

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАГРЯЗНЕНИЯ  
ЖИДКОСТНОЙ СИСТЕМЫ**

© 2016 А.А. Гульбис

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 06.06.2016

В статье рассматривается подход к математическому моделированию процесса загрязнения рабочей жидкости масляной системы авиационного ГТД с позиции представления данного процесса как марковского.

*Ключевые слова:* техническая диагностика, математическая модель загрязнения рабочей жидкости, авиационный ГТД, масляная система авиационного ГТД

Современное многообразие методов контроля и диагностики масляных систем авиационных газотурбинных двигателей [1] характеризуется отсутствием комплексных методов и средств по оценке и управлению состоянием масляной системы и сопряженных с ней узлов газотурбинного двигателя для использования при эксплуатации летательных аппаратов, что обуславливает наличие необходимости разработки методов и средств, позволяющих в рамках современных технологий и упреждающего обслуживания выявить развивающуюся неисправность на ранних стадиях ее проявления по средствам анализа параметров жидкостной системы, в частности рабочей жидкости.

Масло, циркулирующее в двигателе, является носителем информации об интенсивности и степени износа деталей двигателя. Тесная корреляционная связь между скоростью износа и накоплением частиц в масле, изменением физико-химических свойств масла обуславливает необходимость разработки методов диагностики технического состояния сопрягаемых деталей внутренней масляной системы двигателей.

При эксплуатации двигателя под воздействием различных факторов масло теряет свои первоначальные свойства: изменяются физико-химические свойства масла, в нем накапливаются частицы загрязнения.

*Эксплуатационные загрязнения* представляют собой, как правило, вещества видоизмененных первоначальных (исходных) продуктов, например, горюче-смазочных материалов, применяемых в системах и агрегатах авиационной техники в качестве рабочего тела или источника энергии в гидросистемах. Видоизменения указанных продуктов происходят под воздействием высоких температур, давлений и других факторов [2]. Эксплуатационные загрязнения в первоначаль-

альный период работы попадают в авиационные масла из внутренних полостей агрегатов масляной системы (остаточные загрязнения), а при дальнейшей эксплуатации накапливаются в маслах в результате термического разложения и окисления углеводородов, коррозии и износа агрегатов масляной системы и деталей двигателя, попадания пыли и влаги из атмосферы. Частицы загрязнения ухудшают физико-химические и эксплуатационные свойства масла [3].

Источником металлических частиц загрязнения является изнашивание трущихся деталей, представляющее собой разрушение, которое происходит в форме отделения от поверхностей трения мелких частиц материала, что приводит с течением времени к изменению размеров и формы контактирующих деталей.

Следует иметь в виду, что изнашивание является сложным многоуровневым процессом. Основным инициатором изнашивания является деформация материала контактирующих поверхностей под действием контактных напряжений и температурные флуктуации. Их следствием является накопление дефектов структуры с концентрацией в поверхностном слое: текстурирование материала в направлении скольжения; химические реакции материала пары с активными компонентами среды; перенос вещества с поверхности трения в глубину, либо обратно, и обмен веществом контактирующих тел и т.д.

Основные понятия, термины и определения в области изнашивания регламентированы [4]. В частности, согласно [4] результат изнашивания определен термином износ.

Следует отдельно отметить, что в процессе приработки всегда образуется много продуктов изнашивания, что указывает на отделение частиц материала путем усталостного разрушения, микрорезания и глубинного вырывания. Это связано с тем, что после изготовления и сборки в узлах трения под действием эксплуатационных нагрузок и рабочего процесса или при работе

*Гульбис Антон Алексеевич, ассистент кафедры эксплуатации авиационной техники.  
E-mail: gulbis.anton@mail.ru*

в специальном «приработочном режиме» на трущихся поверхностях происходят изменения геометрической конфигурации поверхностей, их шероховатости, радиуса закругления неровностей, высотных характеристик, волнистости и др., т.е. «приработочный износ». Преобразование неровностей имеет характер сглаживания пластического деформирования наиболее высоких неровностей.

Типичная характеристика износа во времени представлена на рис. 1 [5].

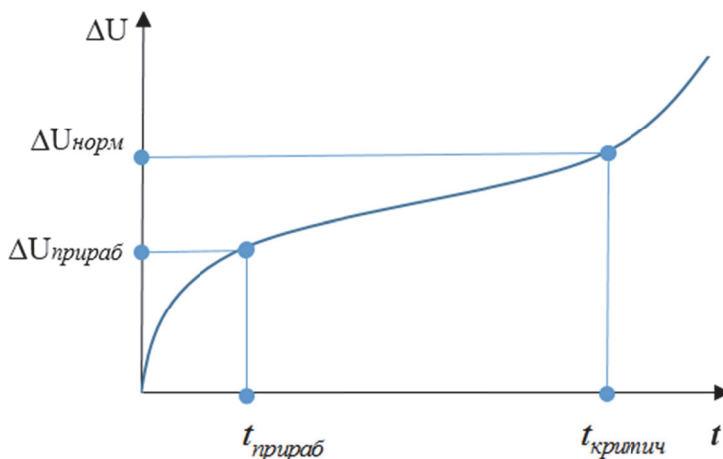


Рис. 1. Формальная кривая износа

Начальная часть кривой здесь характеризует период приработки ( $t_{\text{прираб}}$ ). Затем изнашивание протекает с постоянной скоростью ( $t_{\text{прираб}}, t_{\text{критич}}$ ). Этот участок принято называть периодом нормального изнашивания. При  $t > t_{\text{критич}}$  износ резко возрастает, становится катастрофическим, что обычно приводит к выходу узла трения из строя.

На этапе приработки формируются эксплуатационные свойства узла трения.

Сформировавшуюся к концу приработки шероховатость принято называть равновесной. Равновесная шероховатость связана с исходной, но ее параметры главным образом определяются физико-механическими свойствами материалов деталей и смазки, а также режимом работы узла трения (нагрузка, скорость, температура и т.д.) При введении в эксплуатацию узлов трения после изготовления или капитального ремонта в технической документации тщательно оговариваются режимы приработки, или обкатки, чтобы она прошла в кратчайший срок и создала благоприятные условия для длительной эксплуатации. Обычно также оговаривается и предельно допустимая величина износа ( $\Delta h_{\text{max}}$ ), определяющая ресурс применения всего узла трения или сменных деталей, например, вкладышей подшипников скольжения, подшипников качения, и др. [5].

Таким образом, можно сделать заключение о том, что параметр загрязненности масла может быть использован в целях диагностики по параметру изменение интенсивности потока

внесения загрязнения в систему, что будет соответствовать началу интенсивного износа.

Рассмотрим процесс загрязнения рабочей жидкости масляной системы как дискретный марковский процесс непрерывный во времени. Обозначим процесс загрязнения жидкости как диффузионный процесс, что отражает, как показывают экспериментальные исследования, действительный характер процесса внесения загрязнения в масло, выраженного в его непрерывности. Однако с точки зрения технической диа-

гностики для упрощения описания технического состояния масляной системы и прогнозирования его изменения в дальнейшем удобнее иметь некие дискретные состояния, отражающие состояние рабочей жидкости по параметру загрязненности и выраженные в граничных допустимых значениях содержания частиц загрязнения в масле. Подобное допущение находит отражение в существующих нормах чистоты рабочих жидкостей, определяемых как класс чистоты [6].

Для того чтобы описать дискретный марковский процесс с непрерывным временем, нужно знать следующие характеристики [7]: перечень возможных непосредственных переходов из состояния в состояние, интенсивности всех потоков событий, под влиянием которых осуществляются эти переходы, и, в общем случае, состояние системы в начальный момент времени при  $t=0$ .

Условно для примера разделим диапазон классов чистоты РЖ по четырём основным типам состояний масляной системы: чистое (отсутствие загрязнения), нормальное (установившийся уровень загрязнения), предотказное (повышенный уровень загрязнения) и отказ (недопустимый уровень загрязнения). Переход РЖ из одного состояния в другое происходит под воздействием пуассоновского потока частиц загрязнений с интенсивностью  $\lambda_{ij}(t)$ . За интенсивность потока может быть принято число частиц, проходящих через сечение трубопровода, в котором установлен датчик встроенного контроля, за время про-

хождения через данное сечение 100 грамм РЖ.

Следовательно, если поток загрязнений является пуассоновским, переводящим РЖ из состояния в состояние, то вероятности состояний определяются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Составим эти уравнения для конкретного примера, определяющие вероятности  $P_0(t), P_1(t), P_2(t), P_3(t)$  того, что РЖ в любой момент времени  $t$  будет находиться в состоянии  $X_0, X_1, X_2, X_3$  (рис. 2). Рассмотрим момент времени  $t$  и соответственно дадим ему приращение  $\Delta t$ . В этом случае вероятность  $P_0(t + \Delta t)$  есть вероятность того, что в момент времени  $(t + \Delta t)$  жидкость находится в первоначальном состоянии  $X_0$ . Это событие может иметь четыре исхода:

А – жидкость в момент времени  $t$  была в первоначальном состоянии  $X_0$  и за время  $\Delta t$  из него не вышла;

В – жидкость в момент времени  $t$  была в нормальном состоянии  $X_1$  и за время  $\Delta t$  перешла в первоначальное состояние  $X_0, X_1, X_2, X_3$ ;

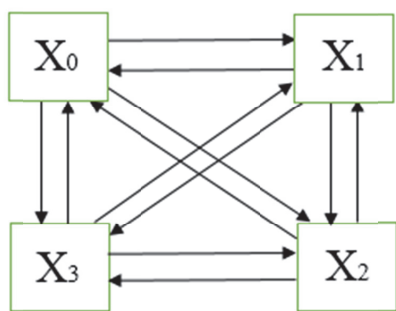


Рис. 2. Граф состояний РЖ

С – жидкость в момент времени  $t$  была в предотказном состоянии  $X_2$  и за время  $\Delta t$  перешла в первоначальное состояние  $X_0$ ;

Д – жидкость в момент времени  $t$  была в состоянии отказа  $X_3$  и за время  $\Delta t$  перешла в первоначальное состояние  $X_0$ .

В силу ординарности пуассоновских потоков событий вероятность осуществления нескольких переходов за время  $\Delta t$  представляет собой величину высшего порядка малости по сравнению с  $\Delta t$  ( $O(\Delta t)$ ).

Найдём вероятность события А:

$$P(A) = P_0(t) e^{-\int_t^{t+\Delta t} (\lambda_{0,1}(t) + \lambda_{0,2}(t) + \lambda_{0,3}(t)) dt} \quad (1)$$

Считая величину  $\Delta t$  малой, а  $\mathcal{G}_j$  – непрерывными функциями, получим:

$$P(A) = P_0(t) \cdot (1 - \lambda_{0,1}(t) \Delta t - \lambda_{0,2}(t) \Delta t - \lambda_{0,3}(t) \Delta t + O(\Delta t)), \quad (2)$$

где  $O(\Delta t)$  – величина высшего порядка малости по сравнению с  $\Delta t$ .

Событие В будет иметь место, если РЖ в момент времени  $t$  будет в нормальном состоянии  $X_1$  и в потоке событий с интенсивностью  $\mathcal{G}_{1,0}(t)$  за время  $\Delta t$  наступит хотя бы одно событие, а в потоках событий с интенсивностями  $\mathcal{G}_{0,1}(t)$ ,  $\mathcal{G}_{0,2}(t)$  и  $\mathcal{G}_{0,3}(t)$  за это же время  $\Delta t$  не наступит ни одного события. Считая функцию  $\mathcal{G}_{1,0}(t)$  непрерывной, получим:

$$P(B) = P_1(t) \left( 1 - e^{-\int_t^{t+\Delta t} \lambda_{1,0}(t) dt} \right) \cdot e^{-\int_t^{t+\Delta t} (\lambda_{0,1}(t) + \lambda_{0,2}(t) + \lambda_{0,3}(t)) dt} \quad (3)$$

Аналогичным образом, рассмотрев события С и Д, получим:

$$P(C) = P_2(t) \left( 1 - e^{-\int_t^{t+\Delta t} \lambda_{2,0}(t) dt} \right) \cdot e^{-\int_t^{t+\Delta t} (\lambda_{0,1}(t) + \lambda_{0,2}(t) + \lambda_{0,3}(t)) dt} \quad (4)$$

$$P(D) = P_3(t) \left( 1 - e^{-\int_t^{t+\Delta t} \lambda_{3,0}(t) dt} \right) \cdot e^{-\int_t^{t+\Delta t} (\lambda_{0,1}(t) + \lambda_{0,2}(t) + \lambda_{0,3}(t)) dt} \quad (5)$$

Решения общих уравнений состояний А, В, С, Д могут быть использованы в конкретных оценках состояния РЖ.

Окончательно дифференциальное уравнение для  $P_0(t)$  примет вид:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_{0,1}(t) + \lambda_{0,2}(t) + \lambda_{0,3}(t)) P_0(t) + \lambda_{1,0}(t) P_1(t) + \lambda_{2,0}(t) P_2(t) + \lambda_{3,0}(t) P_3(t) \quad (6)$$

Следует обратить внимание на то, что при выводе этого дифференциального уравнения использовались оба свойства пуассоновского потока событий: ординарность и отсутствие последствия.

Исходя из опыта эксплуатации ВС, установлены следующие закономерности изменения состояния РЖ.

Уровень загрязнения жидкости изменяется постепенно в течение длительного периода времени. Поэтому можно утверждать, что в большинстве случаев вероятности переходов состояний с интенсивностями  $\lambda_{0,2}(t)$ ,  $\lambda_{1,3}(t)$  и  $\lambda_{0,3}(t)$  будут стремиться к нулю, т.е. данные переходы можно не рассматривать.

Уровень загрязнения жидкости под воздействием фильтров может изменяться в «лучшую сторону» только в пределах двух соседних состояний, т.е. переходы состояний с интенсивностями  $\lambda_{2,0}(t)$  и  $\lambda_{3,1}(t)$  в первом приближении можно не рассматривать.

Жидкость из состояния  $X_3$ , приводящего к отказу агрегатов и жидкостной системы в целом, с большой долей вероятности не перейдет в первоначальное состояние  $X_0$ .

В соответствии с данными рассуждениями составим новый граф состояний.

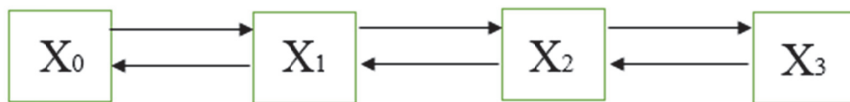


Рис. 3. Преобразованный граф состояний РЖ

Процессы, описываемые с помощью такого графа состояний, принято называть процессами гибели и размножения [7].

Необходимо заметить, что согласно проведенным исследованиям закона загрязнения РЖ при нормальных условиях эксплуатации ВС было установлено, что процесс увеличения концентрации загрязнения по времени протекает достаточно медленно [5]. Поэтому до некоторого момента времени  $t_n$  можно утверждать, что с большой долей вероятности процесс будет считаться стационарным ( $\Delta t = 0$ ). Для стационарного потока его интенсивность не зависит от времени и представляет собой постоянную величину, равную среднему числу событий, наступающих в единицу времени:

$$\lambda(t) = \lambda = const \quad (7)$$

Для записи системы дифференциальных уравнений для вероятностей состояний загрязнения может быть использована модель процесса гибели и размножения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp_0(t)}{dt} &= -\lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} &= -(\lambda_1 + \mu_1) p_1(t) + \lambda_0 p_0(t) + \mu_2 p_2(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} &= -(\lambda_2 + \mu_2) p_2(t) + \lambda_1 p_1(t) + \mu_3 p_3(t); \\ \frac{dp_3(t)}{dt} &= -\mu_3 p_3(t) + \lambda_2 p_2(t). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для интегрирования системы (8) введём начальные условия:  $p_0(0)$ ,  $p_1(0)$ ,  $p_2(0)$  и  $p_3(0)$ , на которые наложим естественные ограничения:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq P_k(0) \leq 1; \\ \sum_{k=1}^n P_k(0) = 1. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

В рассмотренном нами случае у процесса гибели и размножения все параметры являются положительными постоянными величинами. Это означает, что величины  $\lambda_k$  и  $\mu_i$  не зависят от времени, но зависят от индексов. Действительно, для перехода рабочей жидкости из одного состояния в другое поток событий, в данном случае количество частиц загрязнения в единицу времени должен достигнуть определенного граничного для класса чистоты жидкости значения. Само значение определяется согласно [6] и является вели-

чиной постоянной. Такой процесс гибели и размножения будет обладать эргодическими свойствами, так как необходимые для этого условия выполняются [7].

Тогда для использования его с целью оценки загрязнения может быть использована модель гибели и размножения, как модель загрязнения РЖ.

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t) &= 0; \\ -(\lambda_1 + \mu_1) p_1(t) + \lambda_0 p_0(t) + \mu_2 p_2(t) &= 0; \\ -(\lambda_2 + \mu_2) p_2(t) + \lambda_1 p_1(t) + \mu_3 p_3(t) &= 0; \\ -\mu_3 p_3(t) + \lambda_2 p_2(t) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Общее решение системы уравнений (10) дано соотношением:

$$p_{k+1} = \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} p_k = p_0 \prod_{n=0}^k \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \quad (k = 0, 1, \dots, n-1) \quad (11)$$

Найденное выражение для всех вероятностей состояний процесса гибели и размножения зависит от вероятности  $p_0$  и параметров потоков. Вероятность  $p_0$ , как правило, определяется нормировочным условием [7].

Таким образом, решение уравнения (10) может быть использовано для прогнозирования состояния жидкостной системы на промежутке при заданном значении  $p_0$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Егоров И.В., Карасев В.А., Скибин В.А. Информационные технологии в диагностике технического состояния ГТД. М.: ТОРУС ПРЕСС, 2011.
- Бедрик Б.Г., Чулков П.В., Калашиников С.И. Растворители и составы для очистки машин и механизмов. М.: Химия, 1989.
- Домотенко Н.Т., Кравец А.С. Масляные системы газотурбинных двигателей. М.: Транспорт, 1972.
- ГОСТ 27674-88 Трение, изнашивание и смазка. Термины и определения. М.: Издательство стандартов, 1988.
- Громаковский Д.Г. Физические основы, механика и технические приложения трибологии: курс лекций для технических вузов. М.: Машиностроение, 2006.
- ГОСТ 17216-2001 Чистота промышленная, классы чистоты жидкостей. Минск: ИПК Издательство

- стандартов, 2001
7. *Ветцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. 2-е изд. М.: Высш. шк., 2000.

**DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL FLUID CONTAMINATION MODEL  
OF LIQUID SYSTEM**

© 2016 A.A.Gulbis

Samara National Research University

The article presents an approach to mathematical modeling of fluid contamination of aircraft jet engine oil systems based on Markov process.

*Keywords:* technical diagnostic, mathematical fluid contamination model, aircraft jet engine, jet engine oil system.