

ВЫБОР СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ПРОГРАММНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С ОГРАНИЧЕНИЕМ СКОРОСТИ ВЫПУСКА ТРОСА

© 2016 С.А. Ишков, Г.А. Филиппов, Сьюй Сяое, К.М. Майдан

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 09.12.2016

Решается задача управления развёртыванием орбитальной тросовой системы относительно номинальной траектории. Рассматривается задача выбора структуры системы программного регулирования развёртыванием орбитальной тросовой системы, задача выбора коэффициентов усиления в каналах обратных связей. Для синтеза системы программного регулирования используется классическая теория автоматического управления. В качестве номинальной траектории рассматривается оптимальная (релейная) программа управления и программа управления развёртыванием орбитальной тросовой системы с ограничением скорости выпуска троса. Номинальная программа управления сформирована в допущении, что трос не имеет массы. Номинальное управление развёртыванием осуществляется путём регулирования величины силы натяжения троса. Для формирования структуры системы программного регулирования выполнена линеаризация уравнений развёртывания орбитальной тросовой системы. Управление относительно номинальной траектории осуществляется по отклонению параметров развёртывания орбитальной тросовой системы от их номинальных значений – длины троса и скорости его выпуска. Управление по углу отклонения спускаемого космического аппарата от линии местной вертикали и скорости изменения этого угла (угловой скорости) не рассматривается, так как эти параметры не доступны для измерения. Приведение отклонённой траектории развёртывания к номинальной осуществляется путём изменения программной силы натяжения троса. Коррекция силы натяжения троса осуществляется согласно пропорциональному закону управления. Величины коэффициентов усиления в каналах обратных связей оптимизированы по улучшенной интегральной оценке. В качестве возмущающего фактора, отклоняющего траекторию развёртывания орбитальной тросовой системы от номинальной, рассматривается влияние массы троса на процесс развёртывания. Проведённое численное моделирование развёртывания орбитальной тросовой системы с обратной связью показало, что рассматриваемая система программного регулирования позволяет привести длину троса и скорость его выпуска к своим номинальным значениям без ошибок. Ошибка регулирования угла отклонения спускаемого космического аппарата от линии местной вертикали сначала держится на нулевом уровне, а затем монотонно увеличивается, при этом угловая скорость колеблется относительно номинальной зависимости. Введение ограничения скорости выпуска троса улучшает процесс управления. Величина ошибки регулирования угла отклонения спускаемого космического аппарата от линии местной вертикали и амплитуда колебаний угловой скорости уменьшаются.

Ключевые слова: орбитальная тросовая система, номинальная программа управления, внешнее возмущение, масса троса, система программного регулирования.

ВВЕДЕНИЕ

Орбитальная тросовая система (ОТС) – перспективное средство для доставки полезного груза на поверхность Земли. Рассматриваемая ОТС состоит из двух космических аппаратов – базового космического аппарата (БКА) и спускаемой капсулы (СК), которые соединены тросом. Развёртывание ОТС состоит из трёх этапов (рис. 1).

Задачи управления развёртыванием ОТС можно разделить на два класса. Первый – выбор номинальных законов управления развёртыванием.

Ишков Сергей Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения.

E-mail: ishkov@ssau.ru

Филиппов Григорий Александрович, аспирант кафедры космического машиностроения. E-mail: filippov@ssau.ru
Сьюй Сяое, аспирант кафедры космического машиностроения. E-mail: xuxiaooue@uandex.ru

Майдан Камшат Мейрбеккызы, магистрант кафедры космического машиностроения. E-mail: shelve@inbox.ru

На первом этапе происходит отделение СК от БКА и выпуск троса на определённую длину. На втором этапе происходит выпуск троса на его полную длину, при этом угол отклонения СК от линии местной вертикали достигает своего максимума. В момент выпуска троса на его полную длину происходит зависание СК и, на третьем этапе развёртывания, происходит возвратное движение троса в сторону линии местной вертикали. В момент её прохождения трос отрезается и СК переходит на траекторию проходящую через плотные слои атмосферы Земли, где совершает спуск.

Второй класс задач связан с управлением развёртыванием ОТС относительно номинальной траектории. В настоящей статье рассматривается задача формирования структуры системы программного регулирования для управления развёртыванием ОТС относительно номинальной траектории.

Существуют различные способы управления развёртыванием ОТС относительно номинальной

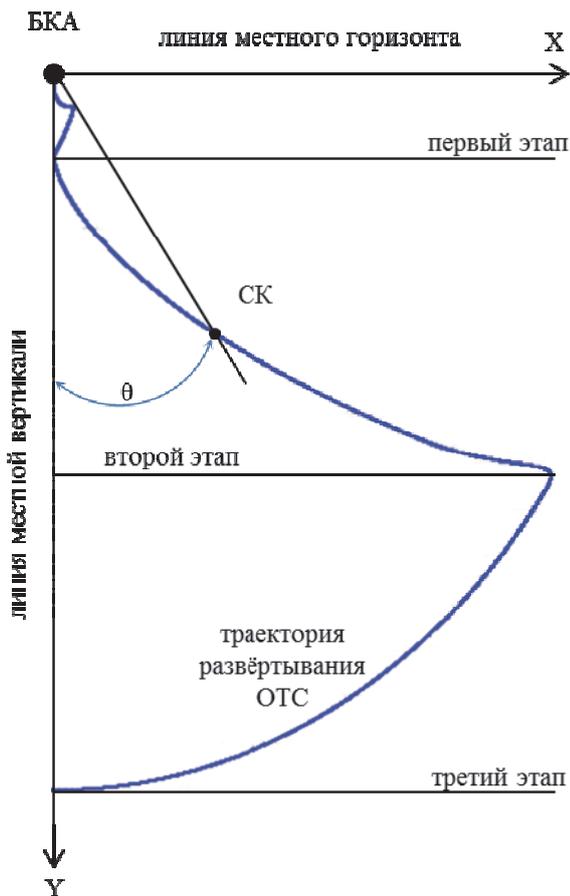


Рис. 1. Развёртывание ОТС в три этапа

траектории. В настоящей статье рассматриваются способы классической теории автоматического управления.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ОТС. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ

Развёртывание ОТС описывается системой дифференциальных уравнений Лагранжа 2 рода в виде [1]:

$$\begin{aligned}
 \ddot{l} &= l \cdot \dot{\nu}^2 - \frac{\mu}{l^2} \cdot \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{M_2 \cdot r^2}{M \cdot l^2} \cdot (3 \cdot \cos^2 \phi \cdot \cos^2 \theta - 1) \right), \\
 \ddot{\nu} &= \frac{1}{M \cdot r^2} \cdot \left(3 \cdot \frac{\mu}{l^2} \cdot M_2 \cdot r^2 \cdot \cos^2 \phi \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - 2 \cdot M \cdot l \cdot \dot{\nu} \right), \\
 \ddot{r} &= r \cdot \left(\dot{\phi}^2 + (\dot{\nu} + \dot{\theta})^2 \cdot \cos^2 \phi + \frac{\mu}{l^2} \cdot (3 \cdot \cos^2 \phi \cdot \cos^2 \theta - 1) \right) - \\
 &\quad - \varepsilon \cdot \sigma^2 \cdot (r - \bar{r}) + 2 \cdot \varepsilon \cdot \zeta \cdot \sigma \cdot \dot{r} + \\
 &\quad + \frac{1}{2 \cdot M_2} \cdot \left(r^2 \cdot (\dot{\phi}^2 + (\dot{\nu} + \dot{\theta})^2 \cdot \cos^2 \phi + \frac{\mu}{l^2} \cdot (3 \cdot \cos^2 \phi \cdot \cos^2 \theta - 1)) - \dot{r}^2 \right) \cdot \frac{\partial M_2}{\partial r} + \frac{T}{M_2}, \\
 \ddot{\theta} &= -\ddot{\nu} - 2 \cdot (\dot{\nu} + \dot{\theta}) \cdot \left(\frac{\dot{r}}{r} - \dot{\phi} \cdot \tan \phi \right) - 3 \cdot \frac{\mu}{l^2} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta - \frac{1}{M_2} \cdot (\dot{\nu} + \dot{\theta}) \cdot \dot{r} \cdot \frac{\partial M_2}{\partial r}, \\
 \ddot{\phi} &= -2 \cdot \dot{\phi} \cdot \frac{\dot{r}}{r} - \left((\dot{\nu} + \dot{\theta})^2 + 3 \cdot \frac{\mu}{l^2} \cdot \cos^2 \theta \right) \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi - \frac{1}{M_2} \cdot \dot{\phi} \cdot \dot{r} \cdot \frac{\partial M_2}{\partial r},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где l – радиус – вектор центра масс ОТС; ν – аргумент широты; r – длина выпущенного троса; θ – угол отклонения от вертикали; ϕ – угол отклонения от плоскости орбиты; $M = M_T + M_{\text{БКА}} + M_{\text{СК}}$; $M_T = \rho \cdot r$ – масса троса; ρ – погонная плотность троса; $M_{\text{БКА}}$ – масса БКА; $M_{\text{БКА}} = M_{\text{БКА}}^0 + \rho \cdot (r_{\text{к}} - r)$; $r_{\text{к}}$ – полная длина троса; $M_{\text{СК}}$ – масса СК;

$$\frac{\partial M_2}{\partial r} = \frac{\rho}{M} \cdot \left(\frac{M}{3} - M_{\text{БКА}} - \frac{\rho \cdot r}{2} \right);$$

$$\sigma = \begin{cases} \sqrt{\frac{E \cdot S}{r \cdot M_2}}, & \text{при } \bar{r} > r \\ 0, & \text{при } \bar{r} \leq r; \end{cases}$$

$$M_2 = \frac{1}{M} \cdot \left(M_{\text{БКА}} \cdot \left(M_{\text{СК}} + \frac{M_T}{3} \right) + \frac{M_T}{3} \cdot \left(M_{\text{СК}} + \frac{M_T}{4} \right) \right).$$

E – модуль упругости троса; ζ – коэффициент демпфирования материала троса; S – площадь поперечного сечения троса; \bar{r} , r – соответственно длина растянутого и нерастянутого троса;

В третьем уравнении системы (1) слагаемое $-\varepsilon \cdot \sigma^2 \cdot (r - \bar{r}) + 2 \cdot \varepsilon \cdot \zeta \cdot \sigma \cdot \dot{r}$ позволяет учесть растяжимость троса в случае использования кинематических законов управления развёртыванием. В этом случае это слагаемое представляет собой «естественное» натяжение троса и следует принять $\varepsilon = 1$. Если используется динамический закон управления, когда управление представлено через натяжение T , то следует принять $\varepsilon = 0$.

Данная модель развёртывания позволяет учитывать массу троса и эффект «обмена массой» между элементами ОТС в процессе её развёртывания.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ОТС С НЕВЕСОМЫМ, НЕРАСТЯЖИМЫМ ТРОСОМ

Формировать законы управления развёртыванием ОТС и решать задачи управления удобно при помощи упрощённой системы дифференциальных уравнений. Сделаем допущения о том, что трос не имеет массы, трос не растяжим и, в процессе развёртывания, трос аппроксимирован прямой, всегда натянутой нитью.

Учитывая введённые допущения, уравнения развёртывания ОТС примут вид [1]:

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta} &= V_{\theta}, \\
 \dot{V}_{\theta} &= -2 \cdot \frac{V_r}{r} \cdot (V_{\theta} + \omega) - 3 \cdot \frac{\omega^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta}{1 + e \cdot \cos \vartheta} - \dot{\omega}, \\
 \dot{r} &= V_r, \\
 \dot{V}_r &= r \cdot \left((V_{\theta} + \omega)^2 + \omega^2 \cdot \frac{3 \cdot \cos^2 \theta - 1}{1 + e \cdot \cos \vartheta} \right) - \frac{T}{m_{\text{СК}}}, \tag{2} \\
 \dot{\vartheta} &= \sqrt{\frac{\mu}{P^3}} \cdot (1 + e \cdot \cos \vartheta)^2, \\
 \dot{\omega} &= -2 \cdot \omega^2 \cdot \frac{e \cdot \sin \vartheta}{1 + e \cdot \cos \vartheta},
 \end{aligned}$$

Здесь θ – угол разворота СК в плоскости орбиты, V_{θ} – скорость изменения угла разворота СК, r – длина троса, V_r – скорость выпуска троса, ω – угловая скорость движения БКА, T – сила натяжения троса, ϑ – угол истинной аномалии

БКА, p, e – соответственно фокальный параметр и эксцентриситет орбиты БКА, m_A – масса СК.

НОМИНАЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВЕРТЫВАНИЕМ ОТС

Развёртывание ОТС осуществляется по динамическим законам – согласно зависимости силы натяжения троса от времени. На первом этапе закон управления развёртыванием имеет вид [1]:

$$T = M_{СК} \cdot \omega^2 \cdot \left(4,6 \cdot r + 3,5 \cdot \frac{V_r}{\omega} - 1,6 \cdot r_k \right), \quad (3)$$

где r_k – программная длина троса на первом участке.

Рассмотрим номинальную программу управления развёртыванием ОТС на втором этапе развёртывания. В [2-4] была получена релейная программа управления силой натяжения троса на втором участке развёртывания ОТС. Она содержит два участка: участок развёртывания ОТС с минимальной силой натяжения троса, обусловленной трением троса о механизм его выпуска, и участок торможения с максимальной силой натяжения троса.

Программа управления силой натяжения троса имеет вид:

$$T = T_1 \cdot \left(\frac{1 + \text{sign}(r_n - r)}{2} \right) + T_2 \cdot \left(\frac{1 + \text{sign}(r - r_n)}{2} \right), \quad (4)$$

где r – текущая длина троса; r_n – длина троса, при которой происходит «переключение» натяжения; T_1 и T_2 – соответственно силы натяжения троса до и после «переключения». Натяжение до «переключения» задано и определяется величиной силы трения троса об элементы механизма его выпуска.

Для подбора величин r_n и T_2 необходимо решить параметрическую краевую задачу для системы уравнений (2), управления (4) при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad \theta_0 = 0, \quad r = r_0, \quad V_r = 0, \quad V_\theta = 0, \\ t = t_k: & \quad \theta_k = \text{var}, \quad r = r_k, \quad V_r = 0, \quad V_\theta = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Для программы управления силой натяжения троса (4) характерен рост скорости выпуска троса до величин порядка 28 м/с, что является неприемлемым с точки зрения безопасного развёртывания ОТС.

Для снижения скорости выпуска троса на втором этапе развёртывания ОТС предлагается введение участка, на котором скорость выпуска троса будет постоянной величиной. Тогда программа управления силой натяжения троса на втором этапе развёртывания ОТС будет состоять из трёх участков.

На первом участке происходит выпуск троса с минимальной силой натяжения T_{\min} , обусловленной трением троса о механизм выпуска. На втором участке трос выпускается с силой натя-

жения, обеспечивающей постоянство скорости выпуска T_{mid} . На третьем участке (участке торможения) трос будет выпускаться с максимальной силой натяжения T_{max} .

Таким образом, программа управления силой натяжения троса на втором этапе примет вид:

$$T = \begin{cases} T_{\min}, & t < t_1, \\ T_{\text{mid}} = m_{СК} \cdot r \cdot \left[(V_\theta + \omega)^2 + \frac{\omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta - 1)}{1 + e \cdot \cos \theta} \right], & t_1 \leq t \leq t_2, \\ T_{\text{max}}, & t > t_2. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь t_1 – время достижения заданной скорости выпуска троса, t_2 – время начала участка торможения, T_{mid} – сила натяжения троса при ограничении скорости. Для подбора величин t_2 и T_{max} необходимо решить краевую задачу для системы уравнений (2), управления (6) при граничных условиях (5).

На третьем этапе происходит свободное маятниковое движение СК в сторону линии местной вертикали, и в момент её прохождения трос отрезается. После отрезания троса, СК получает аналог тормозного импульса и переходит на эллиптическую орбиту, проходящую через плотные слои атмосферы Земли. В ходе пассивного движения по этой орбите СК входит в плотные слои атмосферы Земли и совершает спуск с последующим приземлением в заданном районе поверхности Земли. Сила натяжения троса определится из выражения:

$$T = m_{СК} \cdot r \cdot \left[(V_\theta + \omega)^2 + \frac{\omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta - 1)}{1 + e \cdot \cos \theta} \right]. \quad (7)$$

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ОТС

Дальнейшие рассуждения в статье будут посвящены формированию системы автоматического управления развёртыванием ОТС методами классической теории автоматического управления. Эти методы требуют линейности уравнений движения [6-7]. После линеаризации уравнений (2) и пренебрежения эксцентриситетом в них, получим линейную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\theta} &= \Delta V_\theta, \\ \Delta \dot{V}_\theta &= -3 \cdot \omega^2 \cdot (2 \cdot \sin^2 \theta_0 - 1) \cdot \Delta \theta + 2 \cdot (V_\theta + \omega) \cdot \frac{V_{r_2}}{r_0^2} \cdot \Delta r - 2 \cdot \frac{V_{r_2}}{r_0} \cdot \Delta V_\theta - 2 \cdot \frac{(V_\theta + \omega)}{r_0} \cdot \Delta V_r, \\ \Delta \dot{r} &= \Delta V_r, \\ \Delta \dot{V}_r &= -6 \cdot \eta_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0 \cdot \Delta \theta + 2 \cdot \eta_0 \cdot (V_\theta + \omega) \cdot \Delta V_\theta + \\ &+ \left((V_\theta + \omega)^2 + \omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta_0 - 1) \right) \cdot \Delta r - \frac{T}{m_{СК}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь нижний индекс «0» обозначает установившиеся значения, а знак Δ – отклонение переменной от установившегося значения. Система (8) представляет собой линеаризованные уравнения развёртывания ОТС с переменными коэффициентами, которые существенно изменяются по траектории развёртывания.

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СИСТЕМЫ ПРОГРАММНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ОТС

На ОТС в процессе развёртывания действуют внешние возмущающие факторы. Как было описано выше, в процессе решения краевой задачи было сделано допущение о невесомости троса. Однако, масса троса может быть сопоставимой с массой СК, что приведёт к отклонению действительной траектории развёртывания ОТС от номинальной. Ставится задача формирования системы программного регулирования (СПР) развёртывания.

В статье предлагается использование классического метода теории автоматического управления. СПР сформируем исходя из набора величин, доступных для измерения – длина и скорость выпуска троса, сила натяжения троса. Управление, относительно номинальной траектории примем в виде:

$$T(t) = T_{\text{НОМ}}(t) + K_1 \cdot (r_{\text{ИЗМ}}(t) - r_{\text{НОМ}}(t)) + K_2 \cdot (V_{r_{\text{ИЗМ}}}(t) - V_{r_{\text{НОМ}}}(t)), \quad (9)$$

где $T(t)$ – командная сила натяжения троса, $T_{\text{НОМ}}(t)$ – номинальное натяжение троса, K_1 и K_2 – коэффициенты усиления в цепях обратной связи, $r_{\text{ИЗМ}}(t)$ и $V_{r_{\text{ИЗМ}}}(t)$ – измеренная длина и скорость выпуска троса, $r_{\text{НОМ}}(t)$ и $V_{r_{\text{НОМ}}}(t)$ – номинальная длина и скорость выпуска троса.

Ставится задача подбора коэффициентов K_1 и K_2 , обеспечивающих близость возмущённых параметров к номинальным. В качестве номинальной силы натяжения троса используются законы управления развёртыванием ОТС (4) и (6). Структурная схема СПР показана на рис. 2.

Определим передаточную функцию замкнутой СПР. Осуществим преобразование Лапласа для нулевых начальных условий над уравнениями (8) и перепишем её в матричном виде:

$$A(S) \cdot X(S) = B(S) \cdot G(S), \quad (10)$$

где матрицы имеют вид:

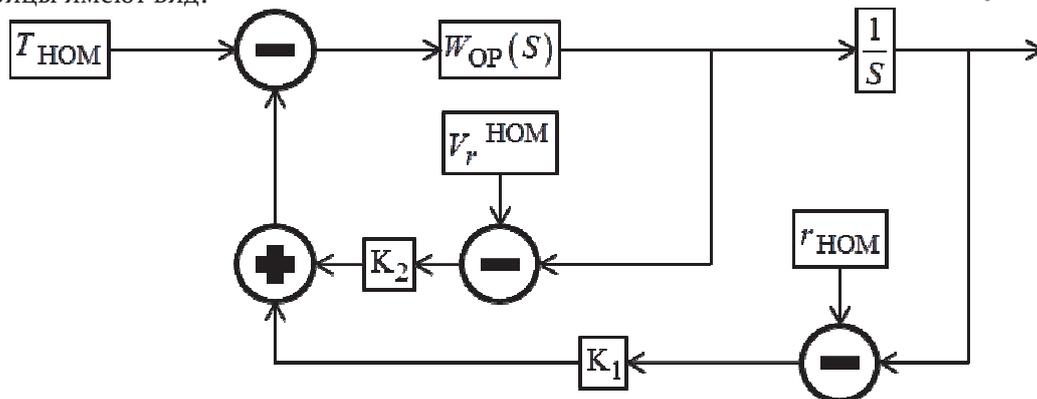


Рис. 2. Структурная схема СПР

$$A(S) = \begin{bmatrix} S & -1 & 0 & 0 \\ 3 \cdot \omega^2 \cdot (2 \cdot \cos^2 \theta - 1) & S + 2 \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0} & -2 \cdot (V_{\theta_0} + \omega) \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0^2} & -2 \cdot \frac{(V_{\theta_0} + \omega)}{r_0} \\ 0 & 0 & S & -1 \\ 6 \cdot r_0 \cdot \omega \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta & -2 \cdot (V_{\theta_0} + \omega) \cdot r_0 & -(V_{\theta_0} + \omega)^2 - \omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta - 1) & S \end{bmatrix}$$

$$X(S) = \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V_{\theta} \\ \Delta r \\ \Delta V_r \end{bmatrix}, \quad B(S) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_A} \end{bmatrix}, \quad G(S) = T(S).$$

Запишем замещающую матрицу для регулируемой величины ΔV_r :

$$Z(S) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 3 \cdot \omega^2 \cdot (2 \cdot \sin^2 \theta_0 - 1) & s + 2 \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0} & -2 \cdot (V_{\theta_0} + \omega) \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0^2} & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ -6 \cdot r_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0 & 2 \cdot r_0 \cdot (V_{\theta_0} + \omega) & (V_{\theta_0} + \omega)^2 + \omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta_0 - 1) & -\frac{1}{m_A} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Передаточная функция объекта регулирования – механизма выпуска троса – по выходному воздействию определится из соотношения:

$$W_{\text{OP}} = \frac{\det Z(S)}{\det A(S)}. \quad (12)$$

Матрицы $A(S)$ и $Z(S)$ запишем в коэффициентах:

$$A(S) = \begin{bmatrix} S & -1 & 0 & 0 \\ a_{21} & S + a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & S & -1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -\frac{T}{m_A} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$Z(S) = \begin{bmatrix} S & -1 & 0 & 0 \\ z_{21} & S + z_{22} & z_{23} & z_{24} \\ 0 & 0 & S & -1 \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & -\frac{T}{m_A} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\text{где } a_{21} = z_{21} = 3 \cdot \omega^2 \cdot (2 \cdot \cos^2 \theta - 1); \quad (15)$$

$$a_{22} = z_{22} = 2 \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0}; \quad (16)$$

$$a_{23} = z_{23} = -2 \cdot (V_{\theta_0} + \omega) \cdot \frac{V_{r_0}}{r_0^2}; \quad (17)$$

$$a_{24} = -2 \cdot \frac{(V_{\theta_0} + \omega)}{r_0}; \quad (18)$$

$$a_{41} = z_{41} = 6 \cdot r_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \theta_0; \quad (19)$$

$$a_{42} = z_{42} = -2 \cdot r_0 \cdot (V_{\theta_0} + \omega); \quad (20)$$

$$a_{43} = z_{43} = -(V_{\theta_0} + \omega)^2 - \omega^2 \cdot (3 \cdot \cos^2 \theta_0 - 1); \quad (21)$$

Выражение для передаточной функции объекта регулирования (10), с учётом (13) – (19), записывается в виде:

$$W_{OP}(s) = \frac{1 \cdot s(s^2 + a_{22}s + a_{21})}{m_A} \times \frac{1}{s^4 + a_{22}s^3 + (a_{21} + a_{43} - a_{42}a_{24})s^2 + (a_{22}a_{43} - a_{41}a_{24} - a_{42}a_{23})s - a_{41}a_{23} + a_{21}a_{43}}. \quad (22)$$

С учётом структурной схемы СПР, показанной на рис. 2, выражение для передаточной функции объекта регулирования (20) примет вид:

$$F(S) = \frac{W_{OP}(S)}{1 + \left(\frac{K_1}{S} + K_2\right) \cdot W_{OP}(S)}. \quad (23)$$

Для оценки устойчивости переходных процессов в системе построим годограф Михайлова. Характеристическое уравнение системы запишется в виде:

$$D(S) = m_A \cdot S^4 + (K_2 + m_A \cdot a_{22}) \cdot S^3 + (m_A \cdot a_{43} + m_A \cdot a_{21} - m_A \cdot a_{42} \cdot a_{24} + K_1 + K_2 \cdot a_{22}) \cdot S^2 + (K_2 \cdot a_{21} - m_A \cdot a_{41} \cdot a_{24} + m_A \cdot a_{42} \cdot a_{23} - m_A \cdot a_{42} \cdot a_{23} + K_1 \cdot a_{22}) \cdot S + m_A \cdot a_{41} \cdot a_{23} + m_A \cdot a_{21} \cdot a_{43} + K_1 \cdot a_{21}. \quad (24)$$

Осуществим замену переменной $S = I \cdot \omega$ и выделим в явном виде вещественную и мнимую части в характеристическом уравнении системы:

$$\text{Re}(D(I \cdot \omega)) = m_A \cdot \omega^4 - (m_A \cdot a_{43} + m_A \cdot a_{21} - m_A \cdot a_{42} \cdot a_{24} + K_1 + K_2 \cdot a_{22}) \cdot \omega^2 + m_A \cdot a_{41} \cdot a_{23} + m_A \cdot a_{21} \cdot a_{43} + K_1 \cdot a_{21}. \quad (25)$$

$$\text{Im}(D(I \cdot \omega)) = -(K_2 + m_A \cdot a_{22}) \cdot \omega^3 + (K_2 \cdot a_{21} + m_A \cdot a_{22} \cdot a_{43} + K_1 \cdot a_{22} - m_A \cdot a_{41} \cdot a_{24} - m_A \cdot a_{42} \cdot a_{23}) \cdot \omega. \quad (26)$$

СПР можно оптимизировать по улучшенной интегральной квадратичной оценке. Эта оценка имеет вид:

$$J = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) + \tau^2 \left(\frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right)^2 dt, \quad (27)$$

где $\varepsilon(t)$ – ошибка регулирования, $\tau = -\ln \frac{t_p}{\Delta}$ – постоянная времени желаемого апериодического переходного процесса.

Оптимизация заключается в минимизации ошибки регулирования. Интеграл (25) определяет площадь под кривой квадрата динамической ошибки. Чем меньше этот интеграл, тем быстрее затухает переходный процесс. Следовательно, интеграл J служит мерой быстродействия системы.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Выполним численное моделирование. Параметры ОТС показаны в табл. 1. Далее приведён пошаговый алгоритм расчётов.

Таблица 1. Параметры ОТС

Параметр	Значение
Большая полуось орбиты БКА, км	6723
Эксцентриситет орбиты БКА	0,0014
Масса БКА, кг	8500
Масса СК, кг	20
Длина троса:	
на первом участке, км	3
на втором участке, км	27
Площадь сечения троса, мм ²	0,5
Погонная плотность материала троса, кг/км	0,2
Масса троса, кг	6
Коэффициент K_1 кг/с ²	0,046
Коэффициент K_2 кг/с	2,94

1. С использованием модели развёртывания ОТС (2) решена краевая задача. Определены параметры оптимальной программы управления (4) и программы управления с ограничением скорости выпуска троса (6).

2. Рассчитывались коэффициенты СПР (15) – (21) в стыковочных точках траектории. В каждой «стыковочной» точке выполнялась оптимизация коэффициентов обратной связи K_1 и K_2 по критерию (27).

Здесь следует отметить, что параметры состояния ОТС и, следовательно, коэффициенты СПР (15) – (21) существенно изменяются по траектории развёртывания.

Проведённое численное моделирование показало, что коэффициенты K_1 и K_2 целесообразно принять постоянными на всей траектории и рассчитывать их для момента времени, соответствующего окончания развёртывания ОТС на втором этапе.

При выборе коэффициентов обратной связи на основе линеаризованной модели (7) необходимо учитывать ограничение $T > 0$. Проверка выполнения этого ограничения осуществлялась при помощи численного моделирования на исходной не линеаризованной модели (шаг 4).

3. Для найденных коэффициентов K_1 и K_2 осуществлялась проверка устойчивости СПР по критерию Михайлова (результат проверки на рисунках не показан).

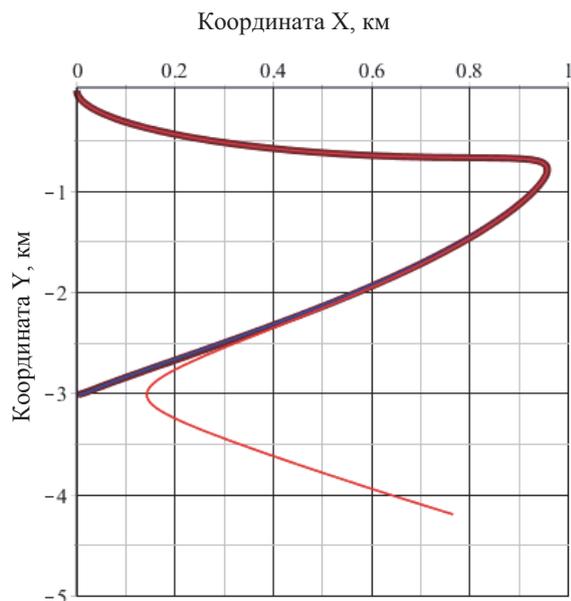
4. Полученные программы управления и

коэффициенты K_1 и K_2 подставлялись в систему уравнений (1) и выполнялось моделирование развёртывания ОТС на модели, учитывающей массу троса с обратной связью в соответствии с (9).

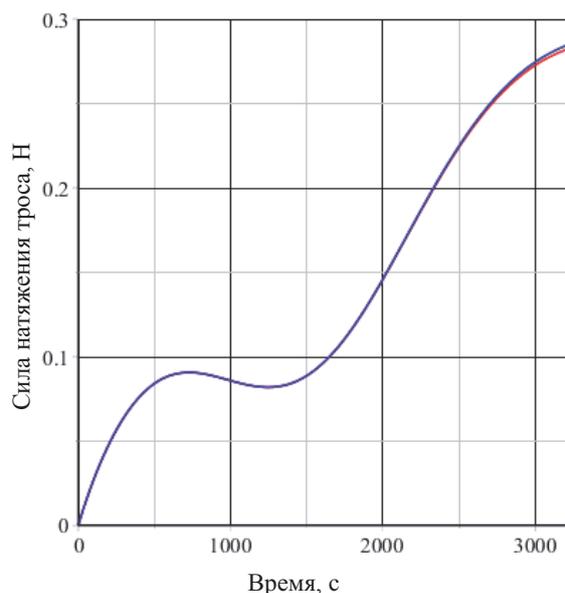
На рис. 3. показана траектория развёртывания ОТС в координатах $X = -r \cdot \cos \theta$ и $Y = -r \cdot \sin \theta$ на первом участке, зависимости фазовых координат от времени, зависимость силы натяжения троса от времени.

На рис. 4 показана траектория развёртывания ОТС в координатах $X = -r \cdot \cos \theta$ и $Y = -r \cdot \sin \theta$ с различными программами управления – номинальная, возмущённая и траектория с управле-

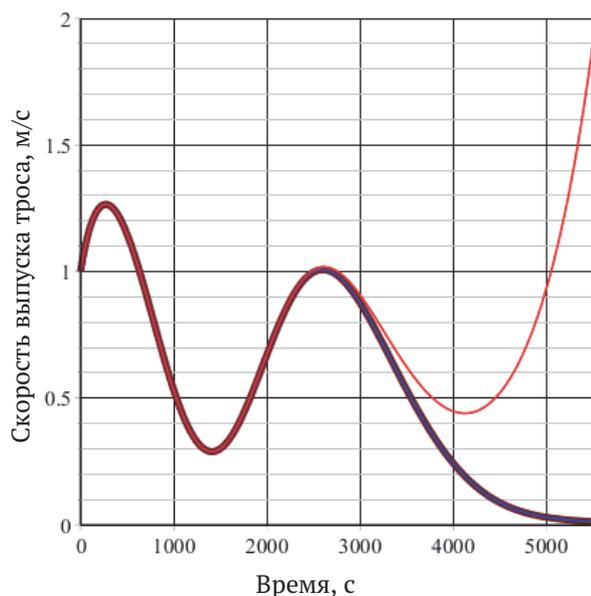
нием относительно номинальной траектории. На рис. 5 – 8 показаны фазовые координаты системы (номинальные, возмущённые и с управлением относительно номинальной траектории) для различных ограничений скорости выпуска троса – соответственно длина и скорость выпуска троса, угол отклонения СК от линии местной вертикали и скорость изменения этого угла (угловая скорость). На рис. 9. показана зависимость силы натяжения троса от времени (номинальная и с управлением относительно номинальной траектории) для различных ограничений скорости выпуска троса.



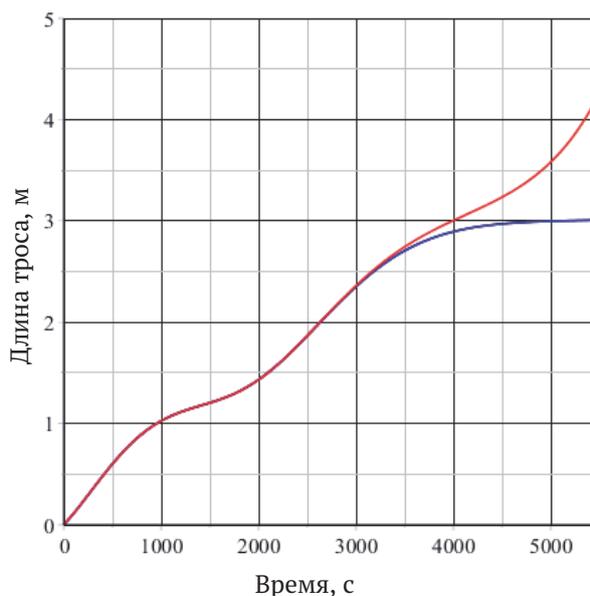
а) траектория развёртывания ОТС на первом участке



б) зависимость силы натяжения троса от времени на первом этапе развёртывания ОТС

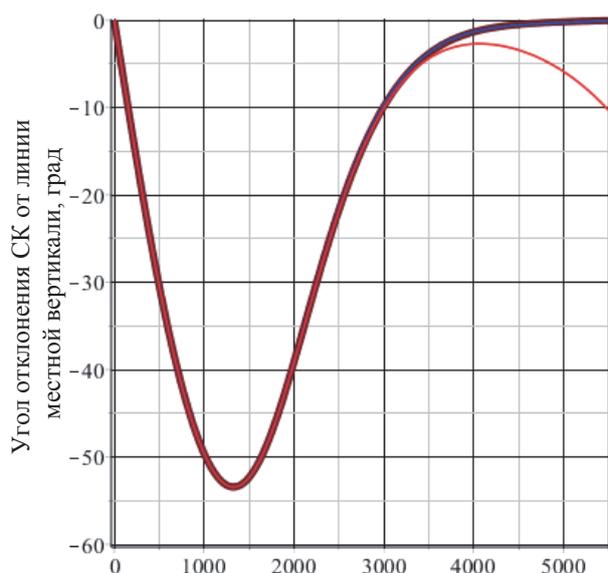


в) зависимость скорости выпуска троса от времени на первом этапе развёртывания ОТС

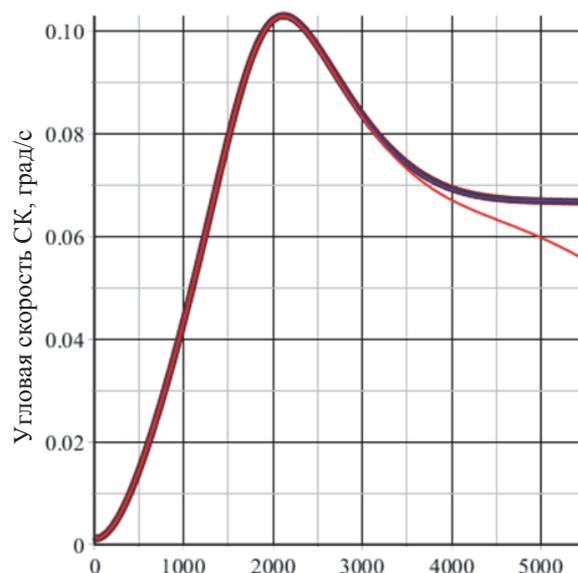


г) зависимость длины троса от времени на первом этапе развёртывания ОТС

Рис. 3. Траектория развёртывания ОТС (номинальная, возмущённая и программная), зависимость фазовых координат от времени, зависимость силы натяжения троса от времени на первом этапе развёртывания ОТС



д) зависимость угла отклонения СК от линии местной вертикали от времени на первом этапе развёртывания ОТС



е) зависимость скорости изменения угла отклонения СК от линии местной вертикали от времени на первом этапе развёртывания ОТС

- С управлением относительно номинальной траектории
- Номинальная зависимость
- Без управления относительно номинальной траектории

Рис. 3 (продолжение)

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из рис. 3 следует, что ошибки регулирования параметров ОТС на первом участке развёртывания практически нулевая.

Как видно из рис. 4, сформированное программное управление позволяет осуществить развёртывание ОТС при действии внешних возмущений по траектории близкой к программной.

Как видно из рис. 5 и 6, что длина троса и скорость его выпуска регулируются без ошибок относительно номинальных значений. Как видно из рис. 7 ошибка регулирования угла отклонения СК от линии местной вертикали на втором участке развёртывания ОТС (до начала торможения с максимальной силой натяжения троса) держится на нулевом уровне, а затем нарастает.

Как видно из того же рис. 7, величина конечной ошибки регулирования угла отклонения СК от линии местной вертикали уменьшается с увеличением ограничения скорости выпуска троса (её уменьшением). Из этого можно сделать вывод, что введение ограничения скорости выпуска троса улучшает процесс управления развёртыванием.

Это так же подтверждается рис. 8 – амплитуда колебаний угловой скорости СК в плоскости орбиты уменьшается с увеличением ограничения скорости выпуска троса.

Как видно из рис. 9, результирующая сила натяжения троса больше программной. Это по-

требуется лучших характеристик материала, из которого сделан трос.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье сформирована структурная схема системы программного регулирования развёртывания орбитальной тросовой системы. В качестве внешнего возмущения рассмотрено влияние массы троса на процесс развёртывания орбитальной тросовой системы с ограничением скорости выпуска троса. Как показал численный расчёт, сформированная система программного регулирования позволяет осуществить развёртывание орбитальной тросовой системы по траектории близкой к номинальной. Анализ влияния других внешних возмущающих факторов (например, сопротивления атмосферы Земли, влияние нецентральности гравитационного поля Земли) требует отдельного рассмотрения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990.
2. Ишков С.А., Наумов С.А. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы // Вестник Самарского университета. 2006. № 1(9). С. 77-85.
3. Ишков С.А., Шейников И.В. Определение параметров орбитальной тросовой системы, предназначенной для спуска малых капсул с орбиты //

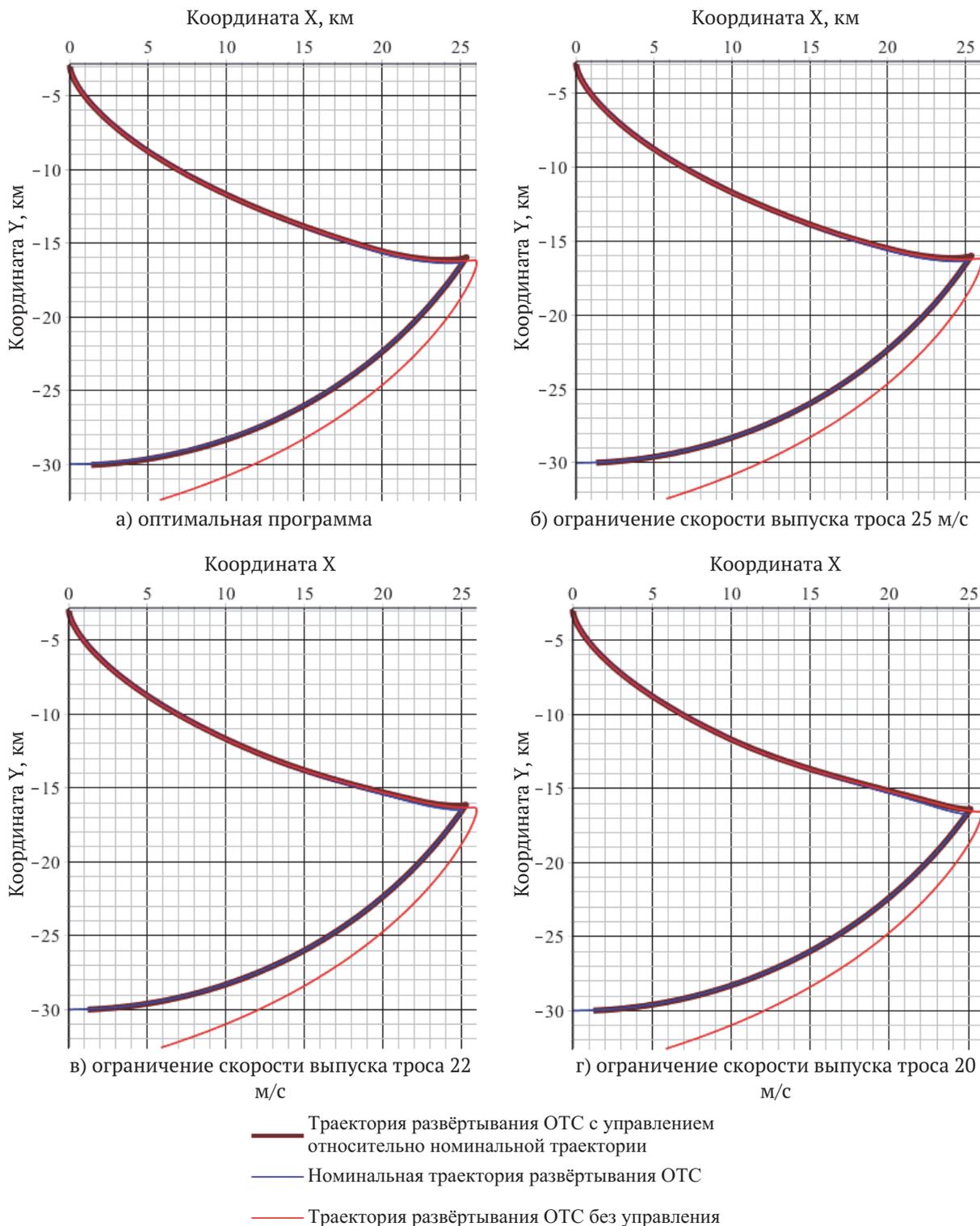


Рис. 4. Траектория развёртывания ОТС на втором и третьем этапе с различными ограничениями скорости выпуска троса

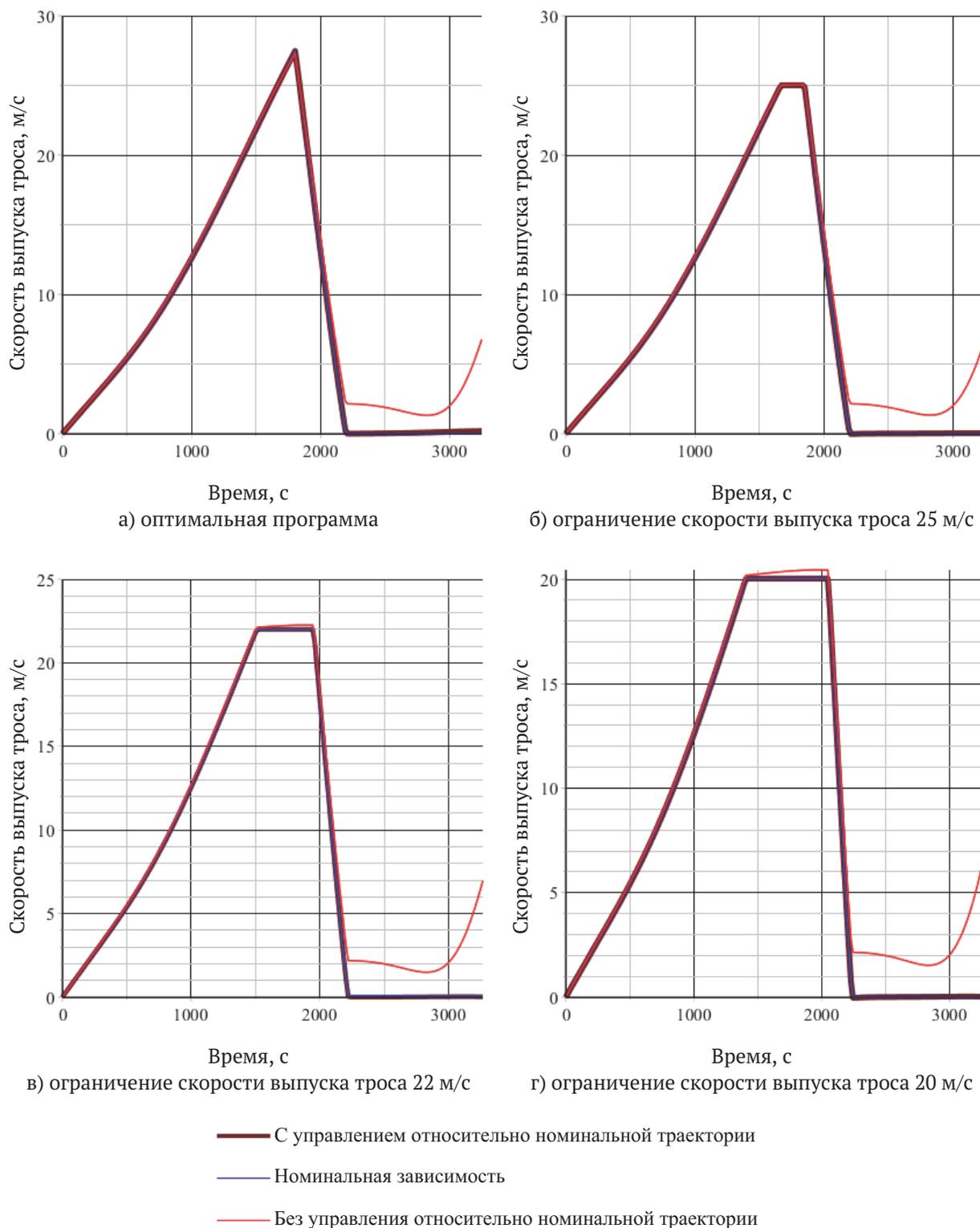


Рис. 5. Зависимость скорости выпуска троса от времени на втором и третьем этапе развёртывания ОТС с различными ограничениями скорости выпуска троса

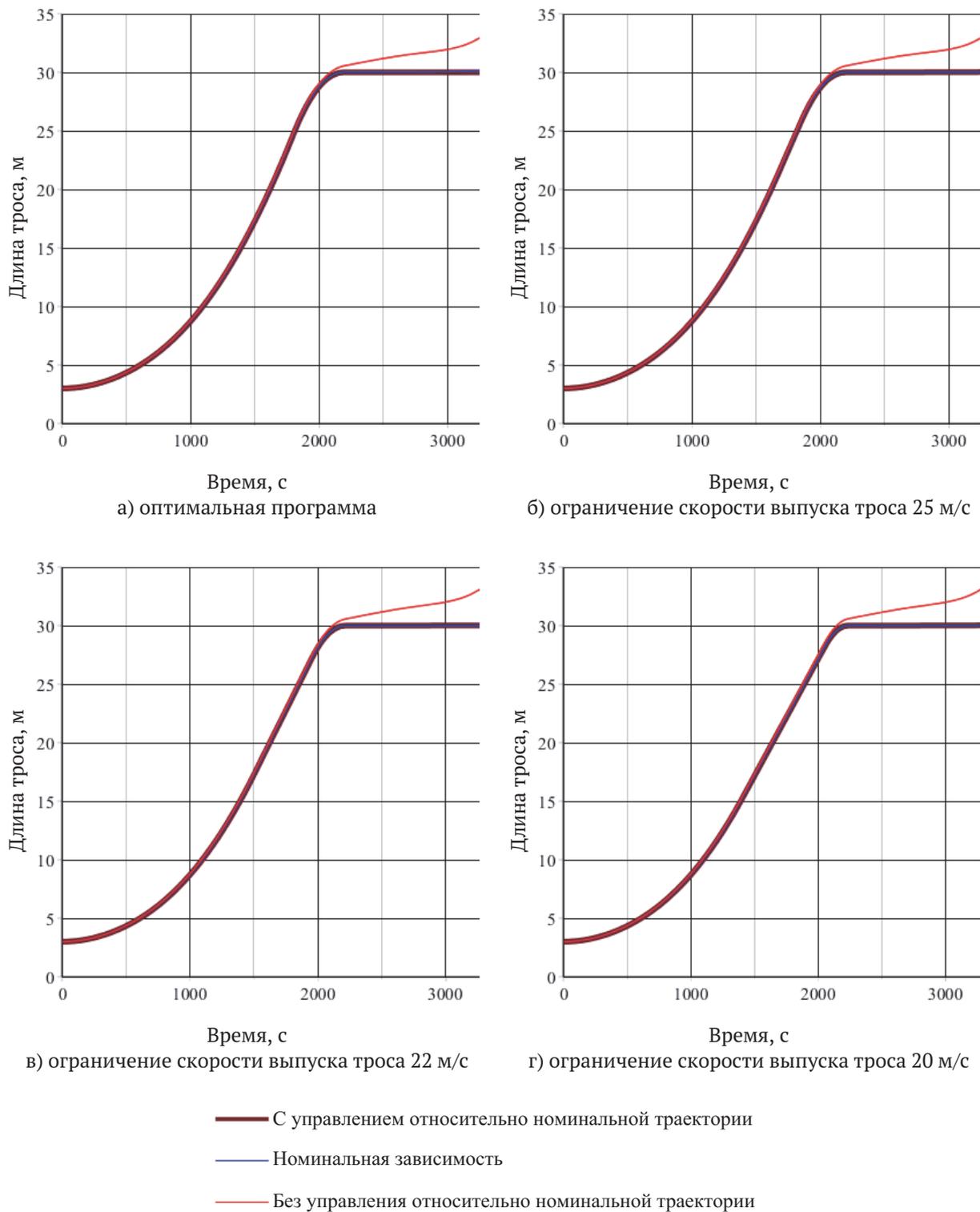


Рис. 6. Зависимость длина троса от времени на втором и третьем этапе развёртывания ОТС с различными ограничениями скорости выпуска троса

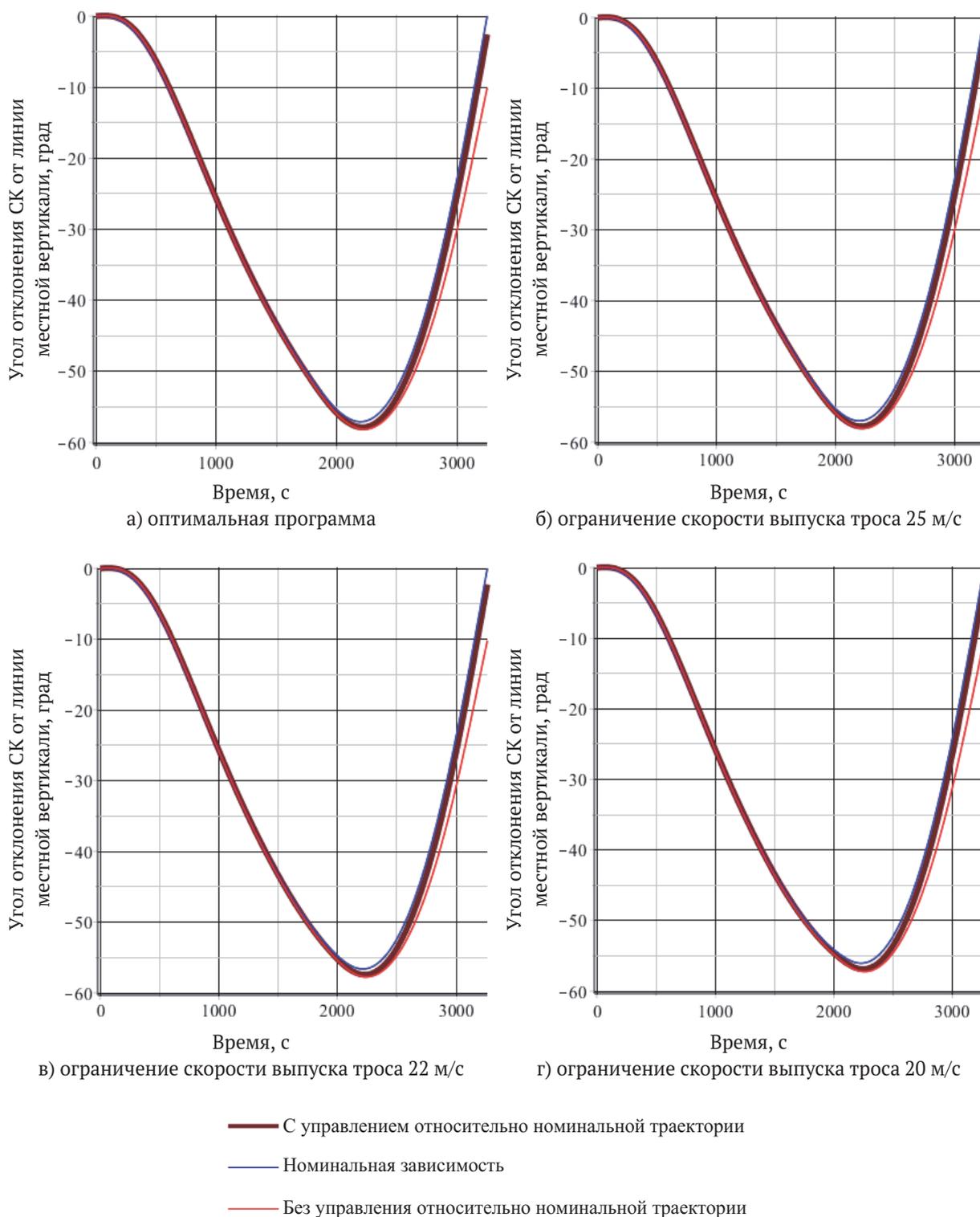


Рис. 7. Зависимость угла отклонения СК от линии местной вертикали от времени на втором и третьем этапе развёртывания ОТС с различными ограничениями скорости выпуска троса

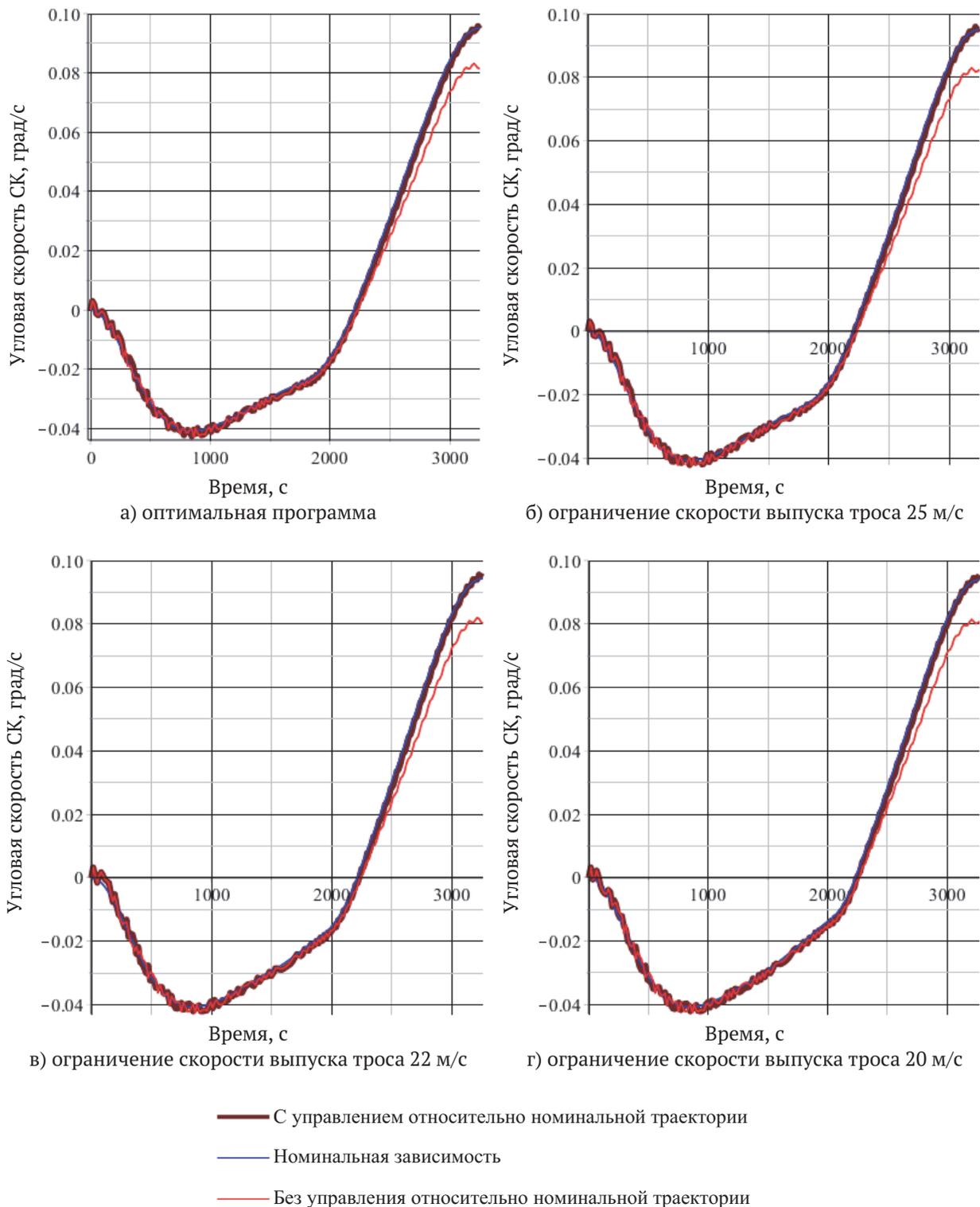


Рис. 8. Зависимость угла отклонения СК от линии местной вертикали от времени на втором и третьем этапе развёртывания ОТС с различными ограничениями скорости выпуска троса

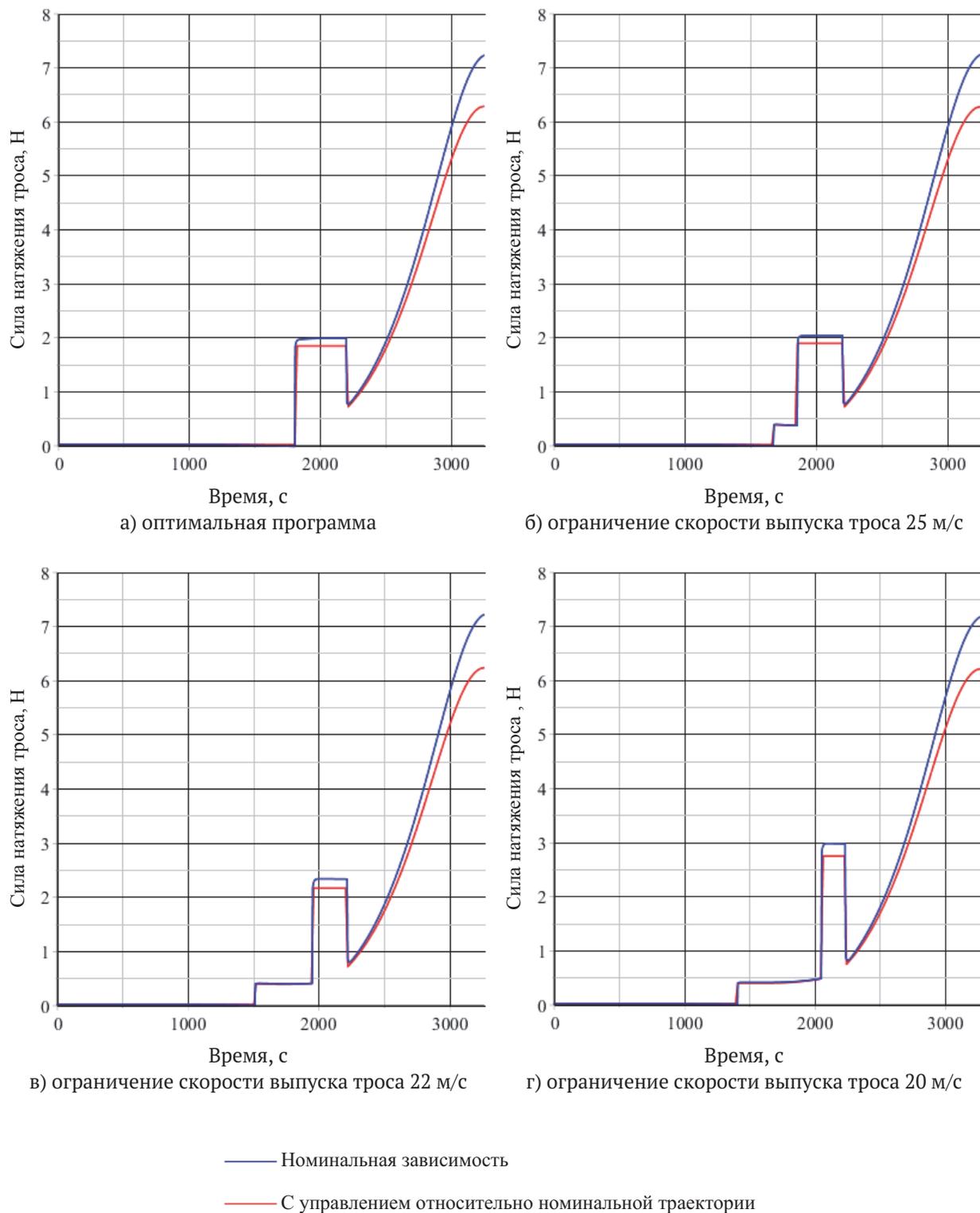


Рис. 9. Зависимость силы натяжения троса от времени на втором и третьем этапе развёртывания ОТС с различными ограничениями скорости выпуска троса

- Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Т. 11. № 5. С. 208-215.
4. Ишков С.А., Сюй Сяоэ, Филиппов Г.А. Выбор программы управления развёртыванием орбитальной тросовой системы с ограничением на скорость выпуска троса // Вестник Самарского университета. 2015. Т. 14. № 4. С. 49-57.
 5. Ишков С.А., Филиппов Г.А., Сюй Сяоэ. Моделирование процессов управления развёртыванием орбитальной тросовой системы с ограничениями на скорость выпуска троса // Вестник Самарского университета. 2016. Т. 15. № 1. С. 64-72.
 6. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2007.
 7. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2007.
 8. Заболотнов Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы в вертикальное положение с малым грузом // Прикладная математика и механика. 2015. Т. 79. № 1. С. 37-47.
 9. Заболотнов Ю.М., Лобанков А.А. К задаче об оптимальной стабилизации углового движения малого космического аппарата при развёртывании орбитальной тросовой системы // Вестник Самарского университета. 2016. Т. 16. № 1. С. 46-54.
 10. Дон Чже, Заболотнов Ю.М., Чан Цин Ван. Анализ устойчивости движения развёртываемой космической тросовой системы с атмосферным зондом // Вестник Самарского университета. 2016. Т. 15. № 2. С. 102-113.

DETERMINE OF PROGRAM CONTROL SYSTEM STRUCTURE FOR ORBITAL TETHER SYSTEM DEPLOYMENT WITH LIMITATION TO TETHER DEPLOYMENT VELOCITY

© 2016 S.A. Ishkov, G.A. Filippov, Xu Xiaoye, Maidan M. Kamshat

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The problem of programmatic orbital tether system deployment is studied. The problem of program control system structure for programmatic orbital tether system deployment, the problem of gain value in feedback path optimization is considered. The classical automatic control theory is used. Optimal (relay) and control program of orbital tether system deployment with limitations to tether velocity are considered as nominal programs. Nominal control program was formatted in assumption, that tether is weightless. Nominal control program is carried out by tether tension regulation. For program control system formation, the linearization of orbital tether systems deployment differential equations is carried out. Principle of control above nominal trajectory is deviation control between real parameter and its nominal value. Controlled parameters are tether length and its velocity. Control by parameters angle between descent spacecraft and local vertical line and angular velocity are not implement, since this parameters is not available for measurement. A reduction of perturbed trajectory to nominal is carried out by reduction of nominal tether tension. Correction of tether tension is carried out in accordance with proportional control law. Values of gains in feedback path are optimized by integral quadratic criteria. The influence of tether mass is considered as perturbing factor, that deflecting orbital tether trajectory from nominal. Numerical simulation orbital tether system deployment with feedback path show that formed program control system allow to readjust tether length and velocity to its nominal values. Value of control error of angle between descent spacecraft and local vertical line is hold at zero and at some point it increase monotonically. Resulted angular velocity is oscillating quantity. Introduction of limitation to tether velocity improves control process. Control error of angle between descent spacecraft and local vertical line and amplitude of oscillations of angular velocity decrease.

Keywords: orbital tether system, nominal control program, external perturbation, tether mass, program control system.

Sergey Ishkov, Doctor of Technical Science, Professor at the Spacecraft Design Department. E-mail: ishkov@ssau.ru

Gregory Filippov, Post-Graduate Student, Spacecraft Design Department. E-mail: filippov@ssau.ru

Xu Xiaoye, Post-Graduate Student, Spacecraft Design Department. E-mail: xuxiaoye@yandex.ru

Maidan M. Kamshat, Master's Degree Student, Spacecraft Design Department. E-mail: shelve@inbox.ru