

**АЛГОРИТМЫ НАВЕДЕНИЯ И ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ
ОРИЕНТАЦИЕЙ МАНЕВРИРУЮЩЕГО СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБОЗОРА**

© 2016 Т.Е. Сомова

Самарский государственный технический университет
НИИ Проблем надежности механических систем

Статья поступила в редакцию 22.11.2016

Представляются алгоритмы синтеза векторных сплайновых законов наведения и цифрового управления ориентацией спутника землеобзора при выполнении последовательности маршрутов сканирующей оптико-электронной съемки и поворотных маневров с крайними условиями общего вида.
Ключевые слова: спутник землеобзора, ориентация, наведение, цифровое управление.

Работа поддержана РФФИ (грант 14-08-01091) и отделением ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

ВВЕДЕНИЕ

В системах управления ориентацией (СУО) спутников землеобзора массой до 1000 кг применяются электромеханические приводы в виде кластера реактивных двигателей-маховиков (ДМ) с разгрузкой накопленного кинетического момента (КМ) магнитным приводом (МП). Минимально-избыточная схема *General Electric (GE)*, рис. 1, обладает возможностью управлять ориентацией космического аппарата (КА) при отказе любого одного маховика. В исследуемой СУО применяются астроинерциальная система определения углового положения (СОУП) и цифровое управление как кластером ДМ, так и МП. В [1] приведены разработанные методы оптимизации законов углового наведения КА землеобзора при выполнении произвольного маршрута сканирующей съемки и технология представления таких законов на основе интерполяции расчетных данных векторной функцией модифицированных параметров Родрига (МНР). В данной работе рассматриваются вопросы синтеза алгоритмов векторных сплайновых законов наведения и алгоритмов цифрового управления ориентацией спутника землеобзора при выполнении последовательности маршрутов сканирующей съемки и поворотных маневров (ПМ) КА с крайними условиями общего вида.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В системе координат $Oxyz$, связанной с корпусом КА (ССК), оси вращения четырех ДМ по схеме *GE*, рис. 1, располагаются на поверхности

Татьяна Евгеньевна Сомова, аспирантка, младший научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail te_somova@mail.ru

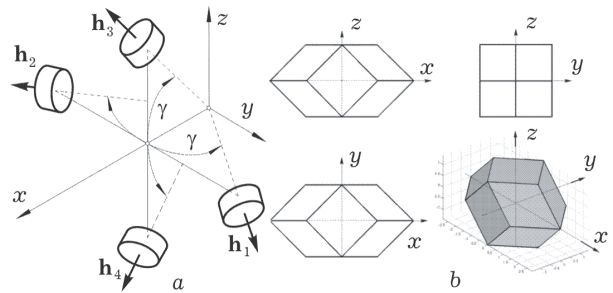


Рис. 1. Схема *GE* (a) and оболочка ее КМ (b)

конуса с углом полу-раствора γ . Далее используются стандартные обозначения $col(\cdot) = \{\cdot\}$, $line(\cdot) = [\cdot]$, $(\cdot)^t$, $[\mathbf{a} \times]$ и \circ, \sim для векторов, матриц и кватернионов. Вводятся орбитальная система координат (ОСК $Ox^o y^o z^o$), кватернион Λ^o и углы ориентации ССК относительно ОСК по крену ϕ_1 , рысканию ϕ_2 и тангажу ϕ_3 , которые используются при формировании матриц элементарных поворотов $[\phi_i]_i$ в последовательности 312 при индексах осей $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3 \equiv x, y, z$. Кватернион ориентации КА в инерциальной системе координат (ИСК) представляется как $\Lambda = \Lambda_o \circ \Lambda^o$, где Λ_o – кватернион ориентации ОСК в ИСК. Модель углового движения КА учитывает упругость его конструкции и имеет вид

$$\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2; \Lambda^o \{\dot{\omega}, \ddot{q}, \dot{\Omega}\} = \{F^\omega, F^q, F^\Omega\}, \quad (1)$$

$$F^\omega = -[\omega \times]G + M^m + M^d;$$

$$F^q = -A^q(V_q \dot{q} + W_q q); F^\Omega = M - M^f;$$

$$A^o = \begin{bmatrix} J & D_q & A \\ D_q^t & \dot{A}^q & 0 \\ J_r A^t & 0 & J_r I_4 \end{bmatrix};$$

$$A = \begin{bmatrix} C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma \\ S_\gamma & -S_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_\gamma & -S_\gamma \end{bmatrix}.$$

Здесь $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$ является вектором суммарного кинетического момента (КМ) электро-механической системы, столбцы $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$ и $\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_p = J_p \boldsymbol{\Omega}_p\}$, $p = 1 \div 4$, представляют КМ кластера и отдельных ДМ, которые связаны соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{A} \mathbf{h}$, где матрица \mathbf{A} составлена из ортов осей вращения ДМ в ССК;

$$\mathbf{A}^q = \text{diag}\{\mu_j\}; \mathbf{V}_q = \text{diag}\{\frac{\delta}{\pi} \Omega_j^s\};$$

$$\mathbf{W}_q = \text{diag}\{(\Omega_j^s)^2\}; \mathbf{M}^m = \{m_i^m\};$$

$$\mathbf{M} = \{m_p\}; \mathbf{M}^f = \{m_p^f\}; C_\gamma = \cos \gamma, S_\gamma = \sin \gamma;$$

вектор механического момента МП $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, где вектор электромагнитного момента $\mathbf{L} = \{l_i\}$ с ограниченными компонентами $|l_i| \leq l^m$ и вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B} = \mathbf{b} \mathbf{B}$ с ортом \mathbf{b} определены в ССК; векторы-столбцы $\mathbf{M} = \{m_p\}$ и $\mathbf{M}^f = \{m_p^f\}$ представляют управляющие моменты и моменты сил сухого трения по осям вращения ДМ, а вектор \mathbf{M}^d – внешние возмущающие моменты. Ресурсы каждого ДМ по управляющему и кинетическому моментам ограничены, что представляется соотношениями $|m_p(t)| \leq m^m, |h_p(t)| \leq h^m, p = 1 \div 4$.

Вектор \mathbf{M}^f управляющего момента кластера ДМ формируется в виде $\mathbf{M}^f = -\mathbf{H}^*$, где $(\cdot)^*$ – символ локальной производной по времени. При простейшем моделировании корпуса КА с закрепленным телескопом в виде свободного твердого тела с тензором инерции \mathbf{J} вектор его КМ $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H} \equiv \mathbf{G}_0$, где \mathbf{G}_0 является постоянным вектором. Пусть СУО спутника сбалансирована по вектору КМ с условием $\mathbf{G}_0 \equiv \mathbf{0}$. При этом модель динамики углового движения КА принимает вид $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon}$ с вектором углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{M}^f$, а модель углового движения КА – кинематическое представление

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}}(t) = \boldsymbol{\Lambda}(t) \circ \boldsymbol{\omega}(t)/2; \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\varepsilon}(t); \boldsymbol{\varepsilon}^*(t) = \mathbf{v}. \quad (2)$$

Модули векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^*(t)$ ограничены, $|\boldsymbol{\omega}(t)| \leq \bar{\omega}$, $|\boldsymbol{\varepsilon}(t)| \leq \bar{\varepsilon}$ и $|\boldsymbol{\varepsilon}^*(t)| \leq \bar{\varepsilon}^*$, что обусловлено ограниченностью областей вариации векторов КМ \mathbf{H} и управляющего момента $\mathbf{M}^f = -\mathbf{H}^*$ кластера ДМ, а также допустимым темпом его изменения. Далее применяется вектор МПР $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\} = \mathbf{e} \text{tg}(\Phi/4)$ с традиционными обозначениями орта Эйлера \mathbf{e} и угла Φ собственного поворота. Вектор $\boldsymbol{\sigma}$ взаимно-однозначно связан с кватернионом $\boldsymbol{\Lambda}$ прямыми $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda}/(1 + \lambda_0)$ и обратными $\lambda_0 = (1 - \sigma^2)/(1 + \sigma^2)$, $\boldsymbol{\lambda} = 2\boldsymbol{\sigma}/(1 + \sigma^2)$ соотношениями.

Пусть дискретное измерение кватерниона ориентации $\boldsymbol{\Lambda}_l^m = \boldsymbol{\Lambda}^m(t_l)$ КА с помо-

щью СОУП выполняется с периодом T_p , где $\boldsymbol{\Lambda}^m(t_l) = \boldsymbol{\Lambda}(t_l) \circ \boldsymbol{\Lambda}_l^n$, кватернион $\boldsymbol{\Lambda}_l^n = \boldsymbol{\Lambda}^n(t_l)$ представляет центрированный гауссовский шум, $t_{l+1} = t_l + T_p$, $l \in N_0 \equiv [0, 1, 2, \dots]$, а дискретное измерение угловых скоростей вращения ДМ $\boldsymbol{\Omega}_p = \boldsymbol{\Omega}_p(t_s)$ – в моменты времени t_s с периодом T_q , $t_{s+1} = t_s + T_q$, $s \in N_0$. Будем считать, что в моменты времени t_k с периодом T_u , $t_{k+1} = t_k + T_u$, $k \in N_0$, формируется цифровое управление ДМ, а в моменты времени t_r с периодом $T_u^m > T_u$, $t_{r+1} = t_r + T_u^m$, $r \in N_0$ – цифровое управление магнитным приводом.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Как отмечено выше, для выполнения произвольных маршрутов сканирующей съемки разработаны алгоритмы наведения в виде набора гладко сопряженных векторных сплайнов МПР $\boldsymbol{\sigma}(t)$ 7-го порядка [1, 2]. Тогда при наличии двух смежных временных интервалов сканирующей съемки с уже известными краевыми условиями по кватерниону $\boldsymbol{\Lambda}$, векторам $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$, а также по вектору $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ в момент времени начала второго маршрута, возникает задача ПМ спутника. Пространственные поворотные маневры КА землеобзора на интервале времени $t \in T_p \equiv [t_i^p, t_f^p]$, $t_i^p \equiv t_i^p + T_p$ с краевыми условиями общего вида $\boldsymbol{\Lambda}(t_i^p) = \boldsymbol{\Lambda}_i; \boldsymbol{\omega}(t_i^p) = \boldsymbol{\omega}_i; \boldsymbol{\varepsilon}(t_i^p) = \boldsymbol{\varepsilon}_i;$
 $\boldsymbol{\Lambda}(t_f^p) = \boldsymbol{\Lambda}_f; \boldsymbol{\omega}(t_f^p) = \boldsymbol{\omega}_f; \boldsymbol{\varepsilon}(t_f^p) = \boldsymbol{\varepsilon}_f; \boldsymbol{\varepsilon}^*(t_f^p) = \boldsymbol{\varepsilon}_f^* \quad (3)$

при ограничениях на модули векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ не являются единственными, поэтому ставится первая задача – синтез закона наведения КА при ПМ с использованием только аналитических соотношений.

Момент сил сухого трения скачком изменяет свое значение при смене направления вращения каждого ДМ, что приводит к проблеме обеспечения требуемой точности стабилизации движения КА в процессе сканирующей съемки. Вторая задача состоит в синтезе алгоритмов дискретной фильтрации, цифрового управления кластером ДМ с идентификацией и компенсацией моментов сил сухого трения по осям их вращения. Для полетной идентификации таких моментов используется дискретный наблюдатель Луенбергера и полученная дискретная оценка применяется для компенсации влияния момента сил сухого трения при формировании цифрового управления ДМ.

Наконец, третья задача заключается в синтезе алгоритмов цифрового управления МП при разгрузке кластера ДМ. Здесь используется компенсационная схема, где векторные командные сигналы посылаются одновременно как на кластер ДМ, так и на МП, причем эти сигналы

равны по импульсу момента МП на периоде цифрового управления ДМ, но имеют противоположные знаки.

ЗАКОНЫ НАВЕДЕНИЯ ПРИ ПОВОРОТНЫХ МАНЕВРАХ

При модели углового движения КА (2) и указанных ограничениях на модули векторов $\boldsymbol{\omega}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^*(t) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$ разработанный аналитический метод синтез закона наведения КА при ПМ на интервале времени $t \in T_p \equiv [t_1^p, t_f^p]$ с крайевыми условиями (3) основывается на необходимом и достаточном условии разрешимости Дарбу. Здесь решение представляется как результат сложения трех одновременно происходящих элементарных поворотов «вложенных» базисов \mathbf{E}_k вокруг ортов \mathbf{e}_k , $k = 1 \div 3$ осей Эйлера, положение которых определяется по крайевым условиям (3) модели (2). При этом искомым кватернион $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ определяется произведением

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_1 \circ \boldsymbol{\Lambda}_1(t) \circ \boldsymbol{\Lambda}_2(t) \circ \boldsymbol{\Lambda}_3(t), \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\Lambda}_k(t) \equiv (\cos(\varphi_k(t)/2), \mathbf{e}_k \sin(\varphi_k(t)/2))$, функция $\varphi_k(t)$ определяет угол k -го поворота, $k = 1 \div 3$. В силу неподвижности орта \mathbf{e}_k в базисе \mathbf{E}_{k-1} имеем соотношения $\boldsymbol{\omega}_k(t) = \dot{\varphi}_k(t)\mathbf{e}_k$, $\boldsymbol{\varepsilon}_k(t) = \ddot{\varphi}_k(t)\mathbf{e}_k$, $\boldsymbol{\varepsilon}_k^*(t) \equiv \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_k(t) = \ddot{\varphi}_k(t)\mathbf{e}_k$. Введем обозначения $\dot{\mathbf{u}}^{(k)}$, $\dot{\mathbf{a}}^{(k)}$, $\dot{\mathbf{a}}^{(k)}$, $k = 1 \div 3$ векторов $\dot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{a}}$ и $\dot{\mathbf{a}}$ в базисе \mathbf{E}_k , оператор $\mathbf{a}_{k-1}^{(k)} = \Phi(\mathbf{a}_{k-1}, \boldsymbol{\Lambda}_k) \equiv \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_k \circ \mathbf{a}_{k-1} \circ \boldsymbol{\Lambda}_k$ преобразования вектора \mathbf{a}_{k-1} из базиса \mathbf{E}_{k-1} в базис \mathbf{E}_k и назовем $\dot{\mathbf{u}}_1(t) = \dot{\varphi}_1(t)\mathbf{e}_1$, $\dot{\mathbf{a}}_1(t) = \dot{\varphi}_1(t)\mathbf{e}_1$ и $\dot{\mathbf{a}}_1(t) = \dot{\varphi}_1(t)\mathbf{e}_1$. Векторы угловой скорости, углового ускорения и локальной производной ускорения в ССК определяются значениями этих же векторов в базисе \mathbf{E}_3 , которые формируются по рекуррентным формулам, $k = 2, 3$:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{(k)} &= \Phi(\boldsymbol{\omega}_{k-1}, \boldsymbol{\Lambda}_k); \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} = \Phi(\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}, \boldsymbol{\Lambda}_k); \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}^{(k)} &= \Phi(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}, \boldsymbol{\Lambda}_k); \boldsymbol{\omega}^{(k)} = \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{(k)} + \boldsymbol{\omega}_k; \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_k + \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \boldsymbol{\omega}_k; \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{(k)} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{k-1}^{(k)} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_k \\ &+ \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \boldsymbol{\varepsilon}_k + (2\boldsymbol{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} + \boldsymbol{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \boldsymbol{\omega}_k) \times \boldsymbol{\omega}_k. \end{aligned} \quad (5)$$

В результате при назначении набора скалярных сплайнов $\varphi_k(t)$ по явным аналитическим соотношениям получают векторные функции $\dot{\mathbf{u}}(t) = \dot{\mathbf{u}}^{(3)}(t)$, $\dot{\mathbf{a}}(t) = \dot{\mathbf{a}}^{(3)}(t)$ и $\dot{\mathbf{a}}^*(t) = \dot{\mathbf{a}}^*(t) = \dot{\mathbf{a}}^{(3)*}(t)$.

Пусть кватернион $\boldsymbol{\Lambda}^* \equiv (\lambda_0^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_1 \circ \boldsymbol{\Lambda}_f$ имеет орт оси Эйлера $\mathbf{e}_3 = \boldsymbol{\lambda}^* / \sin(\varphi^*/2)$ третьего поворота, где угол $\varphi^* = 2 \arccos(\lambda_0^*)$. Для 1-го и 2-го поворотов позиционные краевые условия принимаются в виде

$\boldsymbol{\Lambda}_1(t_1^p) = \boldsymbol{\Lambda}_1(t_f^p) = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{\Lambda}_2(t_1^p) = \boldsymbol{\Lambda}_2(t_f^p) = \mathbf{1}$, а для 3-го поворота – как $\boldsymbol{\Lambda}_3(t_1^p) = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{\Lambda}_3(t_f^p) = (\cos(\varphi_3^f/2), \mathbf{e}_3 \sin(\varphi_3^f/2))$, где $\varphi_3^f = \varphi^*$ и $\mathbf{1}$ – единичный кватернион. Это соответствует значениям углов $\varphi_1^f = \varphi_1^f = 0$ и $\varphi_2^f = \varphi_2^f = 0$. Орт \mathbf{e}_1 оси Эйлера 1-го поворота назначается из условия его ортогональности орту \mathbf{e}_3 , а орт $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$. Векторы $\boldsymbol{\omega}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}^*(t) \equiv \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$ представляются в аналитическом виде при задании сплайнов $\varphi_k(t)$ различных порядков с использованием в общем случае трех участков заданного интервала ПМ [3]:

- 1) участок разгона с оптимизацией по быстродействию при ограничениях, где КА из условий на левом конце ПМ переводится на движение с постоянным вектором угловой скорости по орту \mathbf{e}_3 ;
- 2) участок движения с постоянным вектором угловой скорости по орту \mathbf{e}_3 ;
- 3) завершающий участок движения КА с гарантированным выполнением заданных крайевых условий на правом конце ПМ при использовании сплайнов 6-го порядка и соотношений (5).

При этом все необходимые параметры скалярных сплайнов $\varphi_k(t)$ вычисляются по явным аналитическим соотношениям.

ЗАКОНЫ НАВЕДЕНИЯ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ МАРШРУТОВ

Пусть для КА землеобзора на солнечно-синхронной орбите (ССО) высотой 720 км имеется задание на съемку окрестностей российских столиц (рис. 2) в такой последовательности временных интервалов при отсчете времени от момента прохождения восходящего узла орбиты:



Рис. 2. Маршруты съемки на карте

- ориентация КА в ОСК $\forall t \in [0, 870)$ с;
- ПМ1 длительностью 40 с $\forall t \in [870, 910)$ с;
- маршрут М1 съемки с выравниванием продольной СДИ длительностью 40 с $\forall t \in [910, 950)$ с при начальной точке в гринвичской системе координат с долготой $L = 37.8$ град, широтой

той $B = 54.3$ град и геодезическим азимутом $A = -12$ град;

- ПМ2 длительностью 55 с $\forall t \in [950, 1005)$ с;
- маршрут М2 трассовой съемки длительностью 15 с $\forall t \in [1005, 1020)$ с начальными значениями углов крена $\phi_1 = 8$ град и тангажа $\phi_3 = 0$.

На рис. 3 представлен синтезированный закон наведения КА в ИСК для выполнения указанного задания, здесь цветами выделены компоненты

векторов $\sigma(t)$, $\omega(t)$ и $\varepsilon(t)$ – синим цветом по крену, зеленым по рысканию и красным по тангажу, а модули векторов $\omega(t)$ и $\varepsilon(t)$ отмечены черным цветом. На рис. 4 приведен этот же закон наведения КА в ОСК для компонентов вектора МПР $\sigma^o(t)$, углов крена, рыскания и тангажа, а также компонентов вектора $\omega^o(t)$ угловой скорости КА относительно ОСК.

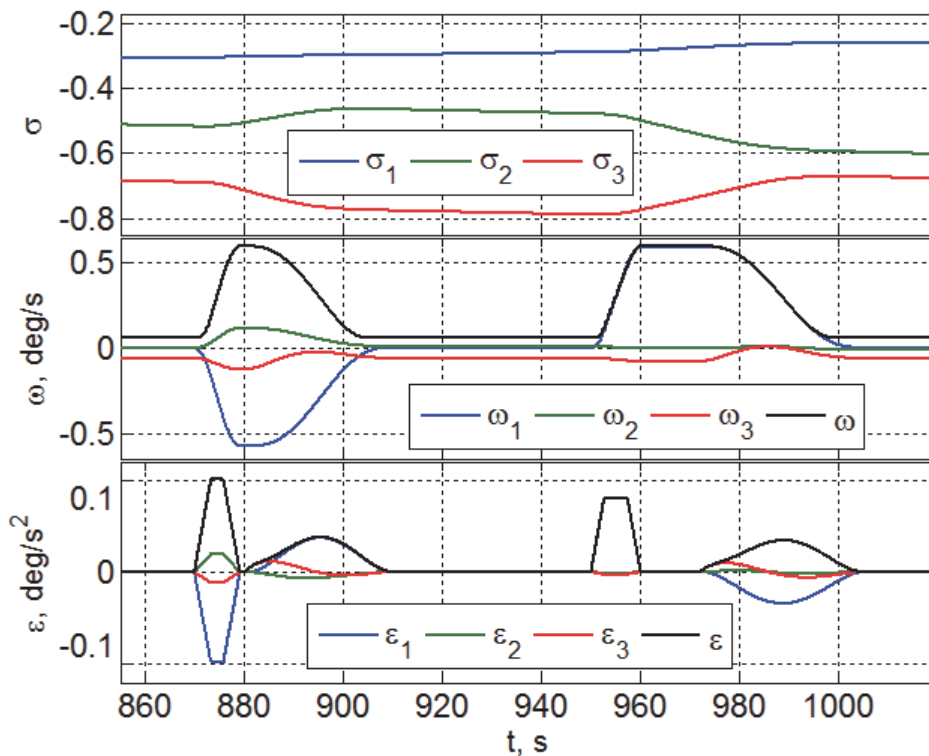


Рис. 3. Векторный сплайновый закон наведения

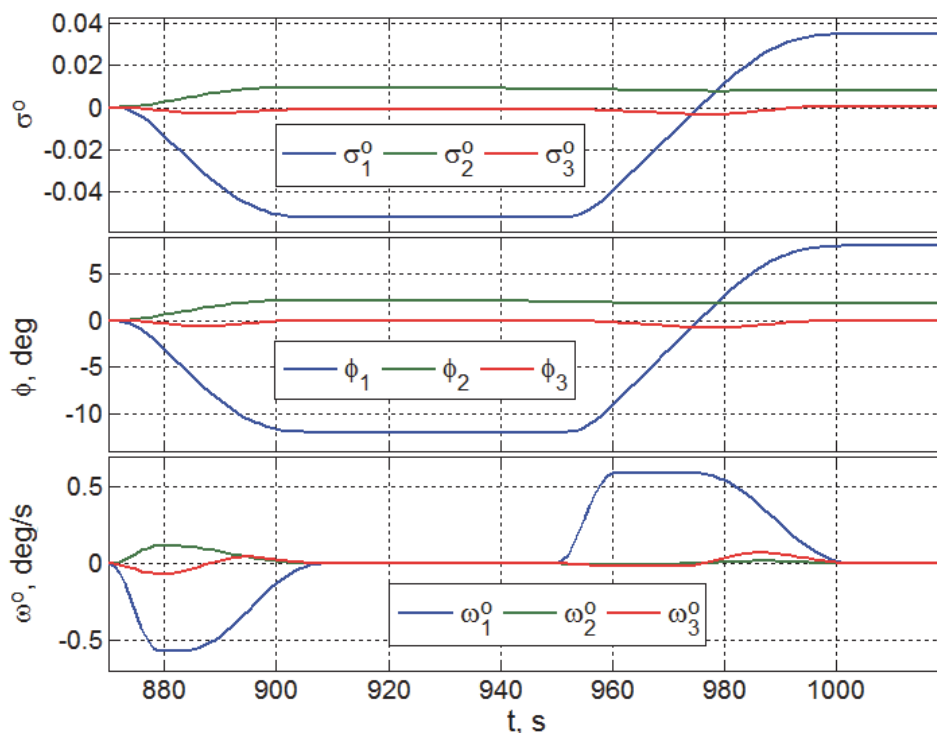


Рис. 4. Векторный сплайновый закон наведения спутника в ОСК

УПРАВЛЕНИЕ КЛАСТЕРОМ ДМ

Для кластера четырех ДМ принципиальная проблема заключается в распределении векторов его кинетического \mathbf{H} и управляющего $\mathbf{M}^r = -\mathbf{H}^*$ моментов в ССК между избыточным числом ДМ. При некоторых упрощениях эта проблема состоит в одновременном решении двух уравнений

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{H} \quad \forall \mathbf{H} \in \mathbf{R}^3, \mathbf{h} \in \mathbf{R}^4; \\ \mathbf{A}\mathbf{M} = -\mathbf{M}^r = \mathbf{H}^*; \quad \forall \mathbf{M}^r \in \mathbf{R}^3, \mathbf{M} \in \mathbf{R}^4. \end{aligned} \quad (6)$$

Используемый подход к разрешению уравнений (6) основан на применении скалярной функции настройки кластера и позволяет однозначно распределять векторы \mathbf{H} и $\mathbf{M}^r = -\mathbf{H}^*$ между четырьмя ДМ по явным аналитическим соотношениям. Введем нормированный вектор КМ кластера $\mathbf{h} \equiv \{x, y, z\} = \mathbf{H}/h^m = \mathbf{A}\mathbf{h}$, где $x = x_1 + x_2$, $x_1 = C_\gamma(h_1 + h_2)$, $x_2 = C_\gamma(h_3 + h_4)$; $\mathbf{h} = \{h_p\}$, $h_p = h_p / h^m$ и $|h_p| \leq 1$. Распределение этого вектора между четырьмя ДМ выполняется по закону

$$f_p = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \rho(\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - 1) = 0, \quad (7)$$

где $\tilde{x}_1 = x_1 / q_y$; $\tilde{x}_2 = x_2 / q_z$,

$$q_s = (4C_\gamma^2 - s^2)^{1/2}, \quad s = y, z,$$

на основе соотношений

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad q &\equiv q_y + q_z; \quad 0 < \rho < 1; \\ \Delta &\equiv (q/\rho)(1 - (1 - 4\rho[(q_y - q_z)(x/2) \\ &+ \rho(q_y q_z - (x/2)^2)]/q^2)^{1/2}); \end{aligned}$$

$$x_1 = (x + \Delta)/2, \quad x_2 = (x - \Delta)/2;$$

(ii) распределение КМ между ДМ в каждой паре по очевидным формулам;

(iii) вычисление вектора \mathbf{M}^r по явной формуле $\mathbf{M} = \{m_p\} = (\{\mathbf{A}, \mathbf{a}^f\})^{-1} \{-\mathbf{M}^r, -h^m \text{Sat}(\phi_p, \mu_p f_p)\}$

с параметрами $\phi_p, \mu_p > 0$ и компонентами строки $\mathbf{a}^f = [a_p^f]$ в виде

$$\begin{aligned} a_{1,2}^f &= \frac{2C_\gamma}{q_y^3} [2C_\gamma^2 \pm S_\gamma^2 h_2 (h_1 - h_2)] [1 + \rho \frac{C_\gamma (h_3 + h_4)}{q_z}]; \\ a_{3,4}^f &= \frac{2C_\gamma}{q_z^3} [2C_\gamma^2 \mp S_\gamma^2 h_4 (h_3 - h_4)] [1 + \rho \frac{C_\gamma (h_1 + h_2)}{q_y}]. \end{aligned}$$

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОМЕНТА СИЛ СУХОГО ТРЕНИЯ

Для простоты рассмотрим только один ДМ, при этом индекс p не используется. Простейшая модель движения ДМ представляется в нормированном виде $\dot{\Omega}(t) = a(t) - a^f(t)$, где управляющее ускорение $a(t) = m(t)/J_r$, ускорение $a^f(t) = a_0^f \text{sign}(\Omega(t)) \in [-a_0^f, a_0^f]$ отражает влия-

ние момента сил сухого трения и при моменте инерции ДМ J_r параметр $a_0^f = m_0^f / J_r = \text{const}$. В предположении $a^f(t) = a^f(t_s) = a_s^f = \text{const} \quad \forall t \in [t_s, t_{s+1})$ для получения оценки \hat{a}_s^f значения a_s^f применяется дискретный идентификатор Луенбергера

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}_{s+1} &= \hat{\Omega}_s + (a_s - \hat{a}_s^f) T_s + g_1^f \delta \Omega_s; \\ \hat{a}_{s+1}^f &= \hat{a}_s^f + g_2^f \delta \Omega_s; \quad \delta \Omega_{s+1} = \Omega_{s+1} - \hat{\Omega}_{s+1} \end{aligned} \quad (8)$$

с периодом T_q , где постоянные параметры g_1^f и g_2^f определяются по явным аналитическим соотношениям. Дискретная оценка момента сил сухого трения получается в виде $\hat{m}^f(t_s) = \hat{m}_s^f = J_r \hat{a}_s^f$.

ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ МП

Компенсационная схема разгрузки кластера ДМ основана на следующих положениях. Вычисляются модуль Γ^m и орт \mathbf{e}^m вектора потребного импульса механического момента МП в ССК, назначается его вариация $\Delta \Gamma^m$ на периоде T_u^m цифрового управления МП и рассчитывается постоянная команда $\mathbf{M}_k^{\text{cu}} = \{m_{ik}^{\text{cu}}\} = \Delta \Gamma^m \mathbf{e}^m / T_u^m$ компенсации импульса механического момента МП, которая периодом цифрового управления T_u поступает на кластер ДМ. В моменты времени t_r , $r \in \mathbf{N}_0$ вычисляется орт $\mathbf{b}_r = \mathbf{B}_r / B_r$ и определяется взаимная ориентация ортов \mathbf{b}_r и \mathbf{e}_r^m в ССК; если $|\langle \mathbf{b}_r, \mathbf{e}_r^m \rangle| > \cos(\pi/3)$, то на очередном периоде дискретности МП не включается, иначе вычисляются вектор $\mathbf{L} = \{l_i\} = \Delta \Gamma^m (\mathbf{b}_r \times \mathbf{e}_r^m) / B_r$ потребного электромагнитного момента МП на очередном шаге цифрового управления МП с периодом T_u^m .

ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ СПУТНИКА

Пусть задано программное движение КА $\Lambda^p(t), \omega^p(t), \dot{\omega}^p(t) = \boldsymbol{\varepsilon}^p(t)$ в ИСК. Кватерниону рассогласования $\hat{\mathbf{A}} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p \circ \Lambda$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_i\}$ соответствует вектор параметров Эйлера $\mathbf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$ и матрица погрешности $\mathbf{C}_e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$, где $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$. Выполняется фильтрация значений вектора углового рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_l = -2e_{0l} \mathbf{e}_l$, $l \in \mathbf{N}_0$, с периодом T_p и формируются значения вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_k^f$, $k \in \mathbf{N}_0$, которые используются в законе управления [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{k+1} &= \mathbf{B}\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}_k^f; \quad \tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\boldsymbol{\varepsilon}_k^f; \\ \mathbf{M}_k^f &= \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_{ek} \boldsymbol{\varepsilon}_k^p + [\mathbf{C}_{ek} \boldsymbol{\omega}_k^p \times] \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\mathbf{C}_{ek} = \mathbf{C}_e(t_k)$, $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$ и при обо-

значениях $d_u \equiv 2/T_u$, $a \equiv (d_u \tau_1 - 1)(d_u \tau_1 + 1)$ элементы диагональных матриц \mathbf{K} , \mathbf{B} , \mathbf{C} и \mathbf{P} вычисляются в виде $b \equiv (d_u \tau_2 - 1)/(d_u \tau_2 + 1)$; $p \equiv (1-b)(1-a)$; $c \equiv p(b-a)$ с адаптивно настраиваемыми параметрами τ_1 , τ_2 и k . Далее вектор $\mathbf{M}_k^i + \mathbf{M}_k^{cu}$ с помощью явного закона (7) распределения КМ между 4 ДМ «пересчитывается» в вектор-столбец $\mathbf{M}_k = \{m_{pk}\}$ управляющих моментов ДМ, которые при добавлении к ним компенсации влияния моментов \hat{m}_k^f сил сухого трения фиксируются на полуинтервале цифрового управления с периодом T_u .

РЕЗУЛЬТАТЫ ИМИТАЦИИ

При компьютерной имитации работы СУО применялись такие периоды дискретности:

$T_q = 1/32$ с; $T_p = 1/8$ с; $T_u = 1/4$ с и $T_u^m = 32$ с. Пусть при $t_* = 820$ с имеется вектор накопленного КМ кластера ДМ $\mathbf{H}(t_*) = \{2.5, 0.4, 0.8\}$ Нмс и в этот момент времени начинается разгрузка кластера с помощью цифрового управления МП при $I^m = 50$ Ам², так как здесь индикатор $|\zeta(t)| \leq 1/2 \quad \forall t \in [820, 1020)$ с. При погрешностях СОУП с СКО $\sigma^m = 1$ угл. сек и дискретной фильтрации значений вектора рассогласования ϵ_s ошибки стабилизации углового движения КА при цифровом управлении кластером ДМ с периодом $T_u = 0.25$ с представлены на рис. 5, векторы электромагнитного и механического момента МП приведены на рис. 6.

На рис. 7 приведены изменения КМ двигателей-маховиков и ошибки идентификации моментов сил сухого трения по осям их вращения. Не-

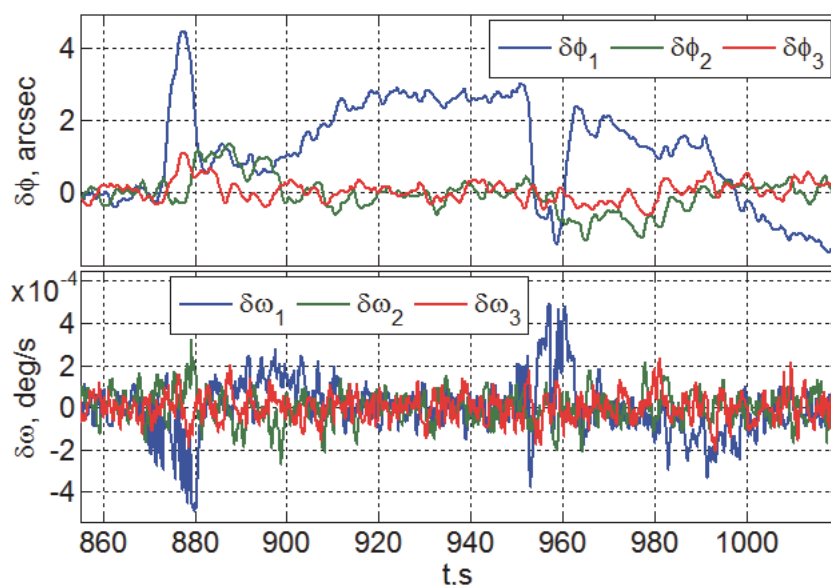


Рис. 5. Погрешности стабилизации КА по углам и угловым скоростям

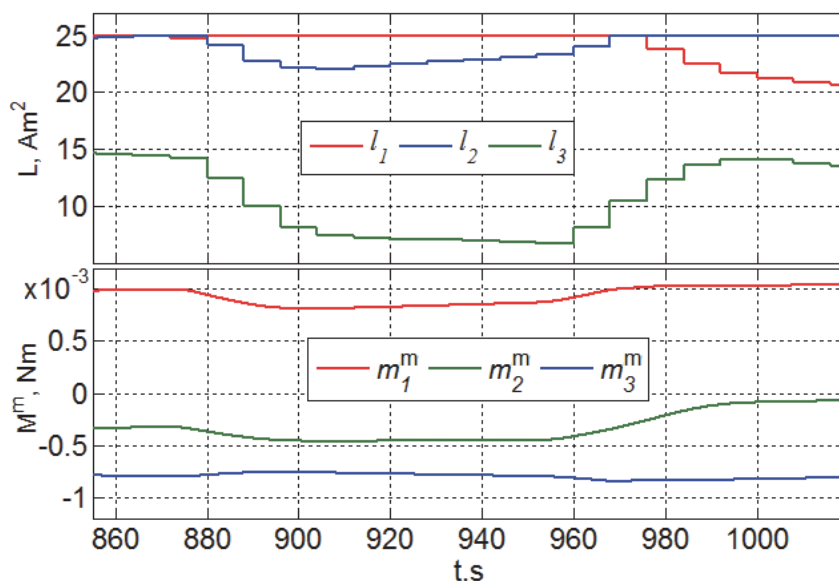


Рис. 6. Векторы электромагнитного и механического момента МП

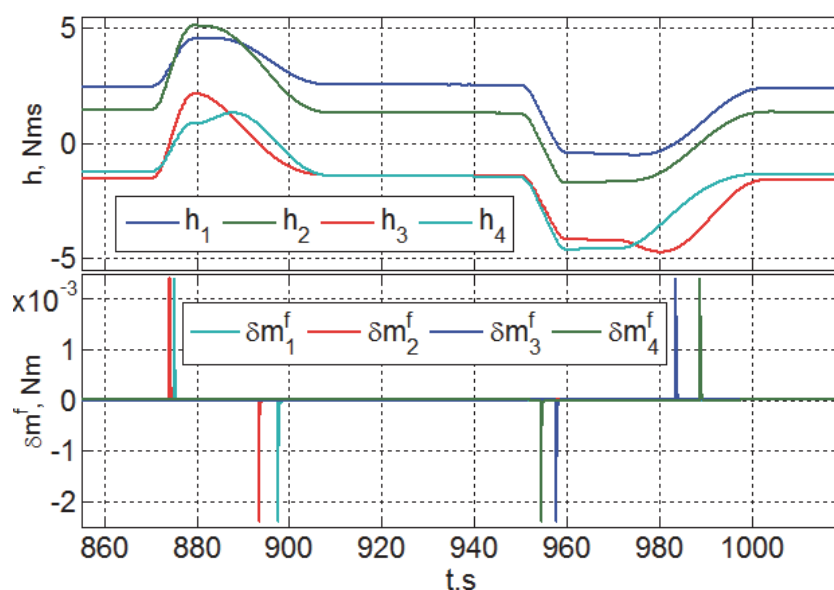


Рис. 7. Вариации КМ ДМ и погрешности идентификации моментов трения

трудно убедиться, что кратковременные ошибки в оценке моментов сил сухого трения практически не проявляются в рассогласованиях по углам и угловым скоростям движения спутника в процессе выполнения им заданного закона углового наведения. Рис. 5 рисунок демонстрирует эффективность применения компенсационной схемы одновременного цифрового управления кластером ДМ и магнитным приводом для его разгрузки.

ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЕТНОЙ ПОДДЕРЖКИ СУО

Для повышения надежности и живучести СУО спутника землеобзора при отказах бортовых приборов в наземном центре управления

полетом (ЦУП) обеспечивается её полетная поддержка. Для операторов ЦУП важная проблема состоит в восприятии фактической ориентации спутника относительно направлений на объекты внешней космической обстановки (на Солнце, Землю, Луну и др.) при возникновении аварийной ситуации в работе СУО, когда ее ресурсы не позволяют выполнить автоматическую диагностику и восстановление работоспособности с помощью реконфигурации контура управления. Компьютерные средства анимации позволяют исключить эту проблему: на двух соседних мониторах одновременно отображаются пространственные движения спутника с одинаковыми значениями параметров и начальными условиями – на первом мониторе по фактической телеметрической ин-



Рис. 8. Кадр анимации движения спутника землеобзора

формации, а на втором – по результатам компьютерной имитации движения КА с одинаковыми значениями параметров, начальных условий и вариантами возможных отказов бортовых приборов в контуре управления.

Векторные сплайновые законы наведения спутника позволяет существенно упростить анимацию его пространственного движения. Разработанная программа визуализации [4,5] использует такие векторные сплайны и позволяет изменять масштаб изображения, временной темп анимации и перспективу наблюдения сцены пространственного движения спутника. На рис. 8 представлен кадр анимации движения КА землеобзора – взгляд с высоты 720 км над северным полюсом Земли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведено решение задачи аналитического синтеза векторных сплайновых законов наведения КА землеобзора при выполнении им последовательности маршрутов сканирующей съемки произвольной длительности и пространственных поворотных маневров между ними с краевыми условиями общего вида.

Разработаны алгоритмы цифрового управления кластером ДМ с идентификацией и компенсацией моментов сил сухого трения по осям их вращения. Для полетной идентификации таких моментов используется дискретный наблюдатель и полученная дискретная оценка применяется для компенсации влияния момента сил сухого трения при формировании цифрового управления ДМ.

Созданы алгоритмы цифрового управления магнитным приводом при разгрузке кластера ДМ от накопленного кинетического момента. Здесь использована компенсационная схема – векторные командные сигналы посылаются

одновременно как на кластер ДМ, так и на МП, причем эти сигналы равны по импульсу механического момента магнитного привода на периоде цифрового управления ДМ, но имеют противоположные знаки.

Приведены результаты компьютерной имитации работы СУО спутника землеобзора на ССО высотой 720 км при одновременном цифровом управлении магнитным приводом в процессе разгрузки кластера ДМ от накопленного кинетического момента. Эти результаты подтверждают эффективность разработанных алгоритмов. Кратко представлено использование векторных сплайнов для полетной поддержки КА с применением анимации пространственного движения спутника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сомова Т.Е.* Векторное полиномиальное представление законов наведения и анимация движения спутника землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2015. Том 17. № 6(3). С. 726-733.
2. *Somova T.* Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion // Journal of Aeronautics and Space Technologies. 2016. Vol. 9. No. 2. P. 35-45.
3. *Somov Ye., Butyrin S., Somova T.* Synthesis of the vector spline guidance laws for a land-survey satellite at scanning observation and rotational maneuvers // Proceedings of International Conference “Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems”. Moscow, 2016. P. 1-4.
4. *Somova T.* Digital and pulse-width attitude control, imitation and animation of land-survey mini-satellite // Proceedings of 7th IEEE/AIAA International Conference on Recent Advances in Space Technologies. Istanbul, 2015. P. 765 -770.
5. *Сомова Т.Е.* Применение имитации и анимации для полетной поддержки систем управления информационных спутников // Проблемы управления. 2014. № 5. С. 70-78.

ALGORITHMS FOR GUIDANCE AND DIGITAL ATTITUDE CONTROL OF A MANEUVERING LAND-SURVEY SATELLITE

© 2016 T.Ye. Somova

Samara State Technical University
Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability

We present algorithms for synthesis of the vector spline guidance laws and the digital attitude control laws for a land-survey satellite when it is fulfilling a sequence of the routes with a scanning optoelectronic observation and the rotational maneuvers with general boundary conditions.

Keywords: land-survey satellite, orientation, guidance, digital control.

Tatyana Somova, Postgraduate Student, Associate Research Fellow of Department “Navigation, guidance, and motion control”, Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail te_somova@mail.ru