УДК 658.5

МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ СБАЛАНСИРОВАННОСТИ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ В ЗАДАННОМ СООТНОШЕНИИ

© 2016 К.А. Пекина

Ракетно-космический центр «Прогресс», г. Самара

Статья поступила в редакцию 24.11.2016

Сформированы модели задач выбора обоснованных решений для каждого субъекта производственной системы и исследован механизм взаимодействия между заказчиками и поставщиками в процессе выпуска продукции. Рассмотрена итерационная процедура определения коэффициентов эффективности поставщика и на этой основе предложен механизм организации сбалансированного взаимодействия в производственной системе, реализация которого обеспечивает выпуск продукции в заданном соотношении.
Ключевые слова: функция заказчика, стратегии заказчика, комплектный набор, товарные площади, сообщаемые оценки, максимальный выпуск, итерационная процедура, выпуск продукции, заданное соотношение, устойчивость механизмов, двойственная задача, сбалансированное взаимодействие.

ВВЕДЕНИЕ

Описание производственной системы крупного промышленного комплекса по производству сложных наукоемких изделий включает в себя снабженческо-производственно-сбытовые подсистемы, каждая из которых обладает организационно-техническим потенциалом, являются объектом осуществления инвестиционной деятельности, направленной на повышение эффективности, конкурентоспособности функционирования предприятия. Снабженческо-производственно-сбытовые подсистемы, должны обеспечить оптимальную сбалансированность между материальными потоками, затратами в сбытовой, производственной и закупочной деятельности. В работе особое влияние уделено методам и механизмам организации и управления в решении задач комплектной поставки продукции. Рассмотрим подсистему «заказчик - поставщики», в которой заказчик является административным органом, имеющим право устанавливать управление и план в каждом периоде функционирования. Кроме того, заказчик имеет право проводить «координацию системы» с целью повышения эффективности управления. При этом заказчик при необходимости имеет возможность осуществлять координацию системы с целью реализации плановых заданий.

Пусть производственная система характеризуется фактическим состоянием поставщиков $\mathbf{y} = \{y_i\}, \mathbf{y} \in \mathbf{Y}$, где $\mathbf{Y}$ – множество допустимых состояний производственной системы в целом $(Y \subset \prod_{i=1}^{n} Y_i)$. Плановое состояние производственной системы определим как совокупность планов выпуска продукции поставщиками $\mathbf{x} = \{x_i\}$. Пусть, множество реализуемых планов производственной системы $\mathbf{X}$ совпадает с множеством ее возможных состояний $\mathbf{Y}$.

Целевая функция заказчика $W = \Phi(\lambda, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ удовлетворяет условию

$$\Phi(\lambda, \mathbf{x}, \mathbf{y}) < \Phi(\lambda, \mathbf{y}, \mathbf{y}), \text{ если } \mathbf{x} \neq \mathbf{y}, \quad (1)$$

что соответствует потерям в системе при несовпадении плана и реализации.

Исследуем производственную систему «заказчик - поставщики» в условиях независимости между поставщиками в процессе производства продукции. В производственной системе с независимыми поставщиками при установленном плане x_i, поставщики могут выбрать реализацию y_i, из некоторого множества $B_i(x_i)$ независимо от других поставщиков. Возможность такого выбора требует определенных ограничений на план $\mathbf{x}$, удовлетворяющих условию

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) \subset Y, \text{ где } \mathbf{B}(\mathbf{x}) \subset \prod_{i=1}^{n} B_i(x_i). \quad (2)$$

Из (2) следует, что любой выбор реализации $y_i \in B_i(x_i)$ обеспечивает реализацию системы $\mathbf{y} \in \mathbf{Y}$. Множество планов $\mathbf{x}$, удовлетворяющих (2), обозначим через $\mathbf{Z}$. Это означает, что в системе с независимыми поставщиками устанавливаемые заказчиком планы $\mathbf{x} \in \mathbf{Z}$. Приведем несколько примеров производственных систем с независимыми поставщиками.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ СУБЪЕКТАМИ В ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрим механизмы организации сбалансированного взаимодействия в производствен-

Пекина Ксения Александровна, кандидат технических наук.

ной системе «заказчик - поставщик» по выпуску продукции в заданном соотношении, состоящую из заказчика и n поставщиков, каждый из которых может выпускать комплектующие изделия m различных видов. Обозначим T_i – продолжительность планируемого периода i-го поставщика, x_{ij} – продолжительность работы поставщика i по выпуску продукции вида j, a_{ij} – максимальный выпуск продукции j-го вида i-м поставщиком за единицу времени (реальный выпуск может быть меньше этого максимального при плохой организации производства, наличии простоев оборудования и т. д.). При заданном управляющем воздействии равном объему выпускаемой продукции с позиции заказчика $x= \{x_{ij}\}$, продукции вида j будет выпущено $z_j \leq \sum_i a_{ij} x_{ij}$.

Поставим задачу определения максимального выпуска продукции в заданном отношении $B_1 : B_2 : \ldots Bm$. Модель задачи имеет вид:

модель целевой функции заказчика

$$\Phi(z) = \min_j \frac{z_j}{B_i} \underset{x}{\rightarrow} max$$

при условиях $x_{ij} \geq 0$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = \sum_{j=1}^{m} \frac{z_j}{a_{ij}} = T_i, i = 1, n.$$

Для оценки уровня сбалансированности материальных потоков в организационной системе, примем в качестве целевых функций поставщиков, объем реализованной продукции (предполагаем, что вся произведенная продукция будет реализована)

$$f_i(\lambda, z_i) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j z_{ij} \; i = 1, n,$$

где λ_j – цена продукции j-го вида. При заданных λ целевая функция является строго возрастающей функцией z_{ij}, поэтому $z_{ij} = a_{ij} x_{ij}$ и

$$f_i(\lambda, z_i) = \varphi_i(\lambda, x_i, a_i) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j a_{ij} x_{ij}, i = 1, n.$$

Предположим, что на цены продукции наложены ограничения $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j B_j = c$, где c – цена комплектного набора $\{B_j\}$. Соответственно целевая функция заказчика при подстановке $z_{ij} = a_{ij} x_{ij}$

$$\Phi(z) = \Psi(x, a) = \min_j \frac{1}{B_j} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_{ij}.$$

Обозначим $\{s_j\}$ оценки коэффициентов $\{a_{ij}\}$, сообщаемые поставщиками заказчику. Примем, что $d \leq s_{ij} \leq D \; (d > 0, D < \infty)$. Исследуем эффективность сбалансированного взаимодействия между заказчиком и поставщиками. С учетом введенных обозначений целевая функция i-го поставщика имеет вид

$$\eta_i(\lambda, x_i, a_i) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j s_{ij} x_{ij} \underset{x}{\rightarrow} max, i = 1, n. \quad (3)$$

достигает максимума на множестве возможных планов -го поставщика

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = T_i, i = 1, n, x_{ij} \geq 0, i = 1, n, \qquad j = 1, m \quad (4)$$

в точке $\{x_{ij}\}$ вида $x_{ik}= T$, $x_{ij}= 0$ для $j \neq k$, причем $\lambda_k s_{ik} = \max_j \lambda_j s_{ij}$, то есть оптимальное решение задачи (3), (4) равно

$$x_{ik}^0 = \begin{cases} T, & \text{если } \lambda_k s_{ik} = \max_j \lambda_j s_{ij} \\ 0, & \text{если } \lambda_k s_{ik} \neq \max_j \lambda_j s_{ij} \end{cases}, i = 1, n.$$

Тогда условие сбалансированного взаимодействия в системе «заказчик - поставщик» можно записать в виде

$$\left(\max_k \lambda_k s_{ik} - \lambda_j s_{ij}\right) x_{ij} = 0, i = 1, n, \; j = 1, m. \quad (5)$$

С учетом введенных обозначений условие сбалансированного взаимодействия аналитически можно записать как решение следующей задачи:

$$\min_j \frac{1}{B_j} \sum_{i=1}^{n} s_{ij} x_{ij} \underset{x}{\rightarrow} max$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = T_i, \left(\max_k \lambda_k s_{ik} - \lambda_j s_{ij}\right) x_{ij} = 0,$$

$$i = 1, n, \qquad j = 1, m.$$

Проведем исследование механизма сбалансированного взаимодействия в предположении что поставщики не учитывают влияния сообщаемых оценок $\{s_{ij}\}$ на вектор цен λ. При этом отметим, что условия равновесия, имеют вид

$$\left(\max_k \lambda_k a_{ik} - \lambda_j a_{ij}\right) x_{ij} = 0,$$

$$i = 1, n, \; j = 1, m. \quad (6)$$

Сравнивая (5) и (6), легко видеть, что ситуация $s^* = a$ является равновесной.

Рассмотрим итерационную процедуру организации сбалансированного взаимодействия в системе «заказчик - поставщик». Для каждого поставщика при любом случае и допустимым s_i существует единственная точка $s_i^* = f(s) \in [d_i, D_i]$, которую будем называть положением цели i-го поставщика.

Время функционирования системы разбито на периоды с номерами $k = 0,1,2,..,$. Поведение поставщика состоит в следующем (аксиома индикаторного поведения): каждый поставщик с течением времени изменяет значение собственной переменной в направлении к текущему положению цели s^*_i, т.е. движется по направлению к точке $s^*_i = f_i(s)$. В дискретном случае подобная тактика поведения может быть описана итерационной процедурой

$$\forall i,k: s_i^{k+1} = s_i^k \pm \gamma_i^k\left[s_i^* - s_i^k\right],$$

$$\gamma_i^k \in [0,1], \tag{7}$$

где s^k_i – точка на сегменте [*di, Di*], которую поставщик выбирает в периоде.

Конкретное значение γ_i^k, определяющее величину шага $\Delta s_i^k = s_i^{k+1} - s_i^k$, может зависеть от времени, текущего состояния и некоторых других факторов, внешних по отношению к модели. Ограничение $\gamma_i^k \leq 1$ означает, что в системе отсутствует «перерегулирование», т.е. каждый поставщик делает шаг не больший, чем расстояние (по направлению s_i) от s_i^k до точки.

Процедуру (7) можно считать адекватной реальному динамическому процессу лишь в предположении, что поставщики делают в нужном направлении заведомо малые шаги.

Если указанное предположение не выполняется, то приходится изучать итерационную процедуру вида

$$\forall i,k: s_i^{k+1} = s_i^k + \xi_i^k sign\ g_i(s^k),$$

где $\xi_i^k \geq 0$ означает длину шага $\xi_i^k = \left(s_i^{k+1} - s^k\right)$, а $g_i(s^k) = \dfrac{\partial D_i(s)}{\partial s_i}$ - функция-индикатор.

Рассмотренные правила поведения заказчика представим в следующем виде:

1. $s_i^{k+1} = s_i^k \pm \gamma_i^k, \gamma_i^k \geq 0$ – стратегия заказчика «плюс-минус» шаг;

2. $s_i^{k+1} = s_i^k + \gamma_i^k sign\ g_i(s)$ –стратегия заказчика «шаг по градиенту»,

$$sign\ g_i(s) = \begin{cases} -1, \text{если } g_i(s) < 0; \\ 0, \text{ если } g_i(s) = 0; \\ 1, \text{ если } g_i(s) > 0; \end{cases}$$

3. $\hat{s}_i^{k+1} = \hat{s}_i^k, s_i \in [SMIN, SMAX]$ – стратегия заказчика «поиск в интервале».

Для обоснования максимальной эффективности сбалансированного взаимодействия в производственной системе рассмотрим задачу оптимального планирования

$$c \min_j \frac{1}{B_j}\sum_{i=1}^{n} s_{ij}x_{ij} \underset{x}{\rightarrow} max, \tag{8}$$

при условиях $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = \sum_{j=1}^{m} \frac{z_j}{a_{ij}} = T_i, i = 1,n$.Введем переменную $\gamma = \min_j \frac{1}{B_j}\sum_{i=1}^{n} s_{ij}x_{ij}$ и запишем задачу (8), как задачу линейного программирования

$$c\gamma \rightarrow max, \gamma B_j - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_{ij}, = 0,$$

$$j = 1,m, \textstyle\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = T_i, i = 1,n.$$

Выпишем двойственную задачу, определив двойственные переменные $\{v_i\},\{\lambda_j\}$

$$\sum_i T_i v_i \rightarrow min$$

при условиях $v, \lambda \geqslant 0$,

$$v_i - \lambda_j a_{ij} \geq 0, i = 1,n, \textstyle\sum_j \lambda_j B_j \geq c\ .$$

Заметим теперь, что в оптимальном решении двойственной задачи $v_i = \max_k \lambda_k a_{ik}$..Кроме того, $\sum_j \lambda_j B_j = c$, так как $\gamma > 0$. Выпишем соотношения дополняющей нежесткости

$$\left(v_i - \lambda_j a_{ij}\right)x_{ij} =$$
$$\left(\max_k \lambda_k a_{ik} - \lambda_j a_{ij}\right)x_{ij} = 0, \tag{9}$$
$$i = 1,n,\ j = 1,m.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, сравнивая (9) с условиями равновесия (6) видим, что они совпадают. Учитывая, что соотношения дополняющей нежесткости являются необходимыми и достаточными условиями оптимальности решения прямой и двойственной задач. Следовательно, любая ситуация равновесия определяет оптимальный план задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гришанов Д.Г., Наумов К.В., Кирилина С.А.* Модель задачи принятия оптимальных решений по выбору объема затрат при производстве сложных изделий // Проблемы современной экономики. 2010. № 4. С. 64-68.
2. *Гришанов Д.Г., Гришанов Д.Г., Щелоков Д.А.* Оценка влияния функции спроса на равновесное состояние конкурентной среды. Выбор оптимальной стратегии монополии // Экономические науки. 2011. № 11(84). С. 210-212.
3. Оценка устойчивости механизма взаимодействия

между производителями на рынке объемной конкуренции / *М.И. Гераськин, Г.М. Гришанов, Д.Г. Гришанов, Д.А. Щелоков* // Экономические науки. 2011. № 9(82). С. 227-231.

MODEL OF INTERACTION IN PRODUCTION SYSTEMS AND ORGANIZATION OF BALANCE CONDITION OF OUTPUT AT A PREDETERMINED RATIO

Joint Stock Company Space Rocket Centre "Progress", Samara

Formed model selection problems informed decisions for each subject of the production system and to investigate the mechanism of interaction between customers and suppliers in the process of production. We consider an iterative procedure to determine the coefficient of efficiency of the supplier and, on this basis of the mechanism of interaction between the organization balanced production system, the implementation of which provides output in a predetermined ratio.
Keywords: function of the customer, the customer's strategy, a complete set of product areas, reported assessment, maximum output, an iterative procedure, output specified ratio, resistance mechanisms, dual problem, balanced interaction.

Xeniya Pekina, Candidate of Technics.