

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ ЧЕБЫШЕВА ДЛЯ АНАЛИЗА ИЗГИБА ПРОТАЛКИВАНИЕМ ТРУБНОЙ ЗАГОТОВКИ

© 2016 В.Д. Маслов, В.Д. Мисюра, А.А. Казарина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 15.04.2016

Приведены результаты моделирования процесса изгиба трубной заготовки проталкиванием. Установлен характер изменения толщины заготовки в процессе формоизменения. Построен аппроксимирующий полином, описывающий изменение толщины заготовки.

*Ключевые слова:* изгиб трубной заготовки проталкиванием, конечно-элементный анализ, напряженно-деформированное состояние, аппроксимирующий полиномов Чебышева.

Наиболее распространенной операцией изготовления криволинейных деталей из труб является гибка. Эта операция осуществляется либо в штампах, либо на валковых машинах, либо в гибочных машинах и устройствах [1].

Расширить технологические возможности процесса и изготовить изделие с минимальным возможным радиусом кривизны позволяет метод изгиба трубной заготовки проталкиванием в криволинейный канал матрицы [2]. Трубная заготовка, имеющая скосы на ее торцах, проталкивается в криволинейный канал, диаметр которого равен диаметру исходной трубной заготовки. Геометрия криволинейного канала соответствует геометрии готового изделия.

Метод изгиба проталкиванием известен с середины прошлого века, но до настоящего времени в технической литературе недостаточно сведений об особенностях деформирования трубной заготовки, о предельных параметрах формоизменения.

В данной статье приводятся результаты исследования процесса формообразования отводов проталкиванием в инструментальном устройстве универсальном листоштамповочном оборудовании

Аналитическое определение напряженно-деформированного состояния заготовки в процессе изгиба проталкиванием, без грубой схематизации процесса, является сложной задачей. Очаг деформации имеет нестационарный характер. Изменяются его границы и граничные условия. Напряженно-деформированное состояние заготовки изменяется как во времени, так и при переходе от точки к точке.

В данном исследовании, для определения напряженно-деформированного состояния

заготовки, используется конечно-элементное моделирование процесса формообразования. Применяется программный продукт – ANSYS-LS/DYNA [3]. Модель деформируемого металла при моделировании процесса – упрочняемый трансверсально анизотропный материал – Transverse Anisotropic Material. Коэффициент Ленкфорда  $R$  принят равным единице, то есть материал заготовки считается изотропный. Деформационное упрочнение материала в процессе формообразования описывается кривой упрочнения, полученной при испытании образца на одноосное растяжение.

Для моделирования деформируемой заготовки был выбран элемент SHELL 163 – оболочечный элемент с 4 узлами, возможностью изгиба и пружинения. Элемент имеет 12 степеней свободы в каждом узле. Геометрия оснастки и заготовки построена в CAD-системе SIEMENS NX6 с последующим импортированием в ANSYS/LS-DYNA.

Кривизна деформируемой заготовки характеризуется относительным радиусом кривизны  $R_{отн}$ , который определяется как отношение радиуса срединной поверхности изогнутого изделия  $R_{ср}$  к его наружному диаметру  $D_n$ :

$$R_{отн} = \frac{R_{ср}}{D_n}.$$

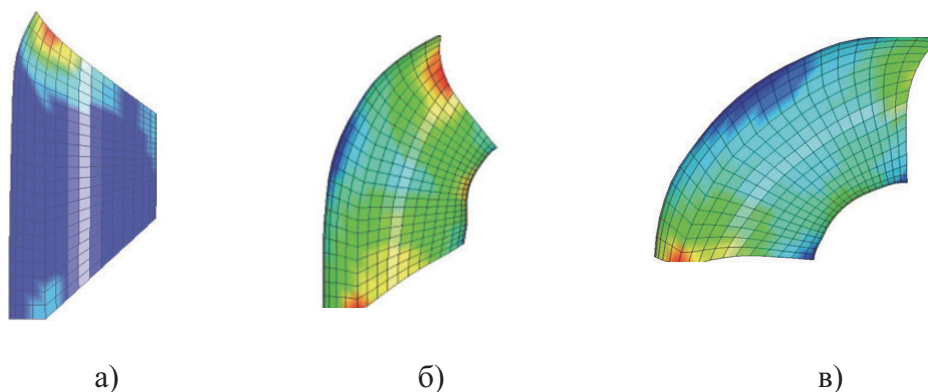
На рис. 1 в качестве примера показаны различные этапы моделирования процесса изгиба проталкиванием при относительном радиусе кривизны изделия  $R_{отн} = 1$ . Изменение толщины моделируемой заготовки определяется либо по цветовой шкале, либо численными значениями из постпроцессора LS-DYNA.

Результаты моделирования показали, что процесс формообразования отвода проталкиванием в матрицу имеет свои особенности. Процесс осуществляется по более сложным закономерностям, чем процесс обычной гибки. Одновременно происходят два процесса: изгиб и продольный сдвиг элементов заготовки. Наличие сдвиговых деформаций, развивающихся в осевом

*Маслов Валентин Дмитриевич, кандидат технических наук, доцент. E-mail: avia-tek@yandex.ru*

*Мисюра Валентин Дмитриевич, аспирант. E-mail: avia-tek@yandex.ru*

*Казарина Алена Андреевна, бакалавр. E-mail: avia-tek@yandex.ru*



**Рис. 1.** Этапы моделирования процесса формообразования отвода  
а – начальный этап; б – модель заготовки при изгибе на 60°; в – на 90°

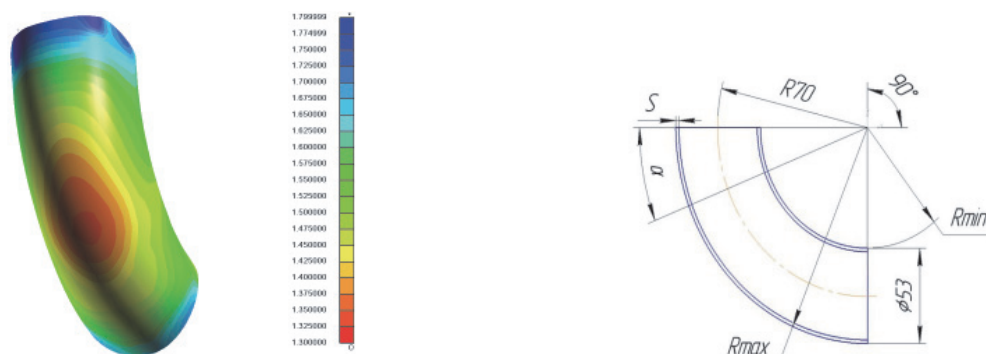
направлении, уменьшает величину деформаций в зонах растяжения и сжатия. Изменяется картина деформированного состояния заготовки. Становится возможным изогнуть заготовку на меньший радиус.

Для того, чтобы установить закономерности изменения толщины моделируемой заготовки (рассматривается только выпуклая образующая)

определили толщину в шести равномерно расположенных элементах на этой образующей. Схема замера толщины заготовки приведена на рис. 2.

Результаты замера толщины элементов после изгиба заготовки с исходной толщиной 1,0 мм и 1,5 мм приведены в таблице 1.

Таким образом, при обработке результатов моделирования процесса, получилась дискретная



**Рис. 2.** Схема замеров толщины элементов по модели

**Таблица 1.** Значения толщины элементов на выпуклой образующей модели заготовки

Значение переменной X			Значение Y на внешней образующей	
Номер элемента	Угол $\alpha$ (град)	Угол $\alpha$ (радиан)		
0	0	0,0	1,299	2,0810
1,2	18	0,314	1,113	1,6702
1,3	36	0,628	0,970	1,4548
1,4	54	0,942	0,972	1,4578
1,5	72	1,256	0,991	1,4866
1,6	90	1,57	1,103	1,6552

функция распределения толщины по образующей (элементы 1,1-1,6). Для определения закономерности изменения толщины необходимо функцию, заданную таблично, заменить аппроксимирующим полиномом. Необходимое условие - отклонение функции от полинома на заданном множестве должно быть наименьшим [4].

Чебышевым создана теория наилучшего приближения функций [5]. Аппроксимирующие полиномы с использованием ортогональных полиномов Чебышева, обладают целым рядом замечательных свойств. Использование ортогональных полиномов Чебышева позволяет построить обобщенный полином с требуемой точностью, но более короткий, чем существующие полиномы. Это более удобно для вычислений. Разложение сходится быстрее, чем при использовании других полиномов. Для достижения требуемой точности многочлен Чебышева имеет значительно меньшую степень [5].

Ставится задача – построить аппроксимирующий полином четвертой степени (m=4), приближенно представляющий табличную функцию с шестью узлами аппроксимации (n=6). Значение функции в узлах аппроксимации приведены в табл. 2.

Для построения полинома используем новую переменную  $t = x/0,314$ .

Аппроксимирующий полином будем искать в виде [4]:

$$Q_m = \sum_{k=0}^4 \frac{C_k}{S_k} P_{k,n}(t) = \frac{C_0}{S_0} P_{0,n} + \frac{C_1}{S_1} P_{1,n} + \frac{C_2}{S_2} P_{2,n} + \frac{C_3}{S_3} P_{3,n} + \frac{C_4}{S_4} P_{4,n},$$

где  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6;$   
 $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$

Параметры полинома определяются следующим образом:

$$C_k = \sum_{i=0}^n y_i P_{k,n}(x_i);$$

$$S_k = \sum_{i=0}^n P_{k,n}^2.$$

Полиномы Чебышева степени 4 при 6 узлах аппроксимации:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  будут иметь следующий вид:

$$P_{0,n} = 1;$$

$$P_{1,n} = 1 - 2 \frac{t_i}{n};$$

$$P_{2,n} = 1 - 6 \frac{t_i}{n} + 6 \frac{t_i(t_i - 1)}{n(n - 1)};$$

$$P_{3,n} = 1 - 12 \frac{t_i}{n} + 30 \frac{t_i(t_i - 1)}{n(n - 1)} - 20 \frac{t_i(t_i - 1)(t_i - 2)}{n(n - 1)(n - 2)};$$

$$P_{4,n} = 1 - 20 \frac{t_i}{n} + 90 \frac{t_i(t_i - 1)}{n(n - 1)} - 140 \frac{t_i(t_i - 1)(t_i - 2)}{n(n - 1)(n - 2)} + 70 \frac{t_i(t_i - 1)(t_i - 2)(t_i - 3)}{n(n - 1)(n - 2)(n - 3)}.$$

Проверка полиномов Чебышева на ортогональность выполнялись следующим образом:

$$\sum_{i=0}^n P_{j,n}(i) P_{k,n}(i) = 0 \text{ при } j \neq k.$$

Расчет аппроксимирующего полинома и построение графических зависимостей выполняется в программном продукте Microsoft Excel. Результаты расчета приведены на рис. 3.

Результаты расчета сведены в таблицу 3.

Таким образом, аппроксимирующий полином, построенный с использованием ортогональных полиномов Чебышева, имеет вид:

$$Q(t) = 1,075 + 0,096 P_{1,6}(t) + 0,127 P_{2,6}(t) + 0,0037 P_{3,6}(t) - 0,0099 P_{4,6}(t)$$

На рис. 4 показаны графические зависимости аппроксимации результатов моделирования с помощью аппроксимирующего полинома.

Таким образом, использование ортогональных полиномов Чебышева при обработке результатов моделирования процесса изгиба проталкиванием, позволило установить закономерность изменения толщины по образующей изгибаемой заготовки.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунов М.Н. Штамповка деталей из трубных заготовок. М.: Машгиз, 1960. С. 190.
2. Патент 130241 Российская Федерация МКП В21С 37/29. Устройство для формообразования круто-изогнутых отводов / Маслов В.Д., Николенко К.А., Мисюра В.Д.; заявитель и патентообладатель Самарский гос. аэрокосмич. университет.- № 2013105307/02, заявл. 07.02.13; опубл. 20.07.13, Бюл. № 23. – 3 с.
3. LS-DYNA [Электронный ресурс] URL: <http://www.cadfem.ru> (дата обращения 14.10.2013).

Таблица 2. Значения функции в узлах аппроксимации

x	0,00	0,314	0,628	0,942	1,256	1,570
y	1,299	1,113	0,970	0,972	0,991	1,103
t	0	1	2	3	4	5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K		
1	t	n	y		P1,1	1	1	P2,1	1	1			
2	0	1	1,299		P1,2	0,6	0,36	P2,2	-0,2	0,04			
3	1	2	1,113		P1,3	0,2	0,04	P2,3	-0,8	0,64			
4	2	3	0,97		P1,4	-0,2	0,04	P2,4	-0,8	0,64			
5	3	4	0,972		P1,5	-0,6	0,36	P2,5	-0,2	0,04			
6	4	5	0,991		P1,6	-1	1	P2,6	1	1			
7	5	6	1,103		Σ	0	2,8	Σ	0	3,36			
8		Σ	6,448										
9													
10	P3,1	1	1	P4,1	1	1	Проверка на ортогональность						
11	P3,2	-1,4	1,96	P4,2	-3	9					(P0,n)*(P1,n)	0	верно
12	P3,3	-0,8	0,64	P4,3	2	4					(P0,n)*(P2,n)	0	верно
13	P3,4	0,8	0,64	P4,4	2	4					(P0,n)*(P3,n)	0	верно
14	P3,5	1,4	1,96	P4,5	-3	9					(P0,n)*(P4,n)	0	верно
15	P3,6	-1	1	P4,6	1	1							
16	Σ	0	7,2	Σ	0	28							
17													

Рис. 3. Расчет параметров аппроксимирующего полинома

Таблица 3. Расчет параметров полинома

t	x	y	P <sub>0</sub> (t)	P <sub>1,6</sub> (t)	P <sub>2,6</sub> (t)	P <sub>3,6</sub> (t)	P <sub>4,6</sub> (t)	Y	ε = y - Y
0	0,00	1,299	1	1	1	1	1	1,3007	-0,0017
1	0,314	1,113	1	0,6	-0,2	-1,4	-3	1,1044	0,0086
2	0,628	0,970	1	0,2	-0,8	-0,8	2	0,9872	-0,0172
3	0,942	0,972	1	-0,2	-0,8	0,8	2	0,9548	0,0172
4	1,256	0,991	1	-0,6	-0,2	1,4	-3	0,9996	-0,0086
5	1,57	1,103	1	-1	1	-1	1	1,1013	0,0017
C <sub>k</sub> -	6,448	0,2688	0,4276	0,0268	-0,026				
S <sub>k</sub> -	6	2,8	3,36	7,2	28				
b <sub>i</sub> -	1,075	0,096	0,127	0,0037	-0,0009				

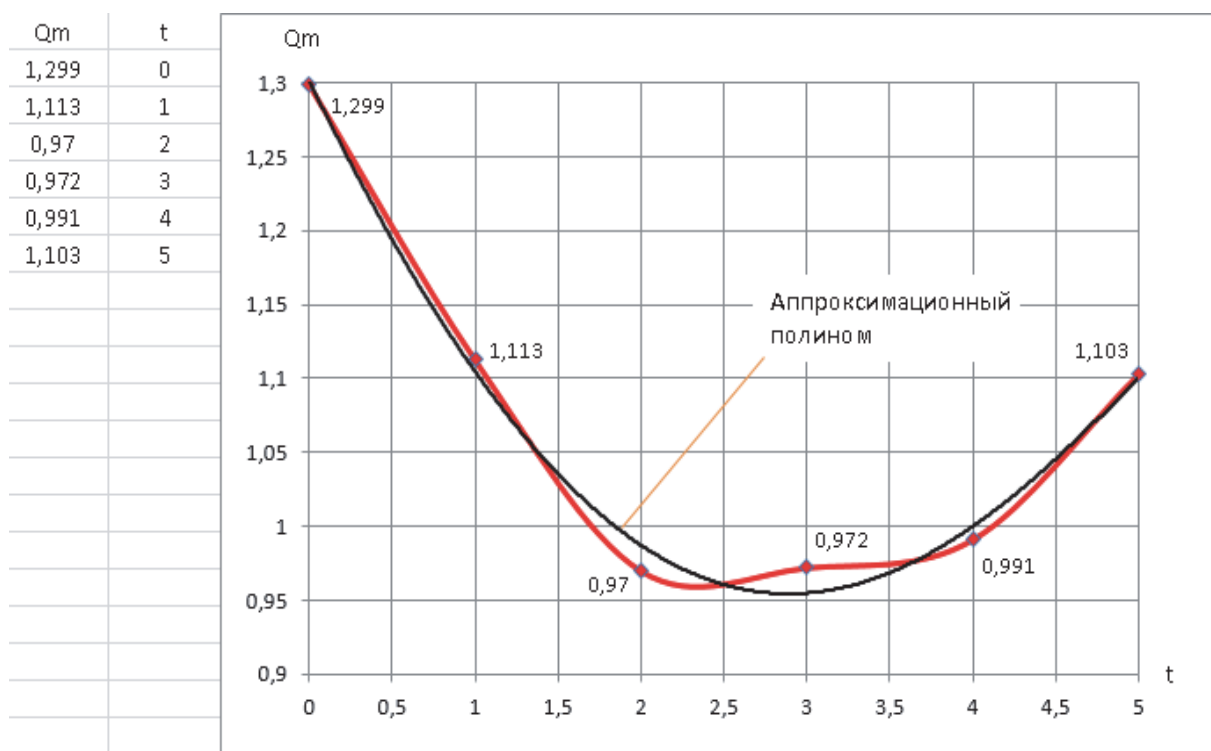


Рис. 4. Построение аппроксимирующего полинома

4. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. М. : Физматгиз, 1963. С. 400.
5. Данилов Ю.А. Многочлены Чебышева. Минск: Высшая школа, 1984. С. 157.

**USE CHEBYSHEV POLINOMIALS  
FOR ANALYSIS BENDING TUBULAR BILLET OF BY PUSHING**

© 2016 V.D. Maslov, V.D. Misyura, A.A. Kazarina

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The results of the simulation of bending process billets pushing. The nature of the changes in the thickness of the workpiece during forming. Built approximating polynomial that describes the change of workpiece thickness.

*Keywords:* bending pipe billet pushing, finite element analysis, the stress-strain state, approximating the Chebyshev polynomials.

---

*Valentin Maslov, Candidate of Technics, Associate Professor at the Metal Forming Processes Department.*

*E-mail: avia-tek@yandex.ru*

*Valentin Misyura, Graduate Student at the Metal Forming Processes Department. E-mail: avia-tek@yandex.ru*

*Alena Kazarina, Student at the Metal Forming Processes Department. E-mail: avia-tek@yandex.ru*