{раз}(s)X_0(s)+W_o(s)F(s)}{1+\left(1+\frac{1}{s^n}\sum_{m=0}^{n-1}\prod_{i=1.}^{n-m}k_i s^m\right)W_{раз}(s)}=0.$$

Понятно, что при астатическом основном контуре системы, количество исполнительных

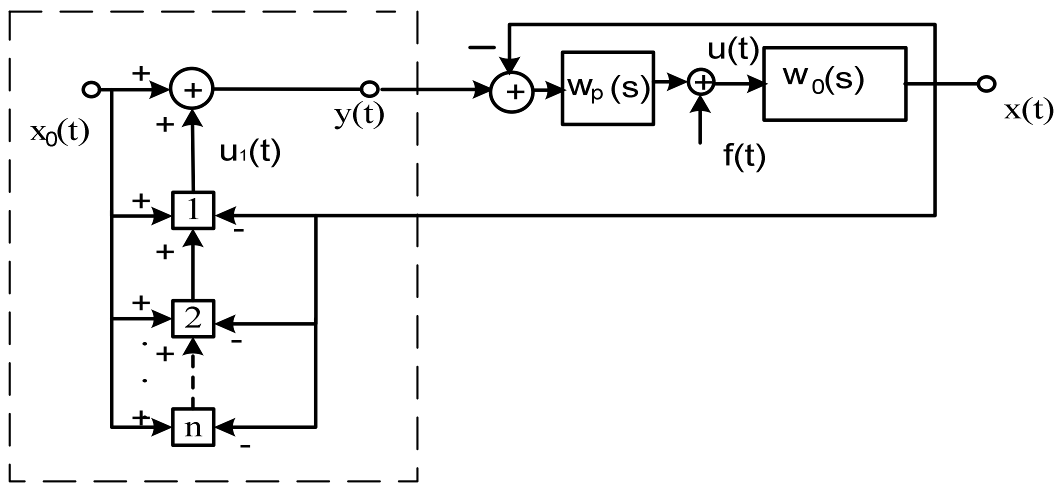


**Рис. 1.** Структура самонастраивающейся системы:
$W_p(s)$, $W_o(s)$ – передаточные функции регулятора о объекта, 1,2,...,n исполнительные элементы, $x_0(t)$ - задание, $x(t)$ – регулируемая переменная, $u(t)$ и $u_1(t)$ – управления, $f(t)$ – возмущение

элементов в структуре рис.1 уменьшается на степень его астатизма, а сами исполнительные элементы могут выполнять дополнительно функции усиления, дифференцирования и другие.

В системах стабилизации и слежения, помимо устранения статической ошибки и обеспечения асимптотической устойчивости, возникают также задачи синтеза законов и алгоритмов управления u(t) и $u_1$(t) (рис.1), гарантирующих заданную точность в переходном режиме, предельное быстродействие и другие показатели, наилучшим образом согласующиеся с целями функционирования объекта [6,7,8].

Ниже, в качестве иллюстрации работоспособности структуры рис. 1 и операторов преобразования информации, приведены примеры синтеза управления линейными и нелинейными объектами и их исследование методом компьютерного моделирования. Некоторые результаты экспериментов представлены на рис. 2 и 3.

### ПРИМЕР 1

Объект имеет передаточную функцию $W_o(s)=\dfrac{0.5}{(s+1)(0.5s+1)}$, а изображения воздействий - $F(s)=\dfrac{0.1}{s}+\dfrac{1.25}{s^3}$, $X_0\ (s)=\dfrac{0.5}{s}+\dfrac{1}{s^2}+\dfrac{2}{s^3}$, $A_н\ (s)=\dfrac{0.1s}{0.5s+1}$.

Синтез оптимального регулятора основного контура системы осуществлен с использованием критерия $J=\int\limits_0^t(e^2(t)+T^2\dot{e}^2(t))dt$, обеспечивающего апериодические переходные процессы в основном контуре при ступенчатых воздействиях, где $e(t)$ и $\dot{e}(t)$ - ошибка и ее производная, $T$ – постоянный коэффициент, равный в данном эксперименте 0.25, так что $W_p(s)=6+2s+\dfrac{4}{s}$, а параметры управления исполнительных элементов $W_1(s)=2+\dfrac{8}{s}, W_2(s)=\dfrac{8}{s}$ – назначены из условия гурвицевости характеристического полинома замкнутой системы.

### ПРИМЕР 2

Рассматривается задача управления движением центра масс подвижного объекта, поведение которого описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [7, с. 129]:

$$\dot{x}_1=x_2,\quad \dot{x}_2=ax_3+bx_3^3,\quad \dot{x}_3=-wx_3+cu, \qquad (3)$$

где $x_1=\Delta h$ – координата центра масс,
$x_2=\Delta\dot{h}(t)$, $x_3=\delta$ – отклонение управляющего органа,
$a,b,c,w$ – постоянные коэффициенты.

Синтез управления основного контура методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов [8] на основе сопровождающего функционала

$$J=\int\limits_0^\infty(c^2\dot{\psi}^2+m^2\psi^2)dt$$

с макропеременной вида

$$\psi=k_1x_1+k_2x_2+x_3, \qquad (4)$$

при $c=m=1$ приводит к следующему соотношению:

$$u=-\left[k_1x_1+(k_1+k_2)x_2+k_2(a+bx_3^2)x_3\right]. \qquad (5)$$

Управление $u$ переводит объект из произвольного начального состояния на притягивающее многообразие (4) с последующим устойчивым

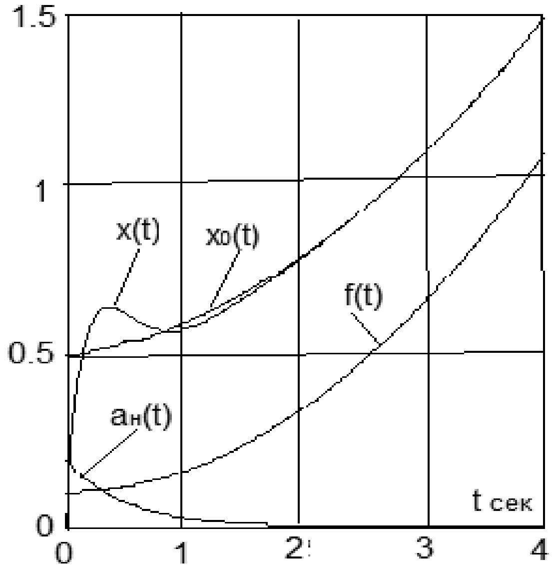


**Рис. 2.** Процессы в системе стабилизации и слежения:
$x_0(t)$ – задание, $x(t)$ – регулируемая величина, f(t)– возмущение, $a_н$(t) – возмущение на выходе объекта

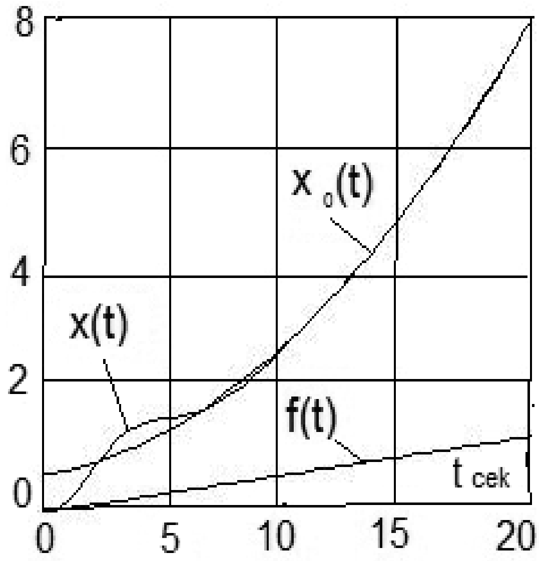


**Рис. 3.** Процессы в нелинейной системе:
$x_0(t)$ – задание, $x(t)$ – регулируемая величина, f(t) – возмущение

движением вдоль него в заданное конечное состояние по траектории, являющейся одним из решений системы дифференциальных уравнений (3) с управлением (5). Включение объекта (3) в структуру рис.1 позволяет обеспечить слежение за степенным входным воздействием с нулевой статической ошибкой в условиях действия возмущений того же класса. Результаты компьютерного моделирования системы управления представлены на рис. 3 при следующих параметрах объекта и управления: $a$=2, $b$=0.2, $c$=1, $w$=1, $k_1$=0.5, $k_2$=1.5. Задающее и возмущающее воздействия изменялись по законам: $x_0(t) = 0.5 + 0.05t + 0.05t^2$, $f(t) = 0.05t$, а $W_1(s) = 1.5 + \frac{0.5}{s}$, $W_2(s) = \frac{0.1}{s}$.

Графики процессов рис. 2 и 3 показывают, что управление в системах обеспечивает стабилизацию регулируемых координат $x(t)$ с одновременным слежением за их изменением с нулевой статической ошибкой.

## ВЫВОДЫ

1. Исследован новый подход к формированию операторов преобразования текущей информации о задающих, возмущающих сигнальных степенных воздействиях общего вида и регулируемых координат в системах автоматического управления, обеспечивающий нулевую установившуюся реакцию систем. Предложенный метод основан на автоматическом масштабировании входного воздействия и не требует повышения астатизма основного контура замкнутой системы, а также измерения возмущений.

2. Методом компьютерного моделирования выявлены качественные показатели процессов в линейных и нелинейных системах и их особенности в переходном и установившемся режимах работы при степенных воздействиях, которые согласуются с результатами аналитического анализа.

3. Исследованный метод компенсации статической ошибки в системах может быть использован также для ее устранения или уменьшения при произвольных воздействиях, для которых вдали от начальной точки процессов существенное значение имеет конечное число их производных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов / *С.Е.Душин, Н.С.Зотов и др.*; [под ред В.Б.Яковлева]. М.: Высшая школа, 2003. 567 с.
2. *Имаев Д.Х., Шестопалов М.Ю.* Реконфигурирование систем управления, подверженных сигналам неисправности // Всероссийская научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2015). Материалы конференции. Санкт-Петербург. 28-30 октября 2015 г. С.42-46.
3. *Якубович В.А.* Универсальные регуляторы в задачах инвариантности и отслеживания // Докл. Акад. наук СССР. 1995. Т. 343. №2. С. 172–175.
4. *Бакланов А.С., Вохрышев В.Е.* Робастные самонастраивающиеся линейные и нелинейные системы управления динамическими объектами с сигнальной адаптацией // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 6. С.66-70.
5. Пат. Российская Федерация. № 2505847. Самонастраивающееся устройство для устранения статической ошибки в автоматических системах стабилизации динамических объектов / *В.Е. Вохрышев.* Опубл. Бюл. 2014, 30.
6. Методы современной теории автоматического управления [под ред. К.А Пупкова, Н.Д Егупова].

Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.Т.5. 784 с.
7. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. Таганрог: ТРТУ, 1994. 343 с.
8. Современная прикладная теория управления. Ч.2. [под ред. А.А. Колесникова]. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 558 с.

## SELF-ADAPTING ALGORYTHMS OF STABILIZATION AND TRACKING IN THE SYSTEMS OF DIRECTION OF DYNAMIC OBJECTS WITH DEGREE INFLUENCES

© 2016 V.E. Vokhryshev, A.S. Baklanov

Samara State Technical University

The article researches self-adapting algorythm and structure of the system of automatic direction of dynamic objects, providing for stabilizing and tracking with degree initials and general zero statistic mistake revolting ( non-measurable) influences. The essence of the suggested approach consists in automatic scaling of initial influence in the process of eliminating the mistake which is proved by computer modeling of the analytical analysis.

*Keywords:* stabilization, tracking, statistic mistake, degree initials and revolting influences.

*Valery Vokhryshev, Doctor of Technics, Professor.*
*E-mail: vohr3@yandex.ru*
*Alexandr Baklanov, Graduate Student.*
*E-mail: sasha89bas@yandex.ru*