УДК 531.781.2(088.8)

## АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК ТУРБОАГРЕГАТОВ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ СИГНАЛОВ ПЕРВИЧНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

© 2016 А.Ж. Чернявский, С.А. Данилин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 08.04.2016

В статье рассматривается оригинальная реализация дискретно-фазового метода, позволяющая определять параметры колебаний лопаток турбомашин при помощи анализа искажений формы сигнала первичного преобразователя. Колебания лопаток, как собственные, так и вынужденные, приводят к неравномерности скорости прохождения лопаток около датчика, что приводит к искажению формы информационного сигнала. Дальнейший анализ искажённого сигнала производится методами нелинейной аппроксимации, с помощью которых находятся параметры аппроксимирующей функции, описывающей закон колебания лопаток – амплитуда, частота и начальная фаза. Анализ производится для различных значений отношения сигнал/шум. Статистическая обработка серий отсчетов искаженного сигнала позволяет оценить помехоустойчивость определения параметров колебаний лопатки. *Ключевые слова*: турбоагрегат; газотурбинный двигатель; диагностика; лопатка; параметры колебания; дискретно-фазовый метод; первичный преобразователь, искажения; нелинейная аппроксимация; целевая функция; статистическая обработка; критерий Граббса.

#### введение

Для обеспечения долговременной эксплуатации ГТД и предотвращения аварийных ситуаций необходимо контролировать техническое состояние наиболее ответственных деталей турбомашины, одними из которыми являются лопатки компрессора и турбины, работающие в сложных эксплуатационных условиях (большие знакопеременные нагрузки, высокие температуры, эрозионные и коррозионные воздействия).

В настоящее время контроль технического состояния лопаток производится в основном эндоскопическими методами на остановленной турбомашине, что требует высокой квалификации персонала и является трудоемкой технологической операцией. Несмотря на принимаемые меры, в эксплуатации возникают аварийные ситуации, связанные с поломкой лопаток.

Для эксплуатируемых турбомашин существуют различные методы и средства диагностики и контроля деформационного состояния лопаток [1]. Среди этих методов выделяется дискретнофазовый метод (ДФМ), позволяющий определять индивидуальное состояние каждой лопатки в лопаточном колесе. Развитием ДФМ являются системы контроля деформационного состояния лопаток, представленные в [2].

Целью работы является разработка алгоритма оценки помехоустойчивости определения параметров динамических перемещений лопаток

Чернявский Аркадий Жоржевич, инженер кафедры радиотехники. E-mail: ark@vaz.ru турбоагрегатов на основе нелинейной аппроксимации сигналов первичных преобразователей.

Предложенный авторами в [3] способ реализации ДФМ, в котором техническое состояние контролируемой лопатки оценивается по степени различия формы импульсов первичного преобразователя (ПП) заключается в следующем.

Первичный преобразователь генерирует импульс колоколообразной формы при прохождении ненагруженной лопатки в зоне его видимости, который в свою очередь представляется выражением для гауссова импульса:

$$s_g(t)^* = A_g \exp\left(-\frac{1}{2a_t^2} \cdot t^2\right)$$

где  $A_g$  – нормированное значение амплитуды гауссова сигнала;  $a_t = \frac{a_y}{R\omega_\kappa}$  – временной параметр

гауссова импульса;  $a_y$  – метрический параметр гауссова импульса; R – радиус лопаточного колеса;  $\omega_{\kappa}$  – угловая частота вращения лопаточного колеса.

При условии колебаний лопатки по синусоидальному закону, гауссовский выходной сигнал, например, СВЧ или вихретокового ПП при наличии колебаний лопатки согласно [3] может быть записан в виде:

$$s_g(t) = A_g \exp\left(-\frac{1}{2a_t^2} \cdot \left(t + \frac{A}{R\omega_\kappa}\sin(\omega_{\lambda}t + \varphi)\right)^2\right),$$

где A,  $\omega_{\pi}$  и  $\varphi$  – амплитуда, угловые частота и начальная фаза колебаний лопатки.

Данилин Сергей Александрович, аспирант кафедры радиотехники. E-mail: aidan@ssau.ru

Форма выходных сигналов первичного преобразователя в обоих случаях показана на рис. 1.

Для определения параметров колебаний лопатки авторами предлагается использовать методы нелинейной аппроксимации, суть которых заключается в нахождении неизвестных параметров  $\alpha_1, \alpha_2...\alpha_n$  аналитического выражения  $f_a(t_i, \alpha_1, \alpha_2...\alpha_n)$ , удовлетворяющих заданному критерию оптимальности.

В качестве исходных данных для аппроксимации задаются отсчёты сигнала ПП от колеблющейся лопатки  $S(t_i)$ . Информационные сигналы при обработке в радиотехнических устройствах подвергаются воздействию внутренних и внешних помех. Внутренние помехи, обусловленные естественными причинами – тепловые и дробовые шумы – являются принципиально неустранимыми, для них общей чертой является наличие гауссовского флуктуационного шума [4]. Внешние помехи могут иметь атмосферное, космическое, индустриальное происхождение.

В таком случае, при анализе информационных сигналов и наличии шумовых компонент, реальный информационный сигнал может быть записан в виде аддитивной смеси:

 $s_{gn}(t) = s_g(t) + n(t)$ , где  $s_{gn}(t)$  – сумма сигнала и шума, n(t) – белый гауссовский шум.

При дискретизации гауссова непрерывного сигнала  $s_g(t)$  получается последовательность дискретных значений (отсчетов)  $S_g(t_1), \ldots, S_g(t_i)$ , определяемых выражением:

$$S_g(t_i) = \int_{-\infty}^{\infty} s_g(t) \,\delta(t - t_i) \,dt =$$
$$= A_g \exp\left(-\frac{1}{2a_t^2} \cdot \left(t_i + \frac{A}{R\omega_\kappa} \sin(\omega_s t_i + \varphi)\right)^2\right). \quad (1)$$

С учётом действия шума выходной сигнал ПП после дискретизации можно представить как сумму дискретных отсчетов гауссового сигнала  $S_g(t_i)$  (1) и аддитивного дискретного белого гауссовского шума:

$$S_{gn}(t_i) = S_g(t_i) + n(t_i),$$
 (2)

где  $S_{gn}(t_i)$  – сумма дискретных отсчетов гауссова сигнала и дискретного шума;  $n(t_i)$  – дискретный белый гауссовский шум.

Под дискретным белым гауссовским шумом  $n(t_i)$  понимается последовательность независимых гауссовских случайных величин, имеющая нулевое математическое ожидание, гауссовскую

плотность вероятности и дисперсию  $\sigma_n^2 = \frac{N_0}{\Delta t}$  [4].

Тогда для аддитивной смеси дискретных сигналов и дискретного шума отношение сигнал / шум в классическом определении представится выражением:

$$Q = \frac{P_{sd}}{\sigma_n^2},\tag{3}$$

где  $P_{sd} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} S_g^{2}(t_i)$  – средняя мощность дис-

кретного сигнала;

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{\Delta t} = \frac{1}{M-1} \cdot \sum_{i=1}^M (n_i - m_n)^2$$
 – дисперсия

дискретного гауссовского шума;

*m<sub>n</sub>* – математическое ожидание дискретного гауссовского шума.

В соответствии с предлагаемой методикой, определение параметров динамических перемещений лопатки производится с помощью методов нелинейной аппроксимации, позволяющих путем обработки отсчетов сигнала ПП определить параметры аппроксимирующей функции, описывающей колебательное движение лопатки – амплитуду A, частоту  $\mathcal{O}_{\pi}$  и начальную фазу  $\varphi$ .

Для исследования помехоустойчивости предлагаемого способа определения параметров колебаний лопаток моделирование аддитивной смеси (2) дискретизированного гауссовского сигнала ПП и дискретного гауссовского шума производится при различных отношениях сигнал/шум с помощью вычислительного эксперимента на ЭВМ.

Алгоритмически вычислительный эксперимент представляет собой «чёрный ящик», на вход которого подаются отсчеты (значения) аддитивной смеси (2) дискретного гауссовского сигнала



Рис. 1. Гауссовый выходной сигнал первичного преобразователя

и дискретного гауссовского шума. Дискретный гауссовский сигнал рассчитывается исходя из значений трех параметров – амплитуды A, частоты  $\mathcal{O}_n$  и начальной фазы  $\varphi$  колебаний лопаток. Дискретный гауссовский шум формируется для различных отношений сигнал / шум согласно (3). Выходом «чёрного ящика» будут являться определённые в результате решения оптимизационной задачи значения трёх указанных параметров.

С целью получения оценки статистической погрешности определения искомых параметров требуется многократно повторить измерения. Обработка результатов статистических (многократных) измерений проводится согласно ГОСТ Р 8.736-2011 «Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения» [5].

В соответствии с указанным ГОСТ необходимо выполнить следующие операции:

- исключить известные систематические погрешности из результатов измерений;

- вычислить оценку измеряемой величины;

- вычислить среднеквадратическое отклонение результатов измерений;

- проверить наличие грубых погрешностей (промахов) по критерию Граббса и при необходимости исключить их;

- вычислить доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины.

Для оценки погрешности определения искомых параметров для каждой комбинации значений исходных параметров необходимо провести серию из N испытаний. При этом в соответствии с методикой, изложенной в РТМ 25139-74 [6], в качестве метрологической характеристики может выбираться максимальное значение модуля погрешностей оценки:

$$\Delta = \max\left\{ \left| \Delta_i \right| \right\} \ i = 1, \dots N, \qquad (4)$$

где  $\Delta_i$  – абсолютная погрешность определения параметра; N – число испытаний, зависящее от доверительной вероятности  $P_A$ . Так, если  $P_A$  =0,95, то число испытаний N равно 29 независимо от закона распределения погрешностей.

Вычислительный эксперимент целесообразно провести для возможных в реальных радиотехнических устройствах значений отношения сигнал / шум в диапазоне 100 ... 100000.

Таким образом, при проведении вычислительного эксперимента необходимо:

$$A = 0,1...20$$
 мм;  
 $\omega_{\pi} = 2 \pi (100 ... 160)$  Гц;  
 $\phi = 0 ... \pi$  рад,

и получить, таким образом, 3-х мерный массив входных параметров с координатами  $A_i$ ,  $\omega_{\lambda j}$ ,  $\varphi_k$ . Количество значений (уровней) по каждому входному параметру целесообразно выбрать в диапазоне 20...100.

2. Для каждой комбинации входных параметров  $A_i, \omega_{nj}, \varphi_k$  указанного массива сформировать дискретный гауссовый (1) сигнал.

Для получения необходимого отношения сигнал/шум сформировать гауссовский дискретный шум.

В соответствии с выражениями (2) и (3) сформировать аддитивную смесь дискретного гауссового сигнала с гауссовским дискретным шумом.

3. Для нахождения значений искомых параметров и определения погрешностей провести нелинейную аппроксимацию аддитивной смеси дискретного гауссового (2) сигнала с дискретным шумом и вычислить целевую функцию оптимизации в каждой точке массива входных параметров

 $A_i, \omega_{nj}, \varphi_k$ .

Для сравнительной оценки реализуемости и точности предложенного способа определения параметров колебаний лопаток целесообразно выполнить расчеты с применением наиболее распространённых методов оптимизации:

 безусловный метод деформируемых многогранников Нелдера-Мида;

 безусловный метод доверительных областей Ньютона;

• условный метод доверительных областей Ньютона с отражениями.

При использовании безусловных методов оптимизации (например, метода деформируемых многогранников Нелдера-Мида) для расчета целевой функции целесообразно дополнительно применять метод внешней штрафной функции с квадратичной невязкой. Его преимуществом является отсутствие влияния на целевую функцию в области определения параметра и резкий рост целевой функции при выходе значения параметра за область определения [7].

4. В соответствии с РТМ 25139-74 повторить эксперимент N =29 раз для каждой комбинации входных параметров  $A_i$ ,  $\omega_{,j}$ ,  $\varphi_k$  для оценки статистической погрешности определения искомых выходных параметров:

4.1. Вычислить оценки математического ожидания каждого параметра:

$$\widetilde{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} A_i, \quad \widetilde{\omega}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \omega_{ni}, \quad \widetilde{\varphi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \varphi_i.$$

4.2. Вычислить оценки среднеквадратического отклонения (СКО) по каждому параметру:

$$\widetilde{\sigma}_{A} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (A_{i} - \widetilde{A})^{2}}$$
-оценка СКО по

амплитуде колебаний лопатки;

$$\widetilde{\sigma}_{\omega} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (\omega_{\pi i} - \widetilde{\omega}_{\pi})^2}$$
 – оценка СКО  
частоте колебаний лопатки;

по частоте колебаний лопатки;

$$\widetilde{\sigma}_{\varphi} = \sqrt{rac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} \left( arphi_{i} - \widetilde{arphi} 
ight)^{-}}$$
 – оценка СКО по

фазе колебаний лопатки.

4.3. Проверить наличие грубых погрешностей (промахов) по критерию Граббса и при необходимости исключить их. Статистический критерий Граббса [5] исключения грубых погрешностей основан на предположении о том, что группа результатов измерений принадлежит нормальному распределению. Для проверки вычисляют статистики Граббса  $G_1$  и  $G_2$ , предполагая, что наибольший  $A_{\rm max}$  или наименьший  $A_{\rm min}$  результат измерений вызван грубыми погрешностями:

$$G_1 = \frac{|A_{\max} - A|}{\widetilde{\sigma}_A}$$
,  $G_2 = \frac{|A - A_{\min}|}{\widetilde{\sigma}_A}$ 

и сравнивают  $G_1$  и  $G_2$  с критическим значением  $G_{\alpha}$  критерия Граббса при выбранном уровне значимости  $\alpha$ . Таблица критических значений критерия Граббса приведена в [5].

Уровень значимости  $\alpha$  представляет собой вероятность совершения ошибки первого рода - отвергнуть нулевую гипотезу о принадлежности результатов одному закону распределения и отсутствию промахов. Если значение статистики превысит критическое:  $G_1 > G_{\alpha}$  или  $G_2 > G_{\alpha}$ , то соответствующий результат исключается как маловероятный. Для двустороннего критерия Граббса при размере выборки N =29 и уровне значимости  $\alpha$  = 0,05 критическое значение  $G_{\alpha}$  = 2,893 [5].

Статистика двустороннего критерия Граббса для нахождения промаха определяется следующим образом:

$$G = \frac{\max_{i=1,\dots,N} \left| A_i - \widetilde{A} \right|}{\widetilde{\sigma}_A}$$

Аналогично, если значение статистики G превысит критическое значение  $G_{\alpha} = 2,893$ , то соответствующий элемент выборки исключается как маловероятный. Критерий Граббса не следует использовать при длине выборки  $N \leq 6$ , так как в этом случае критерий может ошибочно отмечать элементы выборки как промахи.

После исключения обнаруженного промаха из серии измерений необходимо вновь вычислить оценки математического ожидания и оценки среднеквадратического отклонения и повторить процедуру проверки наличия грубых погрешностей (п.п. 4.1, 4.2, 4.3).

Аналогичным образом проверяются на промахи и результаты статистических измерений по двум другим определяемым параметрам  $\mathcal{O}_{nj}$ ,  $\mathcal{O}_k$ . Поскольку решение оптимизационной задачи ведётся одновременно для трёх входных параметров  $A_i$ ,  $\mathcal{O}_{nj}$ ,  $\mathcal{O}_k$ , то при обнаружении промаха по одному параметру необходимо отбрасывать решение целиком.

5. Вычислить доверительные границы случайной погрешности (доверительную случайную погрешность) оценки измеряемой величины.

Для каждого из трёх параметров A,  $\omega_{_{\Lambda}}$ ,  $\varphi$ в соответствии с методикой, изложенной в РТМ 25139-74, определить максимальное значение модуля погрешностей оценки:

$$\begin{split} \Delta_{A} &= \max \left\{ \left| \Delta_{Ai} \right| \right\} \quad i = 1, \dots N ;\\ \Delta_{\omega} &= \max \left\{ \left| \Delta_{\omega i} \right| \right\};\\ \Delta_{\varphi} &= \max \left\{ \left| \Delta_{\varphi i} \right| \right\}, \end{split}$$

где  $\Delta_{Ai}$ ,  $\Delta_{\omega i}$ ,  $\Delta_{\varphi i}$  – абсолютная погрешность определения соответствующего параметра при i-м эксперименте; N – число испытаний, зависящее от доверительной вероятности  $P_{II}$ .

В соответствии с рекомендациями ГОСТ Р 8.736-2011, при выполнении технических измерений значение доверительной вероятности  $P_{\mathcal{A}}$  принимается равным 0,95, при этом согласно РТМ 25139-74 число испытаний N равно 29 независимо от закона распределения погрешностей.

При теоретическом исследовании или имитационном моделировании истинное значение параметров известно и абсолютные погрешности определятся по формулам:

$$\Delta_{Ai} = A_i - A$$
;  $\Delta_{\omega i} = \omega_{\pi i} - \omega_{\pi}$ ;  $\Delta_{\varphi i} = \varphi_i - \varphi$ ,

где  $A, \omega_n, \varphi$  - истинные значения параметров.

При работе с экспериментальными результатами истинные значения параметров неизвестны, поэтому абсолютная погрешность определяется как разность результата измерения и оценки математического ожидания параметра:

$$\Delta_{\mathcal{A}} = A_i - \widetilde{A}_{;} \Delta_{\omega i} = \omega_{\tilde{e}} - \widetilde{\omega}_{\tilde{e}}_{;} \Delta_{\varphi i} = \varphi_i - \widetilde{\varphi}$$

Таким образом, результат измерения может быть представлен в виде:

$$\Delta_{Ai} = A_i - \widetilde{A}$$
;  $\Delta_{\omega i} = \omega_{Ai} - \widetilde{\omega}_{A}$ ;  $\Delta_{\varphi i} = \varphi_i - \widetilde{\varphi}$ .

В результате имитационного моделирования будет получен массив данных, в котором каждой тройке значений входных параметров  $A_i$ ,  $\omega_{xj}$ ,  $\varphi_k$  будут соответствовать значения абсолютной погрешности определения параметров  $\Delta_A$ ,  $\Delta_{\omega}$ ,  $\Delta_{\varphi}$  и значения целевой функции оптимизации. Кроме этого, поскольку моделирование проводится для различных значений отношения сигнал / шум, то возникает возможность построения семейства указанных зависимостей.

#### выводы

Предложенная методика определения параметров динамических перемещений лопаток турбоагрегатов, основанная на статистической обработке изменений формы сигнала с использованием методов нелинейной аппроксимации, позволит не только определить параметры колебаний торца лопатки – амплитуду, частоту и начальную фазу, но и оценить помехоустойчивость определения искомых параметров.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Заблоцкий И.Е., Коростелев Ю.А., Шипов Р.А. Бесконтактные измерения колебаний лопаток турбомашин. М.: Машиностроение, 1977. 160 с.
- 2. Данилин А.И., Адамов С.И., Чернявский А.Ж., Серпокрылов М. И. Диагностика и контроль рабочего состояния лопаток паровых турбин // Электрические станции. 2007. № 7. С. 19-25.

- Домрачев В.Г., Гречишников В.М., Чернявский А.Ж., Данилин А.И. Определение параметров колебаний лопаток турбоагрегатов на основе нелинейной аппроксимации сигналов первичных преобразователей // Измерительная техника. 2013. № 11. С. 29-32.
- Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь. 1991. 608 с.
- ГОСТ Р 8.736-2011. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. М.: Госстандарт России: Изд-во ФГУП «Стандартинформ». 2013. 24 с.
- РТМ 25 139-74. Руководящие технические материалы. Методы нормирования метрологических характеристик, оценки и контроля характеристик погрешностей средств статистических измерений. Минприбор. 1974. 76 с.
- Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов. Минск: Дизайн ПРО. 2004. 640 с.

# ALGORITHM FOR EVALUATING THE NOISE IMMUNITY OF THE METHOD OF DETERMINING THE PARAMETERS OF OSCILLATIONS OF THE BLADES OF TURBINE BASED ON NONLINEAR APPROXIMATION OF THE SIGNALS OF PRIMARY CONVERTERS

# © 2016 A.Zh. Chernyavskiy, S.A. Danilin

## Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The paper proposes a new implementation of discrete-phase method allowing to determine the parameters of turbomachinery blades oscillations by analyzing the waveform distortion of primary transducer. Oscillations of the blades, both natural and forced, result in uneven speed of passage of the blades near the sensor, which leads to a distortion of the informational signal. Further analysis of the distorted signal is performing by non-linear approximation methods by which approximating function parameters are found to describe the law of blade oscillations - amplitude, frequency and initial phase. The analysis is carried out for different values of the signal / noise ratio. Statistical analysis of a series of samples of the distorted signal allows to estimate the error in determining the parameters of the blade oscillations. *Keywords*: turbine unit; gas-turbine engine; diagnostics; blade; vibration parameters; discrete-phase method; primary transducer; distortions; nonlinear approximation; objective function; statistical processing; Grubbs criterion.

Arkadiy Chernyavskiy, Engineer, Radioengineering Department. E-mail: ark@vaz.ru Sergey Danilin, Graduate Student at the Radioengineering Department. E-mail: aidan@ssau.ru