УДК 621.983:539.374

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

© 2016 Е.Н. Сосенушкин[1], В.А. Кадымов[2], Е.А. Яновская[1], А.А. Татаринцев[3], А.Е. Сосенушкин[1]

[1] Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
[2] Московский государственный гуманитарно-экономический университет
[3] Физико-технологический институт РАН, г. Москва

Статья поступила в редакцию 16.03.2016

В статье рассмотрены инвариантные характеристики напряженно-деформированного состояния, возникающего при выполнении различных операций обработки металлов давлением. Используя тригонометрическую форму представления напряжений и деформаций, на девиаторной плоскости представлены кинематическая и динамическая модели, соответствующие деформированному и напряженному состояниям, где траектории главных деформаций и главных напряжений представляются дугами окружностей, что свидетельствует о немонотонности процессов формоизменения.

Ключевые слова: *инвариант, девиатор, деформация, напряжение, модель, напряженно-деформированное состояние, устойчивость, пластическое течение*

В связи с тенденцией разукрупнения промышленных предприятий преобладающим типом производства продукции стал ее серийный и мелкосерийный выпуск [1-4], которые связаны с частой сменяемостью выпускаемой продукции, при этом относительно малый размер партии вступает в противоречие с высокой производительностью кузнечно-прессового оборудования [2]. Изменились и подходы к проектированию технологических процессов [1, 5-8], более востребованными стали групповые технологии изготовления [9-10], требующие классификации [11] и сведения изготавливаемых деталей в технологически однородные группы [12, 13] по конструктивно-технологическим признакам [14]. Кроме того, необходимы групповые штампы, отличающиеся универсальностью, возможностью быстрой смены рабочих элементов [15-19] в процессе переналадки с ориентацией на выпуск других объектов производства, а также пакеты штампов с разъемами в нескольких плоскостях [20-22]. Важной задачей остается повышение стойкости штампов [23, 24], что возможно за счет системного подхода [25], включающего правильный выбор инструментальных материалов [26], режимов их термообработки [27] и нанесение износостойких покрытий [28-30]. Требует совершенствования и модернизации используемое кузнечно-прессовое оборудование [31], а также проектирование и создание новых конкурентоспособных образцов [32-34] с учетом перечисленных требований. Все это способствует реализации разработанных новых инновационных технологий формоизменения [35-39], в том числе и нетрадиционных [40].

Сосенушкин Евгений Николаевич, доктор технических наук, профессор. E-mail: sen@stankin.ru
Кадымов Вагид Ахмедович, доктор физико-математических наук, профессор. E-mail: vkadymov@yandex.ru
Яновская Елена Александровна, кандидат технических наук, доцент. E-mail: elena_yanovskaya@bk.ru
Татаринцев Андрей Андреевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник. E-mail: tatarintsev@ftian.ru
Сосенушкин Александр Евгеньевич, аспирант. E-mail: yustarius@gmail.com

Объекты производства. В машиностроении большую номенклатуру составляют сплошные и полые детали различных форм и размеров, изготавливаемых с помощью формоизменяющих операций обработки металлов давлением (ОМД) [41-46]. Как правило, жесткие требования заказчика к точности и качеству таких изделий диктуют производителю необходимость более гибко подходить к выбору исходных материалов и, наряду с более дешевым горячекатаным прокатом, использовать, по возможности, прутковый или листовой металл, а также трубы, изготовленные холодной прокаткой, применяемый для процессов холодной штамповки [1].

Стремление повысить коэффициент использования металла (КИМ) способствует модернизации всего заготовительного производства, включая использование современных раскройных комплексов, ленточно-пильных станков и агрегатов, дающих возможность повысить качество исходных листовых и прутковых заготовок. Важным моментом в технологии холодной объемной штамповки (ХОШ) является подготовка поверхности заготовок к штамповочным операциям, включающая химическую обработку, вид которой зависит от состава сталей: при низком содержании легирующих элементов применяют фосфатирование, а при высокой концентрации, например, хрома и никеля – оксалатирование, а также известкование или обработку в растворе буры. Этим самым создают подсмазочный слой, хорошо удерживающий смазочный материал, в качестве которого используют мыло. Такая технология подготовки заготовок в дальнейшем уменьшает трение, что благоприятно сказывается на стойкости штампового инструмента и сводит к минимуму возможность появления брака. С этой точки зрения другим важным обстоятельством является обеспечение устойчивости протекания процессов пластического формоизменения [47-50]. Поэтому, прежде чем приступить к реализации технологического процесса ОМД, необходим такой этап подготовки, как компьютерное моделирование вариантов с выявлением особенностей кинематики течения металла, включая предварительную оценку напряженно-деформированного состояния и энерго-силовых параметров

[51, 52], с целью прогноза устойчивости пластического течения.

Виды нагружения в процессах ОМД. Как правило, технологические процессы ОМД нестационарны и реализуются в результате сложного нагружения при изменяющихся во времени механических схемах. При сложном нагружении в схемах деформации, отличающихся немонотонностью, направление траектории деформации, по меньшей мере, один раз изменяется на противоположное, сюда же относятся процессы дробного деформирования. Согласно положениям механики сплошной среды [53] для несжимаемого материала деформация материальной точки представляется как траектория движения радиуса-вектора в пятимерном пространстве независимых компонент тензора деформаций. Поэтому при сложном нагружении траектория, вычерчиваемая концом радиуса-вектора негладкая, имеющая изломы [54] или гладкая, но с кривизной. Поскольку длина линии нагружения является мерой накопленной деформации материальной точкой, то немонотонной деформации соответствует бóльшая ее величина, т.к. длина ломаной линии или гладкой кривой больше длины луча - радиуса-вектора. Стало быть, если немонотонное деформирование осуществить для большинства точек тела, то его форму можно изменять с бóльшей степенью деформации. Кроме того, при выборе процессов ОМД из ряда альтернатив следует отдавать предпочтение механическим схемам деформации, в которых преобладают сдвиги [55]. Обоснованием для такого выбора является оценка напряженно-деформированного состояния штампуемого металла, обеспечивающее немонотонное деформирование, и, вместе с тем, устойчивое протекание процесса формоизменения.

Обобщенное представление о напряженно-деформированном состоянии выделенного объёма или тела в целом (на макроскопической уровне) можно получить, ориентируясь на круговые диаграммы О. Мора [56, 57] для напряжений и деформаций, из которых следует экстремальность главных напряжений и главных деформаций. Независимо от выбранной системы координат напряженно-деформированное состояние оценивают безразмерными инвариантными характеристиками тензоров или девиаторов напряжений и деформаций.

Показатели напряженно-деформированного состояния. Из теории ОМД известны инвариантные характеристики, помогающие поставить в соответствие различным схемам напряженно-деформированного состояния количественные показатели. Рассмотрим наиболее популярные из них. Параметр Надаи-Лодэ является показателем схем напряженного или деформированного состояний. Для напряженного состояния он выглядит следующим образом [55]:

$$\nu_\sigma = \frac{27 I_3(D_\sigma)}{2\left(I_2(D_\sigma)\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = = \sqrt{3}tg\left(\varphi_\sigma - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}ctg\left(\varphi_\sigma + \frac{4}{3}\pi\right), \quad (1)$$

где φ_σ - угол вида напряженного состояния ($0 \leqslant \varphi_\sigma \leqslant \frac{\pi}{3}$), причем $\cos 3\varphi_\sigma = \frac{27 I_3(D_\sigma)}{2\sigma_i^3}$ [58]; $I_2(D_\sigma)$ - второй инвариант девиатора напряжений, характеризующий величину напряжений, вызывающих пластическое формоизменение; $I_3(D_\sigma)$, - третий инвариант девиатора напряжений, являющийся характеристикой вида напряженного состояния, вызывающего пластическое формоизменение; $\sigma_i = \sqrt{3I_2(D_\sigma)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}$ - интенсивность нормальных напряжений, являющаяся скалярной величиной.

Тот же показатель, но для схем деформированного состояния описан зависимостью [56, 57]:

$$\nu_\varepsilon = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - главные деформации.

Одна из форм связи напряженного и деформированного состояний деформируемого твердого тела выражается равенством соответствующих показателей $\nu_\sigma = \nu_\varepsilon$. При численном равенстве показателей Надаи-Лодэ $\nu_{\sigma(\varepsilon)} = -1$, реализуются механические схемы с преобладанием растяжения, при $\nu_{\sigma(\varepsilon)} = 1$ - схемы с ярко выраженным неравномерным сжатием и, наконец, при показателе $\nu_{\sigma(\varepsilon)} = 0$ - плоские механические схемы с преобладанием сдвига. Показатель жесткости схемы напряженного состояния [56]:

$$\eta = \frac{3\sigma_{cp}}{\sigma_i}, \quad (3)$$

где $\sigma_{cp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ - среднее нормальное напряжение или гидростатическое давление.

Кроме того, введены [55] безразмерные инвариантные характеристики, связывающие параметр Надаи-Лодэ (1) и показатель жесткости схемы напряженного состояния (3):

$$\psi = \frac{27 I_3(D_\sigma)}{\left(3I_2(D_\sigma)\right)^{3/2}} = \frac{27\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3}{\sigma_i^3} = = \left(\frac{3-\nu_\sigma}{3\sqrt{3+\nu_\sigma^2}} + \eta\right) \cdot \left(\frac{2\nu_\sigma}{3\sqrt{3+\nu_\sigma^2}} + \eta\right) \cdot \left(\eta - \frac{3+\nu_\sigma}{3\sqrt{3+\nu_\sigma^2}}\right), \quad (4)$$

а также энергозатраты на работу упругого изменения единицы объема, находящегося в условиях данной механической схемы деформации:

$$\Phi = \frac{18\xi A_0}{\sigma_i^2} = \eta^2, \quad (5)$$

где $\xi = \frac{E}{3(1-2\mu_p)}$ - объемный модуль упругости (E - модуль Юнга; μ_p - коэффициент Пуассона); $A_0 = \frac{3}{2}\sigma_{cp} \cdot \varepsilon_{cp}$ -работа упругого изменения единицы объема;

$\varepsilon_{cp} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3} = \frac{\sigma_{cp}}{3\xi} = \frac{\sigma_{cp}}{E}\left(1 - 2\mu_p\right)$ -величина средних деформаций.

Кинематическая модель. Построим на девиаторной плоскости диаграмму деформаций в виде «звезды» [59], которая будет отображать кинематическую модель деформированного состояния. Для этого рассмотрим в качестве координатных осей главные оси деформаций. Их расположение таково, что для любой точки плоскости с радиусом-вектором $\overline{\varepsilon}$ удовлетворяется условие несжимаемости:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0, \qquad (6)$$

где компоненты главных деформаций в тригонометрической форме представлены выражениями [58]:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_i \cos\varphi_\varepsilon; \ \varepsilon_2 = \varepsilon_i \cos\left(\varphi_\varepsilon + \frac{2}{3}\pi\right);$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_i \cos\left(\varphi_\varepsilon + \frac{4}{3}\pi\right), \qquad (7)$$

и где φ_ε - угол вида деформированного состояния; $\cos 3\varphi_\varepsilon = \dfrac{4I_3(D_\sigma)}{\varepsilon_i^3}$ [58]; $\varepsilon_i = \sqrt{\dfrac{4}{3} I_2(D_\varepsilon)}$ - интенсивность деформаций; $I_2(D_\varepsilon)$- второй инвариант девиатора деформаций, характеризующий величину деформаций, вызывающих пластическое формоизменение.

При этом модуль вектора $\overline{\varepsilon}$ равен интенсивности деформаций, например, при осесимметричном напряженно-деформированном состоянии [56]:

$$\left|\overline{\varepsilon}\right| = \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\varepsilon_\rho - \varepsilon_\theta\right)^2 + \left(\varepsilon_\theta - \varepsilon_z\right)^2 + \left(\varepsilon_z - \varepsilon_\rho\right)^2}. \qquad (8)$$

Принимая во внимание осевую симметрию деформирования, часто встречающуюся в формоизменяющих операциях ОМД, деформации ε_ρ, ε_θ, ε_z, рассматриваемые в цилиндрической системе координат, будут главными, поэтому $\varepsilon_\rho=\varepsilon_1$, $\varepsilon_\theta=\varepsilon_2$, $\varepsilon_z=\varepsilon_3$. Отобразим на девиаторной плоскости проекции главных осей деформаций (рисунок 1). В нашем случае проекция оси ε_ρ совпадает с направлением соответствующим значению угла вида деформированного состояния $\varphi_\varepsilon = 0$, проекция оси ε_θ совпадает с направлением, определяемым углом $\varphi_\varepsilon = \dfrac{2\pi}{3}$, а проекция оси ε_z совпадает с направлением при значении угла $\varphi_\varepsilon = \dfrac{4\pi}{3}$.

Прочертим концентрические окружности с центрами, расположенными вначале системы координат и с радиусами соответственно $R_1 = \dfrac{1}{2}\varepsilon_i$; $R_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$; $R_3 = \varepsilon_i$, где ε_i принимается за масштабный коэффициент. Кроме проекций главных осей выберем на диаграмме дополнительно направления с шагом по углу $\Delta\varphi_\varepsilon = \dfrac{\pi}{6}$ в интервале $0 \le \varphi_\varepsilon \le 2\pi$. В табл. 1 сведены результаты расчета главных деформаций по формулам (7) для каждого значения угла вида деформированного состояния. Нанеся значения главных деформаций в виде точек на соответствующие направления и соединив сходственные из них дугами окружностей радиусом R_1, получим траектории деформирования в виде «звезды», кривизна которых говорит о немонотонности процессов деформирования (см. рис. 1).

Кроме того, каждое направление однозначно характеризуется механической схемой деформаций, анализ которых показывает, что кроме направлений при углах вида деформированного состояния $\dfrac{\pi}{6}$ и $\dfrac{7\pi}{6}$ механические схемы сдвига дополнительно реализуются при углах вида деформированного состояния $\dfrac{\pi}{2}$; $\dfrac{5\pi}{6}$; $\dfrac{3\pi}{2}$; $\dfrac{11\pi}{6}$. Это означает, что параметр Надаи-Лодэ для деформаций по указанным направлениям должен быть равен $\nu_\varepsilon = 0$. Однако расчет показывает, что либо его значенияне существует, либо оно характеризуется числом большим 1, или меньшим -1.

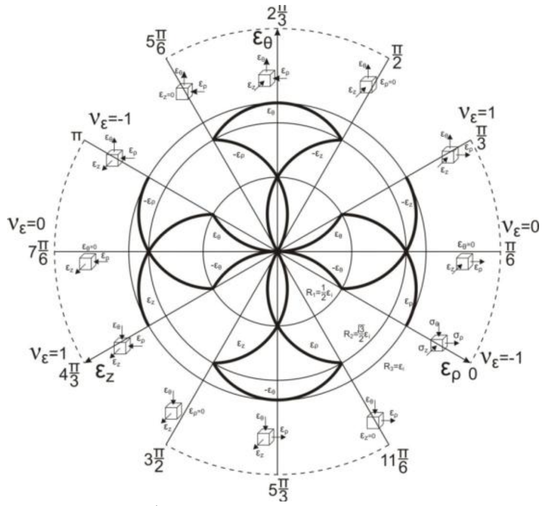

Рис. 1. Кинематическая модель деформированного состояния

Автором работы [60] показано, что в характерных точках шестигранной призмы пластичности, при использовании условия пластичности Треска–Сен-Венана, существует неоднозначность пластического течения, т.к. вектор приращения деформации может иметь множество направлений. При условии пластичности Мизеса-Хилла картина повторяется, эти же точки лежат на поверхности цилиндра пластичности и имеют ту же неопределенность течения. Эти точки сингулярности совпадают с указанными выше направлениями кинематической модели. Кривизна траекторий деформаций дает возможность утверждать о немонотонности процессов деформирования, сопровождающихся рассмотренными механическими схемами деформаций.

Динамическая модель. Принимая во внимание тригонометрическую форму представления главных напряжений [58]:

$$\sigma_1 = \frac{2}{3}\sigma_i \cos\varphi_\sigma; \ \sigma_2 = \frac{2}{3}\sigma_i \cos\left(\varphi_\sigma + \frac{2}{3}\pi\right);$$

$$\sigma_3 = \frac{2}{3}\sigma_i \cos\left(\varphi_\sigma + \frac{4}{3}\pi\right), \qquad (9)$$

расчетом по (9) получим значения главных напряжений в зависимости от φ_σ - угла вида напряженного состояния, которые поместим отдельными строками в табл. 1.

Отобразим динамическую модель напряженного состояния на девиаторной плоскости (рис. 2), выполняя действия по следующему алгоритму. Если на плоскость сечения цилиндра пластичности девиаторной плоскостью спроецировать оси системы координат, в которой он построен, то проекции осей, расположенные под углом $\dfrac{2\pi}{3}$, образуют косоугольную систему координат [59,61-64]. Из начала этой системы координат проведем концентрические окружности радиусами $R_4 = \frac{1}{3}\sigma_i$; $R_5 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$; $R_6 = \frac{2}{3}\sigma_i$ $R_7 = \sigma_i$, где σ_i примем за масштабный коэффициент. Возьмем шаг по углу вида напряженного состояния $\Delta\varphi_\sigma = \frac{\pi}{6}$. В этом случае значения главных напряжений ложатся на дуги окружностей радиусами R_4, которые в каждом интервале угла вида напряженного состояния φ_σ, соответствуют траекториям главных напряжений. Центры траекторий главных напряжений в виде окружностей лежат на одной окружности с радиусом R_4, центр которой совпадает с началом косоугольной системы координат. Каждому из направлений, задаваемых углом вида напряженного состояния, соответствует единственная механическая схема напряжений, анализ которых позволяет определить, какими значениями угла вида напряженного состояния φ_σ характеризуются известные схемы напряженного состояния.

Таблица 1. Значения параметров напряженно-деформированного состояния

$\varphi_{(\sigma)\varepsilon}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$
ε_ρ	ε_i	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$-\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$
ε_θ	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	ε_i	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$-\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$
ε_z	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$-\varepsilon_i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$-\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	ε_i	$\frac{\sqrt{3}}{2}\varepsilon_i$	$\frac{1}{2}\varepsilon_i$	0
σ_ρ	$\frac{2}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$\frac{1}{3}\sigma_i$	0	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$-\frac{2}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	0	$\frac{1}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$
σ_θ	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	0	$\frac{1}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$\frac{2}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$\frac{1}{3}\sigma_i$	0	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$-\frac{2}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$
σ_z	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$-\frac{2}{3}\sigma_i$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$-\frac{1}{3}\sigma_i$	0	$\frac{1}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$\frac{2}{3}\sigma_i$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_i$	$\frac{1}{3}\sigma_i$	0
$\alpha = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\rho}$	$-\frac{1}{2}$	0	1		-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1		-2	-1
$\frac{1}{\alpha} = \frac{\sigma_\rho}{\sigma_\theta}$	-2		1		$-\frac{1}{2}$	-1	-2	0	1		$-\frac{1}{2}$	-1
$\frac{e_{i\kappa\rho}}{n}$	$\frac{2\sqrt{7}}{5}$	1	2	-2	$-\frac{\sqrt{7}}{2}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{7}}{5}$	-1	-2	2	$\frac{\sqrt{7}}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$
ψ	2	0	-2	0	2	0	-2	0	2	0	-2	0
$\nu_{\sigma(\varepsilon)}$	-1	0	1				-1	0	1			

Кроме механических схем, динамическая модель однозначно определяет знаки главных напряжений. В интервале $\left(0 \le \varphi_\sigma \le \frac{\pi}{3}\right)$ схемы напряженного состояния изменяются от объемной с двумя напряжениями сжатия через плоскую разноименную схему сдвига к объемной схеме, но уже с двумя напряжениями растяжения, другими словами с шагом по углу $\Delta\varphi_\sigma = \frac{\pi}{6}$ объемные схемы напряженного состояния чередуются с плоскими схемами чистого сдвига. Если определенным интервалам по углу φ_σ поставить в соответствие, например, основные операции листовой штамповки, то картина будет следующая [64, 65]. Интервалу $\left(0 \le \varphi_\sigma \le \frac{\pi}{3}\right)$ соответствует такая операция, как отбортовка, с характерными для неё схемами напряженного состояния; интервалу $\left(\frac{\pi}{2} \le \varphi_\sigma \le \frac{5\pi}{6}\right)$ - схемы напряженного состояния, характерные для операции раздача; для углов $\left(\pi \le \varphi_\sigma \le \frac{4\pi}{3}\right)$ - схемы напряжений связанные с обжимом; в интервале $\left(\frac{3\pi}{2} \le \varphi_\sigma \le \frac{11\pi}{6}\right)$- реализуются схемы напряженного состояния соответствующие вытяжке.

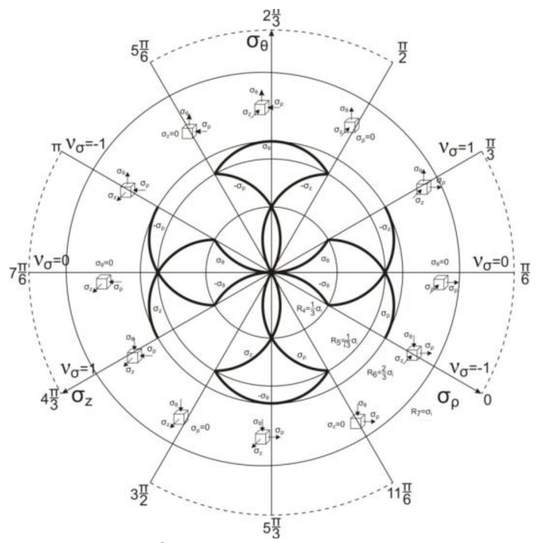

Рис. 2. Динамическая модель напряженного состояния

Если рассмотреть объемное деформирование, то схемы напряженного состояния, определяемые сдвигом, будут сопровождать, например, процессы углового прессования, причем из которых каждая соответствует определенному положению заготовки в каналах матрицы относительно выбранной системы координат. Кривизна траекторий напряжений аналогично деформациям дает возможность утверждать о немонотонности процессов деформирования при реализации перечисленных операций ОМД. С учетом (9) представим разности главных нормальных напряжений в виде:

$$\sigma_1-\sigma_2=\frac{2}{3}\sigma_i\left(\cos\varphi_\sigma-\cos\left(\varphi_\sigma+\frac{2\pi}{3}\right)\right)=;$$
$$=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma_i\sin\left(\varphi_\sigma+\frac{\pi}{3}\right)$$
$$\sigma_2-\sigma_3=\frac{2}{3}\sigma_i\left(\cos\left(\varphi_\sigma+\frac{2\pi}{3}\right)-\cos\left(\varphi_\sigma+\frac{4\pi}{3}\right)\right)=;$$
$$=-\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma_i\sin\varphi_\sigma$$
$$\sigma_3-\sigma_1=\frac{2}{3}\sigma_i\left(\cos\left(\varphi_\sigma+\frac{4\pi}{3}\right)-\cos\varphi_\sigma\right)=.$$
$$=-\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma_i\sin\left(\varphi_\sigma+\frac{2\pi}{3}\right) \qquad (10)$$

Тем самым определены главные касательные напряжения, равные полуразностям соответствующих главных нормальных напряжений.

Устойчивость пластического течения. Обеспечение устойчивости пластического течения важно тем, что удается оценить критическую деформацию в многочисленных процессах ОМД в зависимости от напряженного состояния и механических характеристик штампуемого металла, превышение которой ведет к потере устойчивости пластического течения, в дальнейшем приводящей к браку. Пластическое течение несжимаемого материала, согласно критерию положительности добавочных нагрузок, является устойчивым, пока выполняется условие [47]:

$$d\sigma_\rho\geq\sigma_i d\varepsilon_i\,. \qquad (11)$$

При аппроксимации кривой упрочнения металла степенной зависимостью:

$$\sigma_i=A\varepsilon_i^n \qquad (12)$$

где ($A=\sigma_b(1+\delta)$ - постоянная металла; $n=ln(1+\delta)$ - показатель деформационного упрочнения; δ - равномерное удлинение образца при его испытании на растяжение);

Критическая интенсивность деформаций, накопленная в процессе формоизменения, может быть оценена [47]:

$$\frac{\varepsilon_{i\ кр}}{n}=\frac{2\sqrt{1-\alpha+\alpha^2}}{2-\alpha}, \qquad (13)$$

где механические схемы плоского напряженного состояния могут описываться безразмерным параметром вида напряженного состояния [66], являющимся отношением главных напряжений:

$$\alpha=\frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \qquad (14)$$

В соответствии с (14), параметр напряженного состояния характеризуется зависимостью от угла вида напряженного состояния уравнением:

$$\alpha=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}tg\varphi_\sigma. \qquad (15)$$

Как и в случае с кинематической моделью, при симметричности деформируемого твердого тела и симметричности нагружения, нормальные напряжения, например, в цилиндрической системе координат будут главными, т.е. $\sigma_\rho=\sigma_1$; $\sigma_\theta=\sigma_2$; $\sigma_z=\sigma_3$. Принимая во внимание, кроме этого обстоятельства, коаксиальность главных осей напряжений, деформаций и скоростей деформаций, а также подобие круговых диаграмм О.Мора для напряжений и деформаций при условии равенства показателей напряженного и деформированного состояний $\nu_\sigma=\nu_\varepsilon$, правомерно использовать уравнения связи напряжений и деформаций в виде [56, 57, 67]:

$$\frac{\sigma_\rho-\sigma_\theta}{\varepsilon_\rho-\varepsilon_\theta}=\frac{\sigma_\theta-\sigma_z}{\varepsilon_\theta-\varepsilon_z}=\frac{\sigma_z-\sigma_\rho}{\varepsilon_z-\varepsilon_\rho}=\frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i}, \qquad (16)$$

Согласно условию несжимаемости (6) и выражений (10), уравнение связи напряжений и деформаций примет вид:

$$\frac{\varepsilon_z-\varepsilon_\rho}{\varepsilon_\theta-\varepsilon_z}=\frac{\sigma_z-\sigma_\rho}{\sigma_\theta-\sigma_z}=\frac{3-\sqrt{3}tg\varphi_\varepsilon}{2\sqrt{3}tg\varphi_\varepsilon}. \qquad (17)$$

С учетом (17) выражение (8) для критической интенсивности деформаций преобразуется следующим образом:

$$\frac{\varepsilon_{i\ кр}}{n}=\frac{2\sqrt{7+4\sqrt{3}tg\varphi_\varepsilon+3tg^2\varphi_\varepsilon}}{5+\sqrt{3}tg\varphi_\varepsilon}. \qquad (18)$$

Критическая интенсивность деформаций, рассчитанная по соотношению (18), представлена на рис. 3 в виде графиков в зависимости от изменения угла вида деформированного состояния и показателя деформационного упрочнения.

Жесткость механических схем. Определим величину показателя жесткости схемы напряженного состояния (3), воспользовавшись методикой [48], с той разницей, что вместо плоского рассмотрим более общее осесимметричное напряженно-деформированное состояние. Значения конечных деформаций можно представить как

$$\varepsilon_\rho = ln\frac{d\rho}{dr};\, \varepsilon_\theta = ln\frac{\rho}{r};\, \varepsilon_z = ln\frac{h}{h_0}, \quad (19)$$

где r, h_0, ρ,h – соответственно радиус и высота выделенного элемента в исходном и деформированном состояниях формоизменяемого тела.

Подставив (19) в условие несжимаемости (10), после почленного дифференцирования будем иметь:

$$\rho\frac{d\varepsilon_\theta}{d\rho} = 1-\exp(\varepsilon_z)\cdot\exp(2\varepsilon_\theta). \quad (20)$$

После интегрирования дифференциального уравнения (20) получим соотношение:

$$\exp(-2\varepsilon_\theta) = \exp(\varepsilon_z)+\frac{c}{\rho^2},$$

где c – постоянная интегрирования.

Логарифмирование последнего приводит к выражению:

$$\varepsilon_\theta = -\frac{1}{2}\ln\left(\exp(\varepsilon_z)+\frac{c}{\rho^2}\right). \quad (21)$$

Постоянную интегрирования c определим из граничных условий при $\rho = r_k$ деформация $\varepsilon_\theta = \tilde{\varepsilon}_\theta = \ln\frac{r_k}{r}$.

$$\tilde{\varepsilon}_\theta = -\frac{1}{2}\ln\left(\exp(\varepsilon_z)+\frac{c}{r_k^2}\right).$$

Потенцирование дает

$$\exp(-2\varepsilon_\theta) = \exp(\varepsilon_z)+\frac{c}{r_k^2},$$

откуда $c = r_k^2\left(\exp(-2\tilde{\varepsilon}_\theta)-\exp(\varepsilon_z)\right)$. Подставим полученное выражение постоянной интегрирования cв (21):

$$\varepsilon_\theta = -\frac{1}{2}\ln\left[\exp(\varepsilon_z)+\frac{r_k^2}{\rho^2}\left(\exp(-2\tilde{\varepsilon}_\theta)-\exp(\varepsilon_z)\right)\right]. \quad (22)$$

Из уравнения связи напряжений и деформаций (16) можно показать справедливость выражения:

$$\sigma_\theta = \sigma_{cp}+\frac{2}{3}\sigma_i\frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_i}. \quad (23)$$

Если $\sigma_{cp} > 0$, схема напряженного состояния является жесткой. При выполнении условия несжимаемости (6) $\varepsilon_\rho = -\varepsilon_\theta - \varepsilon_z$ уравнение (8) примет вид $\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\varepsilon_\theta^2+\varepsilon_\theta\varepsilon_z+\varepsilon_z^2}$. С учетом постоянства одного из размеров деформируемого твердого тела, например, вдоль оси z (ε_z=0): $\varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_\theta$, поэтому

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{3}}\ln\left[\exp(\varepsilon_z)+\frac{r_k^2}{\rho^2}\left(\exp(-2\tilde{\varepsilon}_\theta)-\exp(\varepsilon_z)\right)\right]. \quad (24)$$

Представим (23) в виде:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_i\left(\frac{3\sigma_{cp}}{\sigma_i}\varepsilon_i+2\varepsilon_\theta\right)}{3\varepsilon_i}. \quad (25)$$

Выражение показателя жесткости схемы напряженного состояния (3)подставим в (25) и с учетом (22) и (24) получим зависимость для нормального напряжения σ_θ:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_i}{3}\left(\eta+\sqrt{3}\right). \quad (26)$$

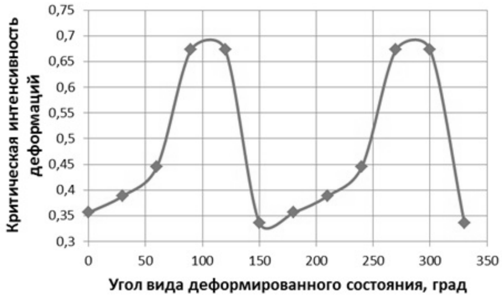

Рис. 3. Критическая интенсивность деформации в зависимости от угла вида деформированного состояния

Проделав аналогичные действия, определим нормальное напряжение σ_ρ:

$$\sigma_\rho = \frac{\sigma_i}{3}(\eta-3). \quad (27)$$

На рис. 3 показано изменение критической интенсивности деформаций (18) в зависимости от угла вида деформированного состояния φ_ε.

Характер изменения показателя напряженного состояния α (14) и показателя жесткости схемы напряженного состояния (4) от величины угла вида напряженного состояния φ_σ иллюстрирует график на рис. 4.

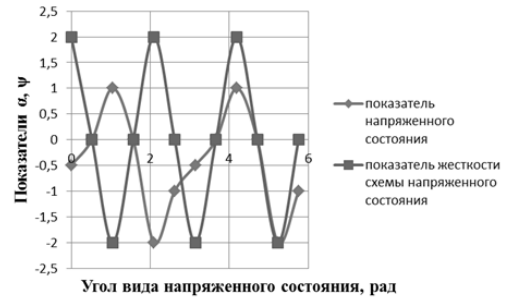

Рис. 4. Изменение показателей схемы напряженного состояния α и показателя жесткости схемы напряженного состояния ψ

Выводы:

1. Построенные кинематическая и динамическая модели напряженно-деформированного состояния дают представление не только о величинах напряжений и деформаций, но и об их механических схемах, которые сопровождают конкретные операции пластического деформирования, а так же о траекториях напряжений и деформаций, имеющих вид дуг окружностей, что свидетельствует о немонотонности рассматриваемых процессов деформирования.

2. Полученная зависимость критической интенсивности деформаций от угла вида деформированного состояния позволяет оценить устойчивость протекания процессов пластического формоизменения на большинстве операций ОМД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Сосенушкин, Е.Н.* Прогрессивные процессы объемной штамповки. – М.: Машиностроение, 2001. 480 с.
2. *Сосенушкин, Е.Н.* Развитие систем пластического деформирования // Вестник МГТУ «Станкин». 2010. №1. С. 30-38.
3. *Артес, А.Э.* Проблемы производства крупных поковок в отечественном машиностроении / *А.Э. Артес, Е.Н. Сосенушкин* // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2012. №9. С. 45-50.
4. *Артес, А.Э.* Технологические возможности горячей объемной штамповки деталей арматуры из центробежнолитых чугунных труб / *А.Э. Артес, Е.Н. Сосенушкин, В.В. Третьюхин* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2008. № 10. С.30-32.
5. *Ланской, Е.Н.* Автоматизация проектирования групповых процессов холодной и полугорячей объемной штамповки при многономенклатурном производстве деталей / *Е.Н. Ланской, Е.Н. Сосенушкин*. – М.: Машиностроительное производство. Сер. «Технология и оборудование кузнечно-штамповочного производства». ВНИИТЭМР. Вып.6. 1989. 84 с.
6. *Сосенушкин, Е.Н.* Многоуровневая система принятия решений при синтезе технологии объемной штамповки // В сб.: Конструкторско-технологическая информатика 2000. Труды конгресса в 2-х томах. - М.: МГТУ «СТАНКИН», 2000. С. 167-170.
7. *Сосенушкин, Е.Н.* Поддержка принятия технических решений при групповом методе штамповки поковок // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2005. №9. С.9-16.
8. *Сосенушкин, Е.Н.* Совершенствование технологической подготовки производства деталей холодной и полугорячей объемной штамповкой. - М.: Машиностроительное производство. Сер. «Технология и оборудование кузнечно-штамповочного производства». ВНИИТЭМР. Вып. 1. 1991. 108 с.
9. *Артес, А.Э.* Групповые технологические процессы штамповки трубных переходов в мелкосерийном и серийном производстве / *А.Э. Артес, Е.Н. Сосенушкин, В.В. Третьюхин, А. Махдиян* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2007. №7. С. 18-24.
10. *Сосенушкин, Е.Н.* Машинное распознавание осесимметричных деталей применительно к проектированию гибкой технологии холодной и полугорячей объемной штамповки // Проблемы автоматизированного проектирования и изготовления в машиностроении. Межвуз. сборник науч. трудов. – М.: Мосстанкин,1986. С.95-101.
11. *Сосенушкин, Е.Н.* Автоматическая классификация деталей машиностроения, изготавливаемых холодной и полугорячей объемной штамповкой // Заготовительные производства в машиностроении. 2006. №5. С. 20-27.
12. *Сосенушкин, Е.Н.* Математическая модель управления распределением деталей по технологическим группам / *Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская, Е.И. Третьякова, В.В. Белокопытов* // Известия ТулГУ. Технические науки. 2009. №3. С. 47-53.
13. Системы пластического деформирования материалов. Сб. наун. трудов / Под ред. *Е.Н. Сосенушкина, А.М. Смирнова*. – М.: 2004. 240 с.
14. *Сосенушкин, Е.Н.* Автоматизированная конструкторско-технологическая система подготовки производства сложных осесимметричных изделий / *Е.Н. Сосенушкин, М.С. Дьяченко* // В сб. трудов V Междунар. конгресса «Конструкторско-технологическая информатика – 2005». – М.: ИЦ ГОУМГТУ «Станкин», 2005. С. 303.
15. Патент 2460604 РФ. Штамп совмещенного действия для получения преимущественно трубных изделий с плоским фланцем / *Е.Н. Сосенушкин, Е.И. Смолович, Д.В. Хачатрян, Е.А. Яновская*. Опубликовано 07.04.2011.
16. Патент 2460604 РФ. Штамп для равноканального углового прессования / *Е.Н. Сосенушкин, Л.М. Овечкин, А.Е. Сосенушкин*. Опубликовано 07.04.2011.
17. Патент 100928 РФ. Пуансон для неравномерной раздачи трубных заготовок / *И.Е. Смолович, Е.Н. Сосенушкин, Д.В. Хачатрян, Е.А. Яновская*. Опубликовано 24.06.2010.
18. Патент 86507 РФ. Устройство для равноканального углового прессования / *Е.Н. Сосенушкин, Л.М. Овечкин, А.Э. Артес* и др. Опубликовано 05.05.2009.
19. Патент 86510 РФ. Пуансон для горячего деформирования с наконечником одноразового использования / *А.Э. Артес, Е.Н. Сосенушкин, Т.В. Гуреева* и др. Опубликовано 24.07.2008.
20. Патент 95281 РФ. Штамп с разъемными матрицами и гидроблоком противодавления / *А.М. Володин, В.А. Сорокин, Н.П. Петров* и др. Опубликовано 23.09.2009.
21. *Ланской, Е.Н.* Интегрированная система технологической подготовки изготовления штампов / *Е.Н. Ланской, А.С. Подольский, С.А. Беляничев, Е.Н. Сосенушкин* // Сборник статей Второго китайско-советского семинара по теории и технологии кузнечно-штамповочного производства. – Пекин,1990. С. 41 -43.
22. *Бильчук, М.В.* Прогнозирование образования поверхностных дефектов фланцевой части поковок при горячей объемной штамповке / *М.В. Бильчук, Е.Н. Сосенушкин* // Вестник МГТУ «Станкин». 2012. №4(23). С. 44-48.
23. *Sosenushkin, E.N.* Mathematical model of adhesive wear of three-dimensional dies / *E.N. Sosenushkin, A.V. Khromenkov, Yu.A. Melnik* // Journal of Friction and Wear. 2014. Vol. 35. Issue 6. P. 525-530.
24. *Сосенушкин, Е.Н.* Прогнозирование стойкости деформирующего инструмента холодной и полугорячей объемной штамповки // Труды Междунар.н.-т. конф. «Проблемы автоматизации и технологии в машиностроении» - Рубцовск: Рубцовский индустриальный институт, 1994. С. 249-251.
25. *Сосенушкин, Е.Н.* Системология технологической подготовки процессов объемной штамповки // Труды Междунар. н.-т. конф. «Проблемы автоматизации и технологии в машиностроении» - Рубцовск: Рубцовский индустриальный институт, 1994. С. 251-253.
26. *Kremnev, L.S.* Special features of transformations, structure and properties of molybdenum high-speed steels / *L.S. Kremnev, A.K. Onegina, L.A. Vinogradova* // Metal Science and Heat Treatment. 2009. Т. 51, № 11-12. P. 579-584.
27. *Adaskin, A.M.* Use of the effect of stress relaxation for changing the shape of articles from nonplastic steels and alloys // Metal Science and Heat Treatment. 2012. Т. 54, № 1-2. P. 47-51.
28. *Grigor'ev, S.N.* Complex surface modification of carbide tool by Nb plus Hf plus Ti alloying followed by hard facing (Ti plus Al)N / *S.N. Grigor'ev, S.V. Fedorov, M.D. Pavlov* et al. // Journal of Friction and Wear. 2013. Т. 34, № 1. P. 14-18.
29. *Григорьев, С.Н.* Исследование энергосиловых характеристик формирования ультрадисперсных гетерогенных материалов / *С.Н. Григорьев, А.Н. Красновский* // Вестник МГТУ «Станкин». 2014. №4(31). С. 101-106.
30. *Волосова, М.А.* Исследование влияния комбинированной обработки на физико-механические характеристики оксидной и нитридной режущей керамики // Вестник МГТУ «Станкин». 2013. №2(25). С. 39-43.
31. *Колотов, Ю.В.* Методика испытаний бесшаботного молота с гидравлическим механизмом связи / *Ю.В. Колотов, Е.Н. Сосенушкин* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2010. №10. С. 32–35.
32. *Красовский, Г.В.* Управление конкурентоспособностью

проектируемого технологического оборудования / *Г.В. Красовский, В.В. Корнеев, Е.Н. Сосенушкин* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2010. №6. С. 17–21.

33. Патент 2409446 РФ. Вертикальный штамповочный молот с гидравлическим приводом / *Ю.В. Колотов, П.А. Рогозников, Е.Н. Со*сенушкин и др. Опубликовано 03.12.2009.
34. Патент 2411102 РФ. Горячештамповочный пресс тройного действия / *П.А. Рогозников, Е.Н. Сосенушкин, А.М. Смирнов* и др. Опубликовано 16.07.2009.
35. *Володин, А.М.* Разработка инновационных технологий горячей объемной штамповки / *А.М. Володин, В.А. Сорокин, Н.П. Петров* и др. // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2010. №7. С. 11-15.
36. Патент 2422235 РФ. Способ получения мелющих тел / *А.М. Володин, В.А. Сорокин, Е.Н. Сосенушкин* и др. Опубликовано 27.06.2011.
37. Патент 2421294 РФ. Способ получения длинномерных стержневых изделий с кольцевым выступом / *А.Э. Артес, Е.Н. Сосенушкин, В.А. Гречишников* и др. Опубликовано 20.06.2011.
38. *Володин, А.М.* Разработка инновационных технологий горячей объемной штамповки / *А.М. Володин, В.А. Сорокин, Н.П. Петров* и др. // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2010. №7. С. 11-15.
39. *Дмитриев, А.И.* Разработка технологии производства корпуса гидроцилиндра из железного порошка / *А.И. Дмитриев, Н.В. Коробова, М.Д. Петров* // Вестник МГТУ «Станкин». – 2014. - №1(28). – С.54-58.
40. *Artes, A.E.* Resorse- and energy-saving manufacturing technologies based on pressure treatment / *A.E. Artes, E.N. Sosenushkin, V.V. Tret'yukhin* et al. // Russian Engineering Research. 2013. V. 33. №8. P. 460-462.
41. *Ponomarev, A.S.* Effect of process features of pressure treatment on the microstructure and quality of parts of pipeline fittings from higt-strength cast iron / *A.S. Ponomarev, E.N. Sosenushkin, V.N. Klimov* // Metal Science and Heat Treatment. 2012. V. 54. №1-2. P. 22-27.
42. *Сосенушкин, Е.Н.* Теоретические и технологические аспекты обжима трубных заготовок / *Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская, Д.В. Хачатрян, В.Ю. Киндеров* // Известия МГТУ «МАМИ». 2013. №2. Т. 2. С. 139-145.
43. *Сосенушкин, Е.Н.* Технологические процессы штамповки изделий из толстостенных труб / *Е.Н. Сосенушкин, В.В. Третьюхин, Е.А. Яновская* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2013. №2. С. 25-29.
44. *Сосенушкин, Е.Н.* Экспериментальные исследования формоизменения стальных труб / *Е.Н. Сосенушкин, В.Н. Климов, Е.А. Яновская, Е.А. Кутышкина* // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2010. №6. С. 39-43.
45. *Сосенушкин, Е.Н.* Штамповка конических и сферических деталей из трубных заготовок / *Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская, Е.И. Третьякова, А.Е. Сосенушкин* // Заготовительные производства в машиностроении. 2010. №11. С. 18-21.
46. *Сосенушкин, Е.Н.* Разработка ресурсосберегающей технологии производства фланцевых поковок на универсальном оборудовании / *Е.Н. Сосенушкин, В.В. Белокопытов* // Вестник МГТУ «СТАНКИН». 2010. №3. С. 30-38.
47. *Ренне, И.П.* Устойчивость пластического течения в процессах формообразования листовых заготовок из трансверсально-изотропного материала / *И.П. Ренне, Г.Л. Грдилян, В.С. Зиновьев* // Кузнечно-штамповочное производство. 1978. №3. С. 17-21.
48. *Дель, Г.Д.* Технологическая механика. – М.: Машиностроение, 1978. 175 с.
49. *Сосенушкин, Е.Н.* Статический критерий устойчивости трубных анизотропных заготовок / *Е.Н. Сосенушкин, Е.И. Третьякова, А. Махдиян* // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2008. №2. С. 169-176.
50. *Назарян, Э.А.* Предельное формоизменение при деформировании осесимметричных оболочек / *Э.А. Назарян, М.М. Аракелян* // Заготовительные производства в машиностроении. 2004. №5. С. 24-27.
51. *Сосенушкин, Е.Н.* Совершенствование процессов интенсивной пластической деформации / *Е.Н. Сосенушкин, Л.М. Овечкин, А.Е. Сосенушкин* // Вестник МГТУ «Станкин». 2012. Т. 1. №1. С. 21-29.
52. *Сосенушкин, Е.Н.* Расчет силовых параметров энергетическим методом при штамповке фланцевых поковок в закрытом штампе / *Е.Н. Сосенушкин, В.В. Белокопытов* / Технология производства металлов и вторичных материалов // Караганда: Республиканский научный журнал. 2010. №1(17). С. 176-182.
53. *Ильюшин, А.А.* Механика сплошной среды. – М.: Изд. Моск. ун-та, 1978. 287 с.
54. *Утяшев, Ф.З.* Современные методы интенсивной пластической деформации. Учебное пособие. – Уфа: УГАТУ, 2008. 313 с.
55. *Ганаго, О.А.* О показателях эффективности процессов пластического деформирования / *О.А. Ганаго, Н.А. Шестаков* // Кузнечно-штамповочное производство. 1986. №10. С. 3-4.
56. *Сторожев, М.В.* Теория обработки металлов давлением / *М.В. Сторожев, Е.А. Попов*. – М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
57. *Голенков, В.А.*Теория обработки металлов давлением: учебник для вузов / *В.А. Голенков, С.П. Яковлев, С.А. Головин* и др. – М.: Машиностроение, 2013. 442 с.
58. *Малинин, Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
59. *Назарян, Э.А.* Кинематика деформирования в формоизменяющих операциях листовой штамповки / *Э.А. Назарян, В.Ф. Константинов* // Вестник машиностроения. 1999. №2. С. 35-41.
60. *Звороно, Б.П.* Использование закона течения при анализе процессов листовой штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. 1966. № 11. С. 22-26.
61. *Назарян, Э.А.* Деформации при отбортовке круглых отверстий в тонких пластинах / *Э.А. Назарян, Н.Н. Араб* // Заготовительные производства в машиностроении. 2009. №3. С. 22-26.
62. *Sosenushkin, E.N.* Mechanical Schemes and Sustainability of Plastic flow metal / *E.N. Sosenushkin, E.A. Yanovskaya, A.E. Sosenushkin* // International virtual journal for science, technics and innovations for the industry. Machines. Technologies. Materials. 2014. Year VIII. Issue 10. P. 3-6.
63. *Sosenushkin, E.N.* Stress state parameters of the plastic forming operations / *E.N. Sosenushkin, V.A. Kadymov, E.A. Yanovskaya* et al. // Materials of the IX International Research and Practice Conference on European Science and Technology. - Munich, Germany. 2014. V2. December 24-25. P. 451-459.
64. *Сосенушкин, Е.Н.* Механика немонотонных процессов пластического деформирования / *Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская, А.Е. Сосенушкин, В.В. Емельянов* // Вестник машиностроения. 2015. №9. С. 29-33.
65. *Sosenushkin, E.N.* The Parameters of the Stress State in the Operations of Plastic Deformation / *E.N. Sosenushkin, V.A. Kadymov, E.A. Yanovskaya* et al. // Key Engineering Materials Submitted: 2015-09-16. Vol. 684, p 57-66, doi:10.4028/www.scientific.net/ KEM.684.57/Revised: 2015-11-13. Accepted: 2015-11-13. © 2016 Trans Tech Publications, Switzerland Online: 2016-02-18.
66. *Томленов, А.Д.* Теория пластического деформирования металлов. – М.: Металлургия, 1972. 408 с.
67. *Смирнов-Аляев, Г.А.* Сопротивление материалов пластическим деформациям. – Л.: Машгиз, 1949. 248 с.

KINEMATIC AND DYNAMIC MODELS OF DEFORMABLE SOLID BODY MECHANICS

© 2016 E.N. Sosenushkin[1], V.A. Kadymov[2], E.A. Yanovskaya[1], A.A. Tatarintsev[3],
A.E. Sosenushkin[1]

[1] Moscow State Technological University "STANKIN"
[2] Moscow State Humanitarian and Economic University
[3] Physical and Technological Institute RAS, Moscow

In article invariant characteristics of the stress-strained state arising when performing various operations of metals processing by pressure are considered. Using a trigonometrical form of representation of stress and strain on the deviatoric plane the kinematic and dynamic models corresponding to the stress and strained states where trajectories of the main stresses and the main strains are represented by arches of circles that testifies to not monotony of forming processes are presented.

Key words: *invariant, deviator, stress, strain, model, stress and strain state, resistance, plastic flow*

Evgeniy Sosenushkin, Doctor of Technical Sciences, Professor. E-mail: sen@stankin.ru
Vagid Kadymov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor. E-mail: vkadymov@yandex.ru
Elena Yanovskaya, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor. E-mail: elena_yanovskaya@bk.ru
Andrey Tatatintsev, Candidate of Physics and Mathematics, Research Fellow. E-mail: tatarintsev@ftian.ru
Alexander Sosenushkin, Post-graduate Student. E-mail: yustarius@gmail.com