

УДК 629.782

ВНЕШНЯЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЗОНАНСА И СТАБИЛИЗАЦИЯ ВРАЩЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ И АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ АСИММЕТРИЯМИ ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ ВЕНЕРЫ

© 2016 В.В. Любимов, В.С. Лашин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 11.11.2016

Исследуется задача о неуправляемом спуске космического аппарата с малой асимметрией в атмосфере Венеры при малых значениях угла атаки. Показывается, что применение метода усреднения и условия внешней устойчивости главного резонанса позволяют обеспечить стабилизацию вращения рассматриваемого космического аппарата на нерезонансных участках движения, прилегающих к главному резонансу.

Ключевые слова: устойчивость, атмосфера, стабилизация, вращение, космический аппарат, усреднение, резонанс, асимметрия.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема устойчивости резонансов при возмущенном движении относительно центра масс возвращаемых космических аппаратов в атмосфере рассматривалась в значительном количестве публикаций [1], [2], и в других работах. Внешняя устойчивость резонанса приводит к эволюции медленных переменных на нерезонансных участках движения, прилегающих к рассматриваемому резонансу. В работе [3], было сформулировано определение и получены условия внешней устойчивости резонанса в нелинейной системе с медленными и быстрыми переменными. Явление внешней устойчивости резонансов было обнаружено также в задаче о возмущенном орбитальном движении твердого тела с сильным магнитом в геомагнитном поле [4]. Применительно к задаче о спуске в атмосфере космического аппарата с малой асимметрией явление внешней устойчивости резонансов ранее рассматривалось в следующих работах [5], [6].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ставится задача по исследованию внешней устойчивости главного резонанса при спуске в атмосфере с малой аэродинамической и инерционной асимметриями космического аппарата. Космический аппарат (КА) рассматривается как твердое тело массой 10 кг и имеет форму, близкую к конической. При исследовании внешней устойчивости требуется рассмотреть только главный резонанс. Предполагается произвести анализ внешней устойчивости главного резонанса в квазилинейном случае (при малых значениях

угла атаки) с учетом изменения параметров движения центра масс. Квазилинейная постановка задачи позволит произвести подробный приближенно-аналитический анализ условия внешней устойчивости и определить возможные случаи устойчивости главного резонанса, которые подтверждаются численными результатами. Рассмотрим движение спускаемого КА с малыми значениями угла атаки в случае положительных Ω_x при выполнении условия $\Omega_x - \Omega_{1,2} < 0$. Следует отметить, что случаи отрицательных угловых скоростей и случаи положительных Ω_x при выполнении условия $\Omega_x - \Omega_{1,2} > 0$ могут быть рассмотрены аналогичным образом.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Взаимное положение связанной с аппаратом системы координат $OXYZ$ и орбитальной системы координат $Ox_K Y_K Z_K$ определяется посредством трех углов ориентации: пространственного угла атаки α_n , аэродинамического угла крена φ_n и скоростного угла крена γ_a . В дальнейшем нижние индексы в данных углах ориентации не указываются. В качестве исходной рассматривается приближенная квазилинейная система уравнений движения КА с малой аэродинамической и инерционной асимметрией относительно центра масс в атмосфере, полученная в работе статье [7]. Данные приближенные квазилинейные уравнения получены из системы исходных нелинейных уравнений движения КА с малой асимметрией относительно центра масс методом асимптотического расщепления решений с учетом предположения о малости значений пространственного угла атаки [7], [2]. Указанные квазилинейные уравнения (1)-(2) учитывают, что в данной системе уравнений возможен главный резонанс, реализующийся при выполнении равенства: $\omega_x^r - \omega_1 \cong 0$. Из решения этого урав-

Любимов Владислав Васильевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики. E-mail: vlubimov@mail.ru
Лашин Вячеслав Сергеевич, аспирант.

нения можно определить резонансное значение угловой скорости $\omega_x^r = \omega / \sqrt{1 - \bar{I}_x}$.

Квазилинейная система уравнений [7] рассматривается совместно с уравнениями, описывающими движение центра масс КА. Для космического аппарата, близкого по форме к осесимметричной, данные уравнения имеют вид [1]:

$$dV/dt = -C_{xv}qS/m - g \sin \vartheta, \quad (1)$$

$$d\vartheta/dt = C_{yv}Sq/mV - g \cos \vartheta/V, \quad (2)$$

$$dH/dt = V \sin \vartheta. \quad (3)$$

В уравнениях (1)-(3) C_{xv}, C_{yv} – известные аэродинамические коэффициенты, ϑ – местный угол наклона траектории, m – масса аппарата, V – воздушная скорость КА, R – радиус Земли, H – высота полёта КА.

Квазилинейные уравнения содержат в правых своих частях быструю фазу θ , что существенно затрудняет применение данных уравнений для анализа внешней устойчивости главного резонанса. Усредняя квазилинейное уравнение для угловой скорости с учетом двух первых приближений в нерезонансном случае, получаем:

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = \varepsilon A_1^{(\omega_x)} + \varepsilon^2 A_2^{(\omega_x)} + \varepsilon^3 A_3^{(\omega_x)}. \quad (4)$$

Здесь первое и второе приближения метода усреднения, соответственно равны:

$$A_1^{(\omega_x)} = 0, \quad (5)$$

$$A_2^{(\omega_x)} = 0, \quad (6)$$

$$A_3^{(\omega_x)} = \varepsilon^3 \frac{(-6 + 2a_{1,2}^2 + 3a_{2,1}^2)(\bar{m}^A)^2 m^A \omega^4 \omega_{1,2}^2}{64(\omega_x - \omega_{1,2})^2 \bar{I}_x \omega_a^2} \cos(2\theta_1 - 2\theta_3). \quad (7)$$

Здесь ε – малый параметр, характеризующий малость параметров массовой и аэродинамической асимметрии и медленность изменения ω ; $a_{1,2}$ – амплитуды угла атаки, $\Delta = \omega_x - \omega_1$ – резонансное соотношение частот;

$$\omega_1 = \frac{\bar{I}_x \omega_x}{2} + \omega_a; \quad \omega_a = \sqrt{\frac{\bar{I}_x \omega_x^2}{4} + \omega^2}; \quad m^A, m^A, \theta_1,$$

θ_3 – функции, характеризующие величину и взаимное расположение аэродинамической и инерционной асимметрий; $m^A = \sqrt{(m_1^A)^2 + (m_2^A)^2}$,

$$m_1^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} m_{y0}^\Phi - \bar{I}_{xz} \omega_x^2, \quad m_2^A = -\frac{\omega^2}{m_{zn}} m_{z0}^\Phi + \bar{I}_{xy} \omega_x^2;$$

$$\sin \theta_1 = m_1^A / m^A; \quad \cos \theta_1 = -m_2^A / m^A;$$

$$m^A = \sqrt{(\bar{I}_{yz})^2 + (\Delta l)^2}, \quad \sin 2\theta_3 = \Delta l / m^A,$$

$$\cos 2\theta_3 = -\bar{I}_{yz} / m^A, \quad \omega = \sqrt{-m_{zn}^\alpha qsl / I},$$

m_{y0}^Φ, m_{z0}^Φ – коэффициенты малых аэродинамических моментов от асимметрии формы КА; q – скоростной напор; S и L – площадь миделе-

вого сечения и длина аппарата; $\bar{I}_x = I_x / I$; I_x и $I_y = I_z = I$ – моменты инерции аппарата относительно осей системы координат $OXYZ$, m_{zn} – коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента. Здесь безразмерный параметр асимметрии равен $\bar{m}^A = m^A / \omega^2$.

ВНЕШНЯЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЗОНАНСА И СТАБИЛИЗАЦИЯ ВРАЩЕНИЯ АППАРАТА

Для исследования внешней устойчивости главного резонанса $\Delta = \omega_x - \omega_1 \cong 0$ требуется рассмотреть изменение на нерезонансных участках функции Ляпунова следующего вида

$V = \Delta^2$ [3]. Предположим, что КА имеет следующее сочетание моментов инерции $I_x = 2I$. В этом случае функция Ляпунова принимает вид:

$V = \omega_x^2 + \omega^2$. При анализе внешней устойчивости применяется выражение для усредненной производной функции Ляпунова:

$$\left\langle \frac{dV}{dt} \right\rangle = 2\bar{\omega}_x \left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle + 2\omega \frac{d\omega}{dt}. \quad (8)$$

Здесь $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \frac{\omega}{2q} \frac{dq}{dt}$. Далее верхние индексы

в выражениях $\bar{\omega}_x$ не указываются. Производная рассчитывается согласно выражению (4). Согласно теореме [3] одним из условий внешней устойчивости резонанса $\Delta = \omega_x - \omega_1 \cong 0$ является условие:

$$\left\langle \frac{dV}{dt} \right\rangle < 0. \quad (9)$$

При выполнении условия (9) величина $|\Delta|$ эволюционирует к резонансной зоне $|\Delta| \cong 0(\sqrt{\varepsilon})$. Напротив, выполнение условия (10) обеспечивает «уход» величина $|\Delta|$ от резонансной зоны.

$$\left\langle \frac{dV}{dt} \right\rangle > 0. \quad (10)$$

В этом случае следует говорить о внешне неустойчивом резонансе $\Delta = \omega_x - \omega_1 \cong 0$.

Произведем анализ условия внешней устойчивости (9) при движении спускаемого КА с малыми значениями угла атаки в случае положительных $\bar{\omega}_x$ при выполнении условия $\bar{\omega}_x - \omega_{1,2} > 0$. Область реализации условия (9), следует оценивать следующим образом: $\sqrt{\varepsilon} < |\Delta| < 1/\varepsilon$. Нижняя граница указанной области по величине $|\Delta|$ соответствует границе резонансной зоны, которая имеет порядок $\sqrt{\varepsilon}$. На верхней границе данной области по величине $|\Delta|$ порядок малости производной $\langle d\omega_x / dt \rangle$ увеличивается на один

порядок ε , что в соответствии с уравнением (4) приводит к стабилизации усредненных величин Ω_x . Из условия (9) следует, что внешняя устойчивость главного резонанса $\Delta = \omega_x - \omega_1 \cong 0$ наблюдается при одновременном выполнении условий $\langle d\omega_x / dt \rangle < 0$, $d\omega / dt < 0$, $\Omega_x > 0$, $\Omega > 0$. На рис. 1 и рис. 2 представлены результаты численного интегрирования квазилинейной

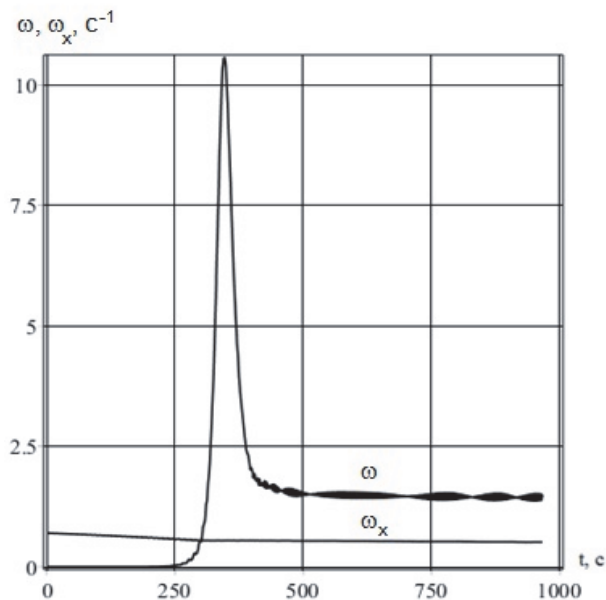


Рис. 1. Эволюция угловых скоростей $\omega_x(t)$ и $\omega(t)$ при внешне устойчивом резонансе

величиной аэродинамической или инерционной асимметриями в представленной задаче может обеспечить выполнение заданных ограничений по углу атаки и угловой скорости КА. Однако подробное исследование управляемого движения КА выходят за рамки представленной статьи, но оно может быть рассмотрено в дальнейших публикациях.

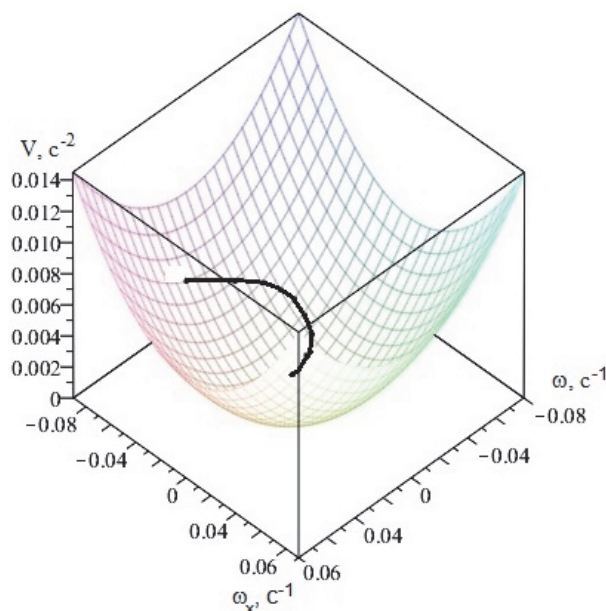


Рис. 2. Эволюция переменных V , $\omega_x(t)$ и $\omega(t)$ при внешне устойчивом резонансе

системы при реализации внешней устойчивости резонанса. Действительно, при нерезонансном уменьшении положительного значения угловой скорости ω_x на участке уменьшения величины $\omega(t)$ осуществляется выполнение условий $\langle d\omega_x / dt \rangle < 0$, $d\omega / dt < 0$, $\Omega_x > 0$, $\Omega > 0$. Такое поведение рассматриваемой системы соответствует внешней устойчивости резонанса $\Delta \cong 0$. Кроме того, в этом случае наблюдается стабилизация вращательного движения КА. На рис. 2 изображено изменение переменных ω_x и ω в трехмерном пространстве в рассматриваемом случае внешней устойчивости главного резонанса.

ВЫВОДЫ

Таким образом, применение метода усреднения и условия внешней устойчивости главного резонанса при малых величинах угла атаки позволяют обеспечить стабилизацию вращения асимметричного космического аппарата в атмосфере Венеры, имеющего следующее сочетание моментов инерции $I_x = 2I$. Следует отметить, что практический интерес представляет изучение вопросов, связанных с выбором величин параметров асимметрии КА. В этой связи, применение закона управления

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.
2. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией III // Космические исследования. 1994. Т.32. Вып.4-5. С. 112-25.
3. Любимов В.В. Внешняя устойчивость резонанса в нелинейной системе с медленно изменяющимися переменными // Известия Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2002. № 6. С. 52-58.
4. Любимов В.В. Внешняя устойчивость резонансов при движении асимметричного твердого тела с сильным магнитом в геомагнитном поле // Известия РАН. Механика твердого тела. 2010. № 1. С. 13-27.
5. Любимов В.В. Анализ внешней устойчивости резонанса при входе асимметричного космического аппарата в атмосферу // Рос.- амер. научный журнал. Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем: процессы, модели, эксперимент. Дайтона Бич, Казань. 2001. Т.6. Вып.2. С.86-96.
6. Любимов В.В. Внешняя устойчивость резонанса при движении в атмосфере космического аппарата с аэродинамической и инерционной асимметриями // Сб. трудов XII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара. 2006. С. 90-94.

7. *Заболотнов Ю.М.* Асимптотический анализ квази-линейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией I // *Космические исследования*. 1993. Т. 31. Вып. 6. С. 39-50.

EXTERNAL RESONANCE STABILITY AND STABILIZATION OF THE ROTATION OF THE SPACECRAFT WITH A SMALL INERTIAL AND AERODYNAMIC ASYMMETRIES DURING THE DESCENT IN THE ATMOSPHERE OF VENUS

© 2016 V.V. Lyubimov, V.S. Lashin

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The problem of the uncontrolled descent of the spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere of Venus at small angle of attack. It is shown that the application of the averaging method and conditions of the principal resonance external stability allow for stabilization of the rotation considered a spacecraft on the movement of non-resonance portions adjacent to the main resonance.

Keywords: sustainability, climate stabilization, rotation, spacecraft, averaging resonance asymmetry.