

УДК 621.318.134

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННОЙ МАГНИТОАНИЗОТРОПНОЙ СТРУКТУРЫ УСТРОЙСТВА ТЕЛЕМЕТРИИ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

© 2016 А.Е. Дубинин, А.А. Дубинин, Н.Н. Цаплин

Самарский государственный университет путей сообщения

Статья поступила в редакцию 18.04.2016

Рассматривается математическая модель объемной напряженной магнитоанизотропной структуры (НМАС) устройства телеметрии силового воздействия. При этом обобщенная физическая модель НМАС представлена в виде четверти ферромагнитного кольцевого чувствительного элемента (ЧЭ) в электромагнитном поле при силовом воздействии, которая описывается системой дифференциальных уравнений теорий электромагнитного поля, ферромагнетизма и упругости в сферических полярных координатах. Магнитная цепь НМАС описывается системой алгебраических уравнений. Совместное решение системы дифференциальных и алгебраических уравнений позволяет определить электрические и магнитные параметры ЧЭ и всего устройства, а также построить его выходную статическую характеристику.

*Ключевые слова:* объемная магнитная анизотропная структура, физическая модель, математическая модель, чувствительный элемент, структурная схема, выходная статическая характеристика, устройство телеметрии.

Дистанционное измерение силового воздействия в объектах различного функционального назначения, работающих в тяжелых условиях эксплуатации является актуальной задачей. Предлагается устройство телеметрии силового воздействия (УТСВ) на базе объемной НМАС, структурная схема которого представлена на рис. 1 [1, 2].

УТСВ содержит преобразователь силового воздействия 1 в виде двух упругих магнитных кольцевых элементов 2, 3, расположенных один внутри другого во взаимно перпендикулярных плоскостях, образуя объемную НМАС и связанных через металлические шары 4. ЧЭ 2, 3 имеют обмотки возбуждения 5, 6, которые включены с контурными конденсаторами  $C_k$  в колебательные контуры генераторов Г1 и Г2 соединенные с источником питания ИП. Измерительные обмотки 7, 8, ЧЭ 2, 3 соединены с входами смесителя См. ЧЭ 2 через металлический шар 9 и защитную плоскую пружину 10 связан с корпусом преобразователя силового воздействия УТСВ.

При нажатии силой  $P$ , на подвижную часть корпуса преобразователя 1 сила сжатия  $P_c$  передается через ЧЭ2, металлический шар 9, защитную пружину 10 и неподвижную часть корпуса преобразователя 1, соединенную с силовым элементом объекта. При этом ЧЭ2 сжимается, образуя напряжение сжатия  $\sigma_c$ , а ЧЭ3 через металлические

шары 4 растягивается образуя напряжение растяжения  $\sigma_p$  [1, 2].

Под действием механических напряжений  $\sigma_c$  и  $\sigma_p$  магнитная проницаемость ЧЭ2 уменьшается, а магнитная проницаемость ЧЭ3 увеличивается, согласно теории ферромагнетизма [1, 2], что приводит к изменению частоты выходных сигналов  $f_1$  и  $f_2$  генераторов Г1 и Г2. Эти сигналы с выхода обмоток 7, 8 ЧЭ 2, 3 подаются на входы смесителя См. С выхода смесителя См сигнал разностной частоты поступает на антенну А2 передатчика и принимается антенной А1 приемника, где обрабатывается усилителем разностной частоты УРЧ, амплитудным ограничителем АО, частотным детектором ЧД с гетеродином ГТ и подается на регистрирующий прибор РП, фиксируя силовое воздействие.

Обобщенная физическая модель НМАС ЧЭ сжатия 2 и растяжения 3 представлена на рис. 2 в виде четверти ферромагнитного кольца, сечение которого ориентировано в сферической полярной системе координат таким образом, чтобы вектор нормальных напряжений  $\sigma$  совпадал с направлением магнитного поля  $H_c$ , а вектор касательных напряжений  $\sigma$  был с ним перпендикулярен, где  $P_c$  – сила воздействия на кольцо направлена по радиусу ЧЭ под прямым углом к полю  $H_c$ ;  $a = r_n - r_b$  – толщина кольца;  $r_n, r_b$  – наружный и внутренний радиусы кольца;  $b$  – ширина кольца;  $r_0$  – средний радиус элемента;  $\phi$  – угол между осью симметрии сечения и радиусом  $r_b$ ;  $E_r$  и  $E_b$  напряженности электрического поля на гранях сечения;  $B_c$  – магнитная индукция внешнего электромагнитного поля;  $H_c$  – напряженность магнитного поля в сечении кольца;  $i$  – ток, протекающий через обмотку возбуждения;  $i_b$  – вихревой ток;  $\theta$  – угол

*Дубинин Александр Ефимович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электротехника».*

*Дубинин Александр Александрович, аспирант кафедры «Автоматика телемеханика и связь на железнодорожном транспорте». E-mail: elteh@samiit.ru*

*Цаплин Николай Николаевич, старший преподаватель кафедры «Электротехника».*

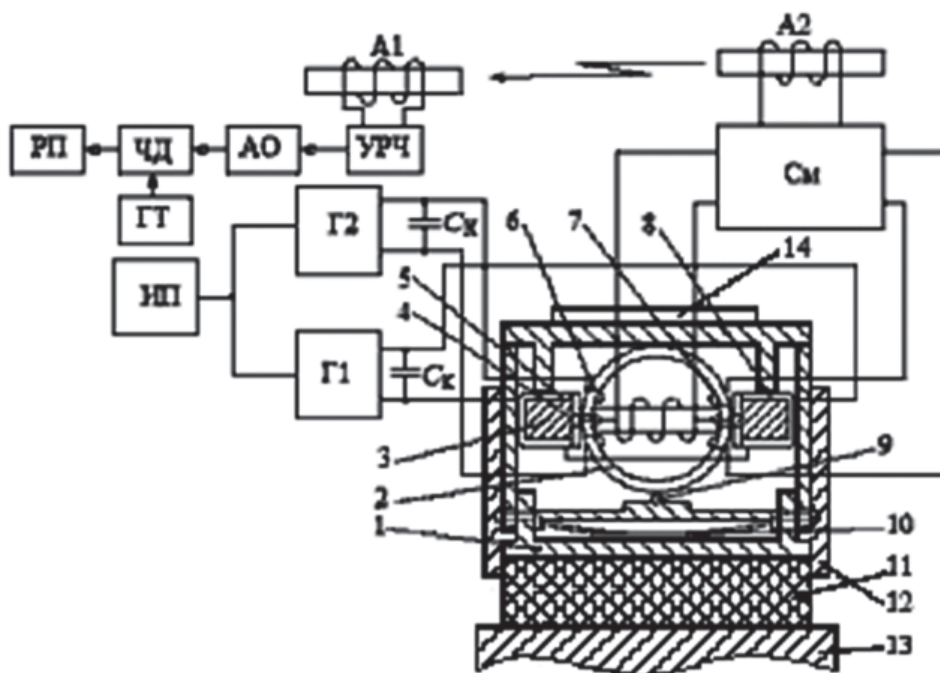


Рис. 1. Структурная схема устройства телеметрии силового воздействия

между осью симметрии сечения и радиусом  $r_0$  по длине кольца  $s$  в радианах.

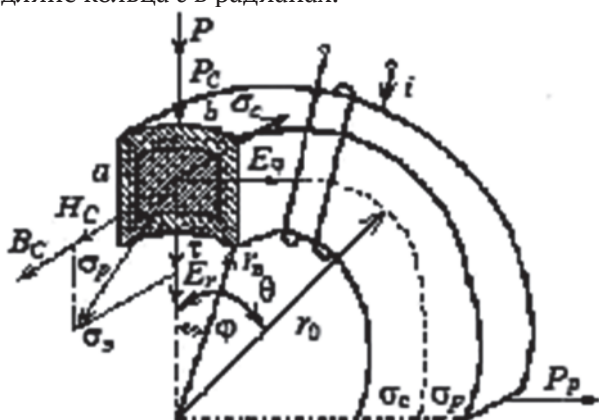


Рис. 2. Обобщенная физическая модель НМАС ЧЭ

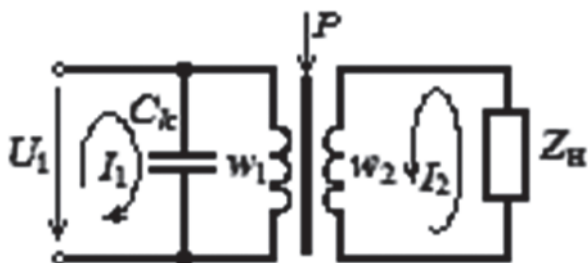


Рис. 3. Схема замещения магнитной цепи упругих элементов

Математическая модель обобщенной физической модели НМАС описывается дифференциальными уравнениями теорий электромагнитного поля, ферромагнетизма и упругости в полярных координатах. При этом принимаются следующие допущения и предположения.

1. Картина электромагнитного поля в любом сечении кольцевого ЧЭ равномерна и не зависит от угла  $\theta$ .

2. Магнитная индукция  $B_c$  электромагнитного поля, в котором находится ЧЭ, изменяется по синусоидальному закону и имеет только нормальную составляющую.

3. Картина силового поля с учетом напряжений сжатия, растяжения и сдвига зависит от угла  $\theta$  ЧЭ и может быть рассмотрена с использованием 3-й гипотезы прочности [1].

Общее выражение для определения нормальных механических напряжений сжатия и растяжения в кольцевом ЧЭ под действием силы нажатия  $P$  записывается в виде [1]:

$$\sigma_{H,b} = \frac{0,5P}{ba} \left[ \pm 3,82 \frac{r_0}{a} \mp \left( 6 \frac{r_0}{a} \mp 1 \right) \cos \theta \right], \quad (1)$$

где верхние знаки относятся к наружной поверхности кольцевого ЧЭ, а нижние знаки – к внутренней поверхности ЧЭ.

При  $\theta = 0$  наружная поверхность ЧЭ сжимается под действием  $\sigma_c$  а внутренняя – растягивается под действием  $\sigma_p$  (см. рис. 2). При  $\theta = \pi/2$  картина меняется на обратную: наружная поверхность растягивается под действием  $\sigma_p$ , а внутренняя сжимается под действием  $\sigma_c$ . Картина распределения напряжений повторяется для каждой четверти кольца.

Механические напряжения растяжения  $\sigma_p$  ЧЭ2 при  $\theta = \pi/2$  являются причиной возникновения силы растяжения  $P_p$  кольцевого ЧЭ3, который расположен во взаимно перпендикулярной плоскости – рис. 1. При этом внутренняя поверхность ЧЭ3 сжимается, а наружная – растягивается, т. е. картина распределения механических напряжений  $\sigma_c$  и  $\sigma_p$  аналогична ЧЭ2.

Используя обобщенную физическую модель ЧЭ на рис. 2, определяются максимальные напряжения сжатия  $\sigma_c$  при  $\theta = 0$  и растяжения  $\sigma_p$  при  $\theta = \pi/2$  согласно выражению (1):

$$\sigma_c = \frac{1,1 \cdot P \cdot r_0}{ba^2}; \quad \sigma_p = \frac{1,91 \cdot P \cdot r_0}{ba^2}. \quad (2)$$

Учитывая третью гипотезу прочности для ЧЭ  $\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$  и максимальные касательные напряжения  $\tau = (\sigma_p - \sigma_c)/2$ , определяются эквивалентные механические напряжения при работе ЧЭ2 на сжатие и ЧЭ3 на растяжение:

$$\sigma_{3c} = \sqrt{2\sigma_c^2 + \sigma_p^2 - 2\sigma_c\sigma_p};$$

$$\sigma_{3p} = \sqrt{2\sigma_p^2 + \sigma_c^2 - 2\sigma_p\sigma_c}. \quad (3)$$

4. Под действием эквивалентных механических напряжений сжатия  $\sigma_{3c}$  и растяжения  $\sigma_{3p}$  магнитная проницаемость ЧЭ2 уменьшается, а ЧЭ3 – увеличивается [1].

$$\mu_{3c,p} = \mu_n \pm \Delta\mu, \quad (4)$$

где (–) – при сжатии элемента 2; (+) – при растяжении элемента 3;  $\mu_n$  – начальная магнитная проницаемость элементов 2 и 3;  $\Delta\mu$  – изменение магнитной проницаемости.

При принятых допущениях и предположениях при одновременном воздействии силового поля сжатия или растяжения и поля возбуждения состояние соответствующего ферромагнитного ЧЭ описывается дифференциальными уравнениями в сферических полярных координатах [1]:

$$\frac{\partial H_c}{\partial r} = \gamma_\varphi E_\varphi; \quad -\frac{\partial H_c}{\partial \varphi} = \gamma_r E_r;$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial r} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} = -\frac{\partial B_c}{\partial t} = -j\omega\mu_\sigma H_c; \quad (5)$$

$$\frac{\partial B_c}{\partial H_c} \mp \frac{1}{B^2} \frac{\partial B_c}{\partial H_c} \left( \frac{\partial H_c}{\partial \sigma_p} + \frac{\partial H_c}{\partial \sigma_c} + \frac{\partial H_c}{\partial \tau} \right) = \mu_\sigma; \quad (6)$$

$$E \left( \frac{\partial w_r}{\partial r} + \frac{\partial w_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_\theta}{\partial \theta} \right) = \sigma_3. \quad (7)$$

где  $\sigma_3$  – соответствующие эквивалентные напряжения кольцевых ЧЭ;  $\gamma_r, \gamma_\varphi$  удельные электрические проводимости по направлениям;  $E_r, E_\varphi; H_c$  – комплексы действующих значений напряженностей электрического и магнитного полей по поверхности сечения кольца по переменным  $r, \varphi$  и  $\theta$ ;  $c$  – длина кольца;  $r_0$  – средний радиус элемента;  $\omega$  – круговая частота;  $\mu_\sigma$  – магнитная проницаемость от механического напряжения  $\sigma_3$ ;  $w_r, w_\varphi, w_\theta$  – перемещение точек структуры по радиусу  $r$ , углам  $\varphi$  и  $\theta$ ;  $E$  – модуль упругости;  $\theta$  – угол в радианах.

Граничные условия в этом случае имеют вид (рис. 2).

$$\underline{H}_c(r, \varphi) = \underline{H}_c(r) \text{ при } r = r_0 \pm a/2, \varphi = 0; r_b \leq r \leq r_n; \quad (8)$$

$$\underline{H}_c(\varphi, r) = \underline{H}_c(\varphi) \text{ при}$$

$$-\arcsin \frac{b}{2r_1} \leq \varphi \leq \arcsin \frac{b}{2r_2}, \quad (9)$$

$$\text{при малых углах } \varphi \quad b \approx L = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} r_0 d\varphi.$$

$$\underline{H}_c(r, \varphi) = 0 \text{ при } \varphi = \pm \arcsin \frac{b}{2r_2};$$

$$\underline{H}_c(\varphi, r) = 0; \text{ при } r = r_0 \pm a/2. \quad (10)$$

$$c = \int_0^\theta r_0 d\theta = r_0 \theta; \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi. \quad (11)$$

Уравнение теории упругости (7) рассмотрено с учетом 3-й гипотезы прочности, и его решение представлено в виде формул (3). Уравнение ферромагнетизма (6) для НМАС решено исходя из плотности свободной энергии ферромагнетика и термодинамических соотношений для обратимых магнитомеханических процессов при растяжении-сжатии, что позволило определить магнитные проницаемости ЧЭ  $\mu_\sigma$  их изменения при статических и динамических воздействиях  $P$  и  $P(t)$  [1]:

$$\mu_\sigma = \mu_n \pm \Delta\mu; \quad \mu_\sigma = \mu_n \pm \frac{K'_{c,p} \lambda_s a_s^2 \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 b a^2}, \quad (12)$$

где  $K'_{c,p}$  – коэффициент при сжатии и растяжении;  $\lambda_s$  – изотропная магнитоstriction материала ЧЭ;  $\alpha_s$  коэффициент намагниченности материала.

Из решения уравнений электромагнитного поля (5) при выбранных граничных условиях (8) – (11) определены плотности токов, вихревые  $I_\nu$  и намагничивающие  $I_\phi$  токи и сопротивления этим токам  $Z_\nu$  и  $Z_\phi$  [1]. Последнее зависит от силового воздействия и имеет вид:

$$Z_\phi = \frac{\omega S_3}{r_0 \theta} \left( \mu_n \mp \frac{K'_{c,p} \lambda_s \alpha_s \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 b a^2} \right) K_{\Pi}^2 e^{j\alpha}, \quad (13)$$

где  $S_3 = 2(a+b)a_b$  – сечение эквивалентного контура;  $a_b$  – глубина проникновения магнитного поля в материал;  $\alpha$  – угол сдвига между намагничивающим током  $I_\phi$  и магнитным потоком  $\Phi$ ;  $K_{\Pi} = K_T$  – коэффициент трансформации.

Выражение (13) позволяет определить электрические потери и угол магнитных потерь в ЧЭ при силовых воздействиях. На рис. 3 показана схема замещения ЧЭ, НМАС которых работает при сжатии-растяжении.

Для схемы замещения по второму закону Кирхгофа и после перехода к магнитным индукциям и далее к напряженностям поля система алгебраических уравнений преобразуется к виду:

$$\begin{cases} H_1\mu_1 - H_2\left(\mu_2 - \frac{r_0\theta}{\omega^2 S' C_k w_1^2}\right) = \frac{U_1}{\omega S w_1^2} \\ -H_1\mu_1 + H_2\left(\mu_2 - \frac{r_0\theta Z_n}{\omega S C w_2^2}\right) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

В результате решения системы уравнений определяется напряженность магнитного поля  $H_2$  и выходные действующие напряжения  $U_H$  на  $Z_H$  с выхода обмоток 7, 8 – рис. 1.

$$\begin{cases} H_2 = \frac{U_2 \omega C_k w_2}{r_0 \theta} \left( \mu_n \pm \frac{K'_{c,p} \lambda_s \alpha_s^2 \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 b a^2} \right) \\ U_{n7,8} = I_2 Z_n = \frac{H_2 r_0 \theta}{w_2} Z_n = \\ = U_2 \omega_{p.c} C_k K_T \left( \mu_n \pm \frac{K'_{c,p} \lambda_s \alpha_s^2 \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 b a^2} \right) \end{cases} \quad (15)$$

Изменение магнитных проницаемостей (12) магнитных элементов 2 и 3 приводит к изменению индуктивности обмоток возбуждения 5 и 6 и изменению частот генераторов Г1 и Г2 [1].

$$f_{Г1,Г2} = \left[ \frac{2\pi b a^2 w_1^2 C_k}{r_0} \left( \mu_n \pm \frac{K'_{c,p} \lambda_s \alpha_s^2 \mu_n^2 r_0 P}{\pi B^2 b a^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (16)$$

где  $w_1$  – число витков обмоток возбуждения 5, 6 элементов 2, 3;  $C_k$  – емкости контурных конденсаторов генераторов Г1 и Г2.

Частоты  $f_{Г1}$  и  $f_{Г2}$  генераторов Г1 и Г2 через измерительные обмотки 7, 8 подаются на входы смесителя См, с выхода которого сигнал  $\Delta U_H = U_{H7} - U_{H8}$  частотой  $\Delta f = f_{Г1} - f_{Г2}$  поступает в антенну А2 передатчика и принимается антенной А1

приемника, где обрабатывается и подается на регистрирующий прибор РП.

Все узлы передатчика и приемника выполнены на интегральных микросхемах.

Предлагаемая методика расчета использовалась для УТСВ со следующими параметрами:

1. элемент 2 сжатия  $5 \times 3 \times 1,5$  мм из феррита 2000 НМ1  $w_1 = 20$ ;  $w_2 = 10$ ;  $K_T = 2$ ;  $Z_H = 1 \times 10^4$  Ом,  $C_k = 90$  пФ;  $\mu_n = 25 \cdot 10^4$  Гн/м;  $U_1 = 5$  В – напряжение генератора Г1.

2. элемент растяжения  $3 \times 10 \times 6 \times 3$  мм из феррита 2000 НМ1;  $U_1 = 5$  В – напряжение генератора Г2  $w_1 = 30$ ;  $w_2 = 15$ ;  $K_T = 2$ ;  $Z_H = 1 \times 10^4$  Ом,  $C_k = 42$  пФ;  $\mu_n = 28 \cdot 10^4$  Гн/м.

В результате расчета получено:

1) при  $P = 0$   $f_{Г1} = 1,5 \times 10^6$  Гц;  $U_{H7} = 210$  мВ;  $f_{Г2} = 1 \times 10^6$  Гц;  $U_{H8} = 73$  мВ; на выходе смесителя См в А2  $\Delta f = 0,5$  МГц;  $\Delta U_H = 137$  мВ;  $f_{РП} = \Delta f = f_{ГТ} = 0$ ;

2) при  $P = 30$  Н  $f_{Г1} = 1,8 \times 10^6$  Гц;  $U_{H7} = 150$  мВ;  $f_{Г2} = 0,95 \times 10^6$  Гц;  $U_{H8} = 80$  мВ; на выходе смесителя См в А2  $\Delta f = 0,85$  МГц;  $\Delta U_H = 70$  мВ;  $f_{РП} = \Delta f - f_{ГТ} = 0,35$  МГц;  $U_{РП} = 2,0$  В.

Экспериментальные исследования подтвердили правильность теоретических положений и формул – погрешность не превышает 10%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубинин А.Е., Дубинин А.А. Математическая модель напряженных магнитоанизотропных структур устройства телеметрического контроля тягового электродвигателя // Вестник транспорта Поволжья. 2013. № 1 (34). С. 34-43.
2. Патент на изобретение №2467441, Российская Федерация, МКИ H01R39/58. Устройство для измерения нажатия щетки на коллектор электрических машин / А. Е. Дубинин, А. А. Дубинин, Р. Е. Капитуров. Заявл. 03.08.11; Оpubл. 20.11.12, Бюллетень изобретений № 232.

#### MATHEMATICAL MODEL OF STRAINED MAGNETIC ANISOTROPIC STRUCTURES OF THE TELEMETRIC MONITORING DEVICE

© 2016 A.Ye. Dubinin, A.A. Dubinin, N.N. Tsaplin

Samara State Transport University

The paper presents a mathematical model of strained magnetic anisotropic clamping and unclamping structures of a telemetric monitoring device. The generalized physical model of SMAS is presented as a quarter of the ferromagnetic ring sensitive element in the electromagnetic field being acted by force. The mathematical model is described with the system of differential equations of the electromagnetic field theory, and that ferromagnetism and elasticity in spherical polar coordinates.

**Keywords:** strained magnetic anisotropic structure, physical model, sensitive element, structure chart, output static capability, telemetric monitoring device.

Alexander Dubinin, Doctor of Technics, Professor, Head at the Electrical Engineering Department.

Alexander Dubinin, Graduate Student at the Automatics, Telemexanics and Communications in Railway Transport Department. E-mail: elteh@samiit.ru.

Nikolay Tsaplin Senior Lecturer at the Electrical Engineering Department.