

ПРОДОЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО КАНАТА ГРУЗОПОДЪЁМНОЙ УСТАНОВКИ

© 2016 В.Н. Анисимов

Сызранский филиал Самарского государственного технического университета

Статья поступила в редакцию 27.05.2016

В статье исследуются резонансные свойства каната грузоподъемной установки. Объект исследования относится к широкому кругу колеблющихся одномерных объектов переменной длины. Для описания колебаний использована классическая математическая модель. При решении использовался метод Канторовича-Галёркина. В отличие от асимптотических методов решение имеет модовую структуру, что позволяет анализировать резонансные свойства каната. Пренебрежение малыми величинами позволило получить сравнительно простое выражение для амплитуды резонансных колебаний. С помощью полученного выражения проанализированы явления установившегося и прохождения через резонанс. В отличие от большинства исследований в данной области в статье приведены количественные характеристики резонансных свойств. Результаты анализа представлены в виде графиков. Решение произведено в безразмерных переменных, что позволяет использовать полученные количественные результаты для анализа колебаний технических объектов. *Ключевые слова:* колебания объектов с движущимися границами, краевые задачи, математические модели, резонансные свойства.

В статье исследуются резонансные свойства каната грузоподъемной установки. Объект исследования относится к широкому кругу колеблющихся одномерных объектов переменной длины [1-16]. Для описания колебаний использована классическая математическая модель [2, 16]. При решении использовался метод Канторовича-Галёркина [5, 7]. В отличие от асимптотических методов [2, 16] решение имеет модовую структуру, что позволяет анализировать резонансные свойства каната. Пренебрежение малыми величинами позволило получить сравнительно простое выражение для амплитуды резонансных колебаний. С помощью полученного выражения проанализированы явления установившегося и прохождения через резонанс. Результаты анализа представлены в виде графиков. Решение произведено в безразмерных переменных, что позволяет использовать полученные количественные результаты для анализа колебаний технических объектов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Схема грузоподъемной установки изображена на рис. 1. Для модели введены следующие обозначения: ρ – объёмная плотность материала каната; S – площадь поперечного сечения каната; E – модуль упругости; μ – коэффициент, характеризующий свойство вязкоупругости материала каната на основе структурной модели Фойгта; $l(t)$ – длина провисающей части каната, находящегося

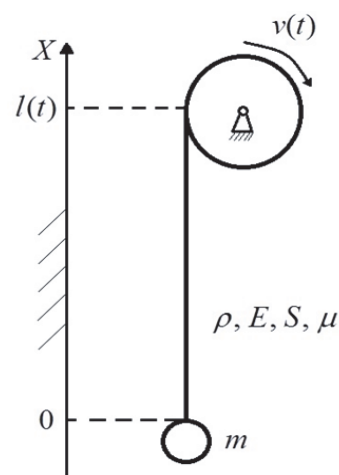


Рис. 1. Схема грузоподъемной установки

в недеформированном состоянии; $v(t)$ – окружная скорость барабана; m – масса груза.

Обозначим $Z(x, t)$ – смещение точки каната с координатой x в момент времени t . Ось x связана с неподвижной системой координат (точкой подвеса барабана). В начальный момент времени точки недеформированного каната связаны с точками оси x . На рис. 1 недеформированный канат изображён в начальный момент времени. Между $l(t)$ и $v(t)$ имеет место следующее соотношение:

$$l'(t)(1 + Z_x(l(t) \pm 0, t)) = -v(t). \quad (1)$$

При спуске используется значение $Z_x(l(t) + 0, t)$, т.е. выше точки подвеса. При подъёме $Z_x(l(t) - 0, t)$, т.е. ниже. После пренебрежения $Z_x(l(t) \pm 0, t)$ по сравнению с единицей получим:

$$l'(t) = -v(t).$$

Анисимов Валерий Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой общетехнических дисциплин. E-mail: anisimov170159@mail.ru

Математическая модель, описывающая продольные колебания каната, имеет вид [2]:

$$\begin{aligned} \rho Z_{tt}(x, t) - EZ_{xx}(x, t) - \mu Z_{xxt}(x, t) + \rho g &= 0; \\ mZ_{tt}(0, t) - ESZ_x(0, t) - \mu SZ_{xt}(0, t) + mg &= 0; \\ Z_t(l(t), t) &= v(t); \end{aligned}$$

$$Z(x, 0) = \frac{mg(x - l(0))}{ES} + \frac{\rho g}{2E}(x^2 - l(0)^2); \quad Z_t(x, 0) = v_0(0). \quad (2)$$

Введём новую функцию

$$Z(x, t) = u(x, t) + \frac{mg}{ES}(x - l(0)) + \frac{\rho g}{2E}(x^2 - l(0)^2).$$

Здесь функция

$$\left(\frac{mg}{ES}(x - l(0)) + \frac{\rho g}{2E}(x^2 - l(0)^2) \right)$$

характеризует первоначальные деформации каната, компенсирующие вес груза и треса.

В результате задача (2) примет вид:

$$\rho u_{tt}(x, t) - Eu_{xx}(x, t) - \mu u_{xxt}(x, t) = 0; \quad (3)$$

$$mu_{tt}(0, t) - ESu_x(0, t) - \mu Su_{xt}(0, t) = 0; \quad (4)$$

$$u_t(l(t), t) = v(t); \quad (5)$$

$$u(x, 0) = 0; \quad u_t(x, 0) = v(0).$$

Выразим $u_t(l(t), t)$ через полную производную

$$u_t(l(t), t) = \frac{du(l(t), t)}{dt} - u_x(l(t), t)l'(t).$$

С учётом равенства (1) и интегрирования по dt граничное условие (5) примет вид

$$u(l(t), t) = \int_0^t v(\zeta) d\zeta = F(t). \quad (6)$$

Статья посвящена изучению вынужденных колебаний объекта, поэтому в дальнейшем начальные условия не рассматриваются. Примем $l(t) = -v_0 t + l(0)$, где v_0 средняя окружная скорость барабана в период наблюдения резонансного явления. Для $F(t)$ возьмём следующее выражение:

$$F(t) = v_0 t + A \sin w(t), \quad (7)$$

где $A \sin \omega(t)$ характеризует слабые возмущения гармонического характера, связанные с отклонением формы барабана от окружности, а также с вибрациями барабана.

Введём безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{x}{l(0)}; \quad \tau = \frac{a}{l(0)} t; \quad u(x, t) = l(0)U(\xi, \tau);$$

$$\frac{1}{l(0)} l(t) = L(\varepsilon_0 \tau) = 1 + \varepsilon_0 \tau;$$

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad \varepsilon_0 = -\frac{v_0}{a}.$$

Здесь a – скорость распространения продольных волн. Малый параметр ε_0 характеризует медленность движения границы по сравнению со скоростью волн.

В результате задача (3)-(5) с учётом (6),(7) примет следующий вид:

$$U_{\tau\tau}(\xi, \tau) - U_{\xi\xi}(\xi, \tau) - \varepsilon_1 U_{\xi\xi\tau}(\xi, \tau) = 0; \quad (8)$$

$$U_{\tau\tau}(0, \tau) - \frac{1}{M}(U_\xi(0, \tau) + \varepsilon_1 U_{\xi\tau}(0, \tau)) = 0; \quad (9)$$

$$U(L(\varepsilon_0 \tau), \tau) = \varepsilon_0 \tau + B \sin W(\tau), \quad (10)$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{\mu}{a\rho l(0)}; \quad M = \frac{m}{\rho S l(0)}; \quad B = \frac{A}{l(0)}; \quad W(\tau) = w\left(\frac{l(0)}{a} \tau\right).$$

Малый параметр ε_1 характеризует малость сил внутреннего трения по сравнению с упругими силами. Параметр M представляет собой отношение массы груза к массе каната.

Выразим $U_{\tau\tau}(\xi, \tau)$ из (8) и подставим в (9). В результате граничное условие (9) примет следующий вид:

$$U_{\xi\xi}(0, \tau) - \frac{1}{M}U_\xi(0, \tau) + \varepsilon_1 \left(U_{\xi\xi\tau}(0, \tau) - \frac{1}{M}U_{\xi\tau}(0, \tau) \right) = 0. \quad (11)$$

Для выполнения граничного условия (11) достаточно чтобы

$$U_{\xi\xi}(0, \tau) - \frac{1}{M}U_\xi(0, \tau) = 0. \quad (12)$$

Для получения однородных граничных условий введем новую функцию:

$$U(\xi, \tau) = V(\xi, \tau) + H(\xi, \tau) - \varepsilon_0 \tau,$$

$$\text{где } H(\xi, \tau) = \frac{\xi^2 + 2M\xi}{L^2(\varepsilon_0 \tau) + 2ML(\varepsilon_0 \tau)} B \sin W(\tau).$$

В результате задача (8),(10),(12) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} V_{\tau\tau}(\xi, \tau) - V_{\xi\xi}(\xi, \tau) - \varepsilon_1 V_{\xi\xi\tau}(\xi, \tau) = \\ = -H_{\tau\tau}(\xi, \tau) + H_{\xi\xi}(\xi, \tau) + \varepsilon_1 H_{\xi\xi\tau}(\xi, \tau). \end{aligned} \quad (13)$$

$$V_{\xi\xi}(0, \tau) - \frac{1}{M}V_\xi(0, \tau) = 0; \quad V(L(\varepsilon_0 \tau), \tau) = 0. \quad (14)$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Решение будем производить с точностью до членов порядка малости ε^2 , т.е. членами, содержащими ε_0^2 и $\varepsilon_0 \varepsilon_1$, будем пренебрегать. Для решения задачи (13), (14) будем использовать метод Канторовича-Галеркина [5]. Решение будем искать в виде

$$V(\xi, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(\xi, \tau), \quad (15)$$

где

$$V_n(\xi, \tau) = \varphi_n(\tau) X_n(\xi, \varepsilon_0 \tau). \quad (16)$$

В качестве $X_n(\xi, \varepsilon_0 \tau)$ возьмём следующие функции:

$$X_n(\xi, \varepsilon_0 \tau) = \sin \left(\omega_n(\varepsilon_0 \tau) (\xi - L(\varepsilon_0 \tau)) \right). \quad (17)$$

Данные функции удовлетворяют граничным условиям (14), если $\omega_n(\varepsilon_0 \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\omega_n(\varepsilon_0 \tau) t g(\omega_n(\varepsilon_0 \tau) L(\varepsilon_0 \tau)) = \frac{1}{M}. \quad (18)$$

Заметим, что функции (17) при неподвижной границе ($\varepsilon_0 = 0$) являются собственными формами

колебаний. В этом случае метод Канторовича-Галеркина дает точное решение. При увеличении ε_0 точность уменьшается. Статья посвящена анализу резонансных явлений наблюдаемых на одной из собственных частот. Амплитуда колебаний на резонансной частоте многократно увеличивается. Амплитуда колебаний на нерезонансных частотах соизмерима с возмущающими воздействиями. При этом нерезонансными членами ряда (15) можно пренебречь и рассматривать решение только на одной резонансной моде.

Функции, определяемые выражением (17), не являются ортогональными, но ортогональными являются их производные по ξ , т.е. $\cos(\omega_n(\varepsilon_0\tau)(\xi - L(\varepsilon_0\tau)))$.

Проинтегрируем уравнение (13) по ξ и подставим в него $V_n(\xi, \tau)$, определяемое выражением (16). Согласно методу Канторовича-Галеркина, умножим полученное уравнение на $\cos(\omega_n(\varepsilon_0\tau)(\xi - L(\varepsilon_0\tau)))$ и проинтегрируем по $d\xi$ в интервале от нуля до $L(\tau)$. В результате с точностью до величин порядка ε^2 получим следующее уравнение для определения функций $\varphi_n(\tau)$:

$$\varphi_n''(\tau) + 2A_n(\tau)\varphi_n'(\tau) + \omega_n^2(\varepsilon_0\tau)\varphi_n(\tau) = + \omega_n^2(\varepsilon_0\tau)\varphi_n(\tau) = P_n(\tau)\sin W(\tau), \quad (19)$$

где

$$2A_0(\tau) = \frac{1}{ML(\varepsilon_0\tau)}\varepsilon_1 - \frac{L'(\varepsilon_0\tau)}{2M}\varepsilon_0 + \frac{L'(\varepsilon_0\tau)}{L(\varepsilon_0\tau)}\varepsilon_0;$$

$$2A_n(\tau) = \varepsilon_1 \frac{\pi^2 n^2}{L^2(\varepsilon_0\tau)} + \varepsilon_0 \frac{L'(\varepsilon_0\tau)}{L(\varepsilon_0\tau)};$$

$$P_0(\tau) = \frac{B}{\omega_0(\varepsilon_0\tau)L(\varepsilon_0\tau)} \left((W'(\tau))^2 + \frac{2}{L^2(\varepsilon_0\tau) + 2M} \left(1 - \frac{W'(\tau)}{\omega_0(\varepsilon_0\tau)} \right) \right);$$

$$P_n(\tau) = \frac{2B}{\omega_n(\varepsilon_0\tau)L(\varepsilon_0\tau)} \left((W'(\tau))^2 + \frac{2}{L^2(\varepsilon_0\tau) + 2M} \left(1 - \frac{W'(\tau)}{\omega_n(\varepsilon_0\tau)} \right) \right). \quad (20)$$

При получении коэффициентов(20) использованы следующие приближённые значения частот уравнения (18) и их \sin :

$$\omega_0(\varepsilon_0\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{ML(\varepsilon_0\tau)}};$$

$$\sin(\omega_0(\varepsilon_0\tau)L(\varepsilon_0\tau)) \approx \sqrt{\frac{L(\varepsilon_0\tau)}{M}};$$

$$\omega_n(\varepsilon_0\tau) \approx \frac{\pi n}{L(\varepsilon_0\tau)} + \frac{1}{\pi n M};$$

$$\sin(\omega_n(\varepsilon_0\tau)L(\varepsilon_0\tau)) \approx \frac{(-1)^n}{\pi n M}.$$

Данные значения имеют погрешность менее 5% при $M > 3$. При получении коэффициентов (20) отброшены члены, которые имеют значимость менее 5% по сравнению с другими членами.

Введём в уравнение (19) новую функцию:

$$\varphi_n(\tau) = C_n(\tau)y_n(\tau), \quad (21)$$

где $C_n(\tau) = \exp(-\int_0^\tau A_n(\zeta)d\zeta)$.

В результате уравнение (21) с точностью до величин порядка ε^2 примет вид:

$$y_n''(\tau) + \omega_n^2(\varepsilon_0\tau)y_n(\tau) = D_n(\tau)\sin W(\tau), \quad (22)$$

$$\text{где } D_n(\tau) = \frac{P_n(\tau)}{C_n(\tau)}.$$

Функции $C_n(\tau)$ с учётом (20) имеют вид:

$$C_0(\tau) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\varepsilon_1}{M\varepsilon_0}\right)\ln(L(\varepsilon_0\tau)) + \frac{\varepsilon_0\tau}{4M}\right);$$

$$C_n(\tau) = \exp\left(-\frac{\varepsilon_1\pi^2 n^2 \tau}{2L(\varepsilon_0\tau)} - \frac{1}{2}\ln(L(\varepsilon_0\tau))\right). \quad (23)$$

Два линейно независимых решения однородного уравнения соответствующего уравнению (22) с точностью до величин порядка ε^2 имеют вид:

$$y_{n1}(\tau) = a_n(\varepsilon_0\tau) \cos(w_n(\tau));$$

$$y_{n2}(\tau) = a_n(\varepsilon_0\tau) \sin((w_n\tau)),$$

где

$$w_n(\tau) = \int \omega_n(\varepsilon_0\tau)d\tau; \quad a_n(\varepsilon_0\tau) = \frac{1}{\sqrt{\omega_n(\varepsilon_0\tau)}}.$$

После интегрирования получим

$$w_0(\tau) = \frac{2}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{L(\varepsilon_0\tau)}{M}}; \quad w_n(\tau) = \frac{\pi n}{\varepsilon_0} \ln(L(\varepsilon_0\tau)) + \frac{\tau}{\pi n M}.$$

Решение уравнения (21) при нулевых начальных условиях имеет вид:

$$\varphi_n(\tau) = -C_n(\tau)a_n(\varepsilon_0\tau) \sin(w_n(\tau)) \int_0^\tau \frac{D_n(\zeta) \cos(w_n(\zeta)) \sin(W(\zeta))}{\omega_n(\varepsilon_0\zeta)a_n(\varepsilon_0\zeta)} d\zeta - C_n(\tau)a_n(\varepsilon_0\tau) \cos(w_n(\tau)) \int_0^\tau \frac{D_n(\zeta) \sin(w_n(\zeta)) \sin(W(\zeta))}{\omega_n(\varepsilon_0\zeta)a_n(\varepsilon_0\zeta)} d\zeta.$$

После пренебрежения нерезонансными членами и с учётом (21) получим следующее выражение для амплитуды вынужденных колебаний на n -ной динамической моде:

$$A_n^2(\tau) = \frac{1}{B^2} B_n^2(\tau) = E_n^2(\tau) \left(\int_0^\tau F_n(\zeta) \cos(\Phi_n(\zeta)) d\zeta \right)^2 +$$

$$+ \left(\int_0^\tau F_n(\zeta) \sin(\Phi_n(\zeta)) d\zeta \right)^2. \quad (24)$$

Величина $A_n(\tau)$ показывает во сколько раз амплитуда колебаний $B_n(\tau)$ превосходит интенсивность внешнего возмущения B .

Функции, входящие в выражение (24), имеют вид:

$$E_n^2(\tau) = \frac{1}{4} (C_n(\tau) a_n(\varepsilon_0 \tau))^2;$$

$$F_n(\zeta) = \frac{D_n(\zeta)}{\omega_n(\varepsilon_0 \zeta) a_n(\varepsilon_0 \tau)};$$

$$\Phi_n(\zeta) = w_n(\zeta) - W(\zeta).$$

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ

С помощью выражения (24) были проанализированы резонансные свойства объекта. Установившийся резонанс наблюдается, если $\Phi_n(\zeta) = 0$. Если принять функцию медленного времени $L(\varepsilon_0 \tau)$ равной единице, то изменение амплитуды колебаний с учётом (23) будет описываться следующим выражением:

$$A_0(\tau) = \frac{2M}{\varepsilon_0} \left(\exp\left(\frac{\varepsilon_0 \tau}{4M}\right) - 1 \right);$$

$$A_n(\tau) = \frac{2}{\pi^2 n^2 \varepsilon_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 n^2 \varepsilon_1 \tau}{2}\right) \right).$$

Явление прохождения через резонанс наблюдается при внешнем возмущении постоянной частоты $W(\tau) = \Omega \tau$. На рисунках, приведённых ниже, представлены количественные результаты прохождения через резонанс. Возмущающая частота Ω подбиралась таким образом, чтобы наилучшие условия для увеличения амплитуды

наблюдались при $\tau = 0$.

На рис. 2 и 3 показано как изменяется амплитуда $A_0(\tau)$ и $A_1(\tau)$ в резонансной области при значении параметра M равном 5. Кривые 1, 2, 3, 4 и 5 получены для ε_0 соответственно равных 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 и 0.05. Собственная частота $\omega_0(\varepsilon_0 \tau)$ обратно пропорциональна $\sqrt{L(\varepsilon_0 \tau)}$, а $\omega_1(\varepsilon_0 \tau)$ обратно пропорциональна $L(\varepsilon_0 \tau)$, поэтому на нулевой собственной частоте прохождение через резонанс происходит медленнее, чем на первой.

На рис. 4 и 5 показано, как изменяется амплитуда колебаний $A_0(\tau)$ и $A_1(\tau)$ в зависимости от скорости изменения длины каната ε_0 . На рис. 4 кривые 1, 2, 3 и 4 получены для значений M соответственно равных 50, 20, 10 и 5. Параметр вязкоупругости ε_0 слабо влияет на $A_0(\tau)$, т.к. при колебаниях на нулевой частоте основная часть энергии колебаний связана с колебанием груза, а малые демпфирующие силы действуют в канате. При колебаниях на первой и последующих частотах основная часть энергии колебаний связана с колебанием точек каната при этом параметр M , характеризующий массу груза, слабо влияет на амплитуду, а демпфирующие силы оказывают на амплитуду существенное влияние. На рис. 5 кривые 1, 2 и 3 получены для значений ε_0 соответственно равных 0, 0.01 и 0.05.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в отличие от асимптотических методов, использование метода Канторовича-Галёркина позволило для изучения колебаний получить решение, имеющее модовую структуру. Это актуально при анализе резонансных свойства каната. Пренебрежение малыми величинами позволило получить сравнительно простое выражение для амплитуды резонансных колебаний, что упрощает анализ резонансных свойств объекта.

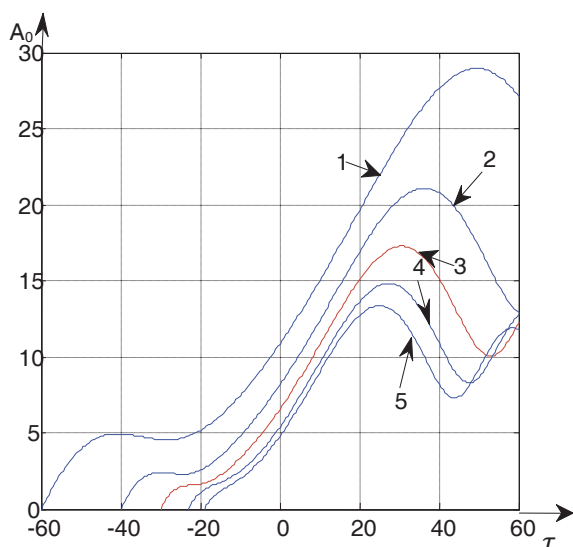


Рис. 2. Изменение амплитуды A_0 в резонансной области

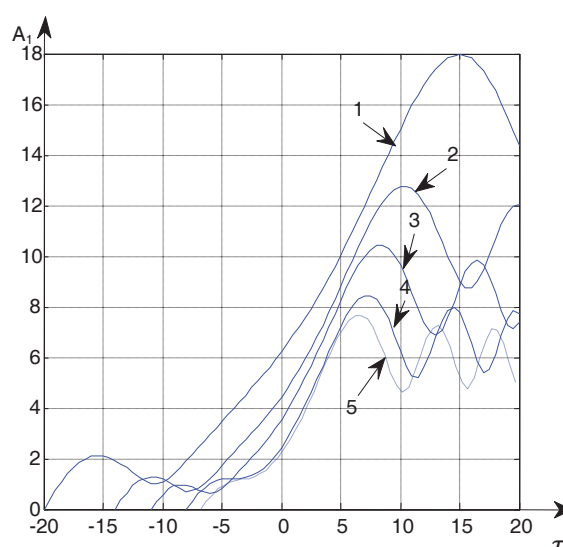


Рис. 3. Изменение амплитуды A_1 в резонансной области

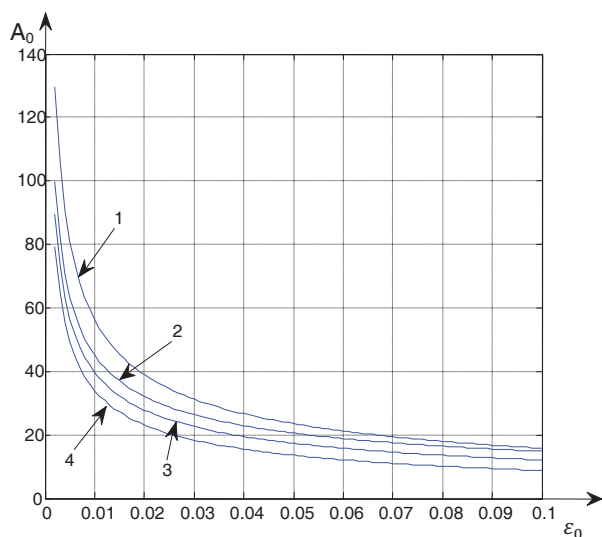


Рис. 4. Зависимость амплитуды A_0 от скорости движения границы

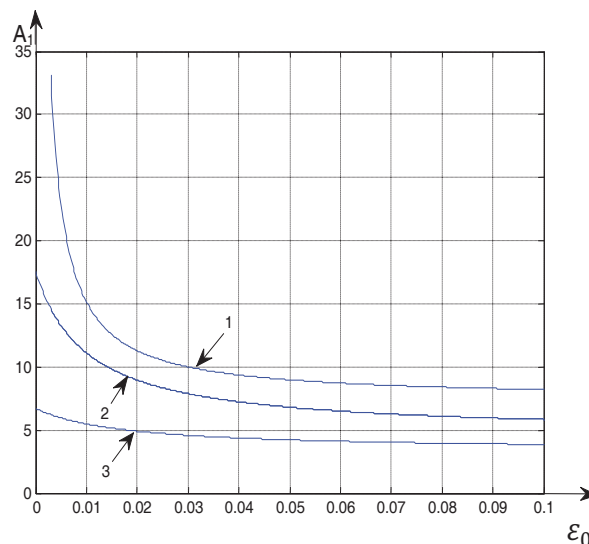


Рис. 5. Зависимость амплитуды A_0 от скорости движения границы

В отличие от большинства исследований в данной области в статье приведены количественные характеристики резонансных свойств. Результаты анализа представлены в виде графиков. Решение произведено в безразмерных переменных, что позволяет использовать полученные количественные результаты для анализа колебаний технических объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарин Ю.П., Анисимов В.Н. Вынужденные поперечные колебания гибкого звена при разгоне // Изв. Вузов. Машиностроение, 1986. № 12. С. 17–21.
2. Горошко О.А., Савин Г. Н. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины. Киев: Наукова думка, 1971. 270 с.
3. Лежнева А.А. Изгибные колебания балки переменной длины // Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1970. № 1. С. 159–161.
4. Весницкий А.И. Волны в системах с движущимися границами. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
5. Анисимов В. Н., Литвинов В. Л. Исследование резонансных свойств механических объектов при помощи метода Канторовича-Галёркина // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2009. № 1(18). С. 149–158.
6. Анисимов В. Н., Литвинов В. Л., Корпен И. В. Об одном методе получения точного решения волнового уравнения, описывающего колебания систем с движущимися границами // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. № 3(28). С. 145–151.
7. Динг Ху, Чен Ли-Квун Методы Галеркина для собственных частот движущейся в осевом направлении балки // Общие вопросы механики. Общая механика. 2011. № 2.
8. Котера Тадаши. Вибрация струны с изменяющейся во времени длиной // Бюллетень Японского общества механической инженерии. 1978. Т. 21. № 162. С. 1677–1684.
9. Жу В.Д., Женг Н.А. Точная реакция поступательно движущейся струны с произвольно меняющейся длиной при внешнем возбуждении общего вида // Общие вопросы механики. Общая механика. 2010. № 4.
10. Лей Х. Влияние резких изменений жесткости основания железнодорожного полотна на его вибрацию при движущейся нагрузке // Общие вопросы механики. Общая механика. 2010. № 3.
11. Сахэбкар С.М., Гхазави М.Р., Кхадем С.Е., Гхэйш М.Х. Анализ нелинейной вибрации движущейся в осевом направлении буровой колонны с зависящими от времени осевой нагрузкой и осевой скоростью в наклонной скважине // Общие вопросы механики. Общая механика. 2011. № 7.
12. Жу В.Д., Чен Й. Теоретическое и экспериментальное исследование динамики и управления каната лифта // Общие вопросы механики. Общая механика. 2006. № 9.
13. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л., Корпен И.В. Постановка задачи о колебаниях балки с движущейся подпружиненной опорой // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. 2013. № 1(37). С. 93–98.
14. Тихонов В.С., Абрамов А.А. Поперечные колебания гибкой нити переменной длины в потоке // Вестник МГУ. Сер. 1, 1993. № 5. С. 45–48.
15. Анисимов В.Н., Литвинов В.Л. Математические модели продольно-поперечных колебаний объектов с движущимися границами // Вестн. Сам.

гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2015. Т. 19.
№ 2. С. 382-397.
16. Кечеджиян Л.О., Пинчук Н.А., Столяр А.М. Об одной

задаче математической физики с подвижной границей // Извест. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2008. № 1. С. 22–27.

LONGITUDINAL RESONANT OSCILLATIONS OF VISCOELASTIC ROPE OF CAPACITY PLANTS

© 2016 V.N. Anisimov

Syzran' Branch of Samara State Technical University,

The resonance properties of the rope hoisting installations are investigated in the article. The object of study refers to a wide range of vibrating one-dimensional objects of variable length. Classical mathematical model used to describe the vibrations. Kantorovich-Galerkin method was used in the solution. The solution has a mode structure, unlike the asymptotic methods, allowing you to analyze the resonance properties of the rope. Neglecting small quantities provides a relatively simple expression for the amplitude of resonance oscillations. The phenomena of resonance and the steady passage through resonance analyzed using the resulting expression. The quantitative characteristics of the resonance properties are given in the article, unlike most of the research in this area. The results are shown in graphs. The decision is made in terms of dimensionless variables, that allows the quantitative results obtained for the analysis of vibrations of technical objects.

Keywords: fluctuations objects with moving boundaries, value problems, mathematical models, resonance properties.