УДК 577.4 : 551.510.42 : 574.9 : 550.3

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УДАРНО-ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ НА СТЕНКИ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ТРУБОПРОВОДОВ

© 2017 Р.А. Кантюков[1], О.Б. Бутусов[2], В.П. Мешалкин[1]

[1] Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева, Москва
[2] Московский политехнический университет

Статья поступила в редакцию 27.01.2017

Проведен системный анализ комплексных показателей степени воздействия импульсов высокого и низкого давления на типовые узлы сложных технологических трубопроводов (СТТ). Для оценки вибрационно-ударного воздействия импульсов давления на стенки СТТ предложены четыре класса комплексных показателей: гидродинамические, статистические, фрактально-геометрические и амплитудно-частотные. На основе методологии системного анализа с использованием математического аппарата непрерывного вейвлет-преобразования временных рядов пульсаций давления газовых потоков в типовом узле (блоке) СТТ типа «тройник» выделены шестнадцать турбулентных структур разного масштаба. Системный анализ аппроксимаций и детализаций дискретного вейвлет преобразования (ДВП) временных рядов пульсаций давления газовых потоков позволил установить, что средние, медианы и средние квадратические значения низкочастотной компоненты пульсаций почти в два раза превышают аналогичные значения высокочастотных компонент ДВП, из чего следует, что низкочастотные компоненты пульсаций давления представляют большую опасность для целостности СТТ, чем высокочастотные компоненты. Установлено, что стандартные отклонения низкочастотной компоненты ДВП меньше, чем стандартные отклонения высокочастотных компонент, из чего следует, что пульсации низкочастотной компоненты больше локализованы и имеют более сосредоточенный характер, представляющий опасность для прочности трубопровода.
Ключевые слова: системный анализ, сложный технологический трубопровод, тройник, импульс давления, вибрация, турбулентные структуры, амплитудно-частотные характеристики, вейвлет-анализ.

ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение безопасной эксплуатации сложных технологических трубопроводов (СТТ) невозможно без использования как технических средств контроля газовых потоков, так и методов математического моделирования гидродинамики потоков, по результатам которых могут быть рассчитаны интегральные комплексные характеристики нестационарных газовых потоков, характеризующие воздействие газовых потоков на стенки СТТ.

Импульсы давления, распространяющиеся через типовые узлы (блоки) сложных технологических трубопроводов, оказывая ударное и вибрационное воздействие на СТТ представляют опасность для прочности конструкции трубопроводов [1-4]. Скорости распространения и величина импульсов давления являются важными гидродинамическими характеристиками, которые определяют степень воздействия импульсов на СТТ. В работах [5,6] приведены результаты компьютерного моделирования полей температуры и давления нестационарных турбулентных газовых потоков в СТТ и рассмотрено воздействие на СТТ импульсов высокого и низкого давления, которые образуются в трубопроводах химико-технологической системы (ХТС) крупнотоннажного производства этилена при сбросе избыточного давления на факел. Величина импульсов высокого давления составляет 120 бар при скорости распространения ~350 м $с^{-1}$. Для гашения этих импульсов используется разделительная емкость, после которой по СТТ распространяется импульс низкого давления величиной 5 ¸ 7 бар со скоростью ~30 м $с^{-1}$. Импульсы высокого и низкого давления, имеющие различную гидродинамическую природу, описываются разными математическими моделями [2-4]. Для моделирования импульсов высокого давления используют гидродинамические модели сжимаемых газов, в то время как для моделирования импульсов низкого давления используются модели несжимаемых газов. В сжимаемых газовых потоках происходит превращение внутренней энергии в кинетическую энергию средней скорости потока и наоборот. Внутренняя энергия определяется величиной среднеквадратичной тепловой скорости частиц газового потока, которая, например, для идеального одноатомного

Кантюков Рафкат Абдулхаевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры логистики и экономической информатики. E-mail: clogist@muctr.ru
Бутусов Олег Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор центра математического образования. E-mail: butusov-1@mail.ru
Мешалкин Валерий Павлович, академик, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой логистики и экономической информатики. E-mail: clogist@muctr.ru

газа равна: $v_s = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}}$, где R = 8.314 Дж К$^{-1}$ моль$^{-1}$ – универсальная газовая постоянная, μ – молекулярная масса. При T = 300 °К и μ = 10^{-2} кг моль$^{-1}$, v_s = 865 м с$^{-1}$, что оправдывает использование модели сжимаемого газа только для сверхзвуковых скоростей газового потока около 800 м с$^{-1}$.

Вторым важным критерием учета сжимаемости газового потока является оценка скорости звука, которая равна $a = \sqrt{\dfrac{\eta RT}{\mu}}$, где h – показатель адиабаты. Для использованных выше численных значений параметров скорость звука составляет a = 590 м с$^{-1}$, т.е. сжимаемость газового потока необходимо учитывать при скоростях u $\geq$ 600 мс$^{-1}$.

Таким образом, в задачах обеспечения безопасной эксплуатации СТТ при моделировании импульсов высокого давления необходимо использовать модели сжимаемого газа, а при моделировании импульсов низкого давления – модели несжимаемого газа. Одномерные математические модели нестационарных сжимаемых турбулентных газовых потоков разработаны в работе [3]. Двухмерная математическая модель этих потоков разработана в работах [2, 4-6]. Трехмерная компьютерная модель нестационарных турбулентных несжимаемых газовых потоков в СТТ кругового сечения разработана в работах [7-9].

При моделировании гидродинамики нестационарных газовых потоков необходимо учитывать структурные характеристики гидродинамических течений. Работы [10-14] посвящены анализу когерентности турбулентных структур газовых потоков и их влияния на пульсации гидродинамических характеристик. В работе [15] рассмотрена проблема влияния больших вихревых структур и связанных с ними низкочастотных пульсаций на гидродинамику газовых потоков. Хорошие результаты по анализу турбулентной структуры газовых потоков могут быть получены с помощью современных математических методов обработки сигналов и изображений, к числу которых следует отнести непрерывный и дискретный вейвлет анализы. Эти методы были с успехом использованы в работе [16] при изучении турбулентности газовых потоков. Многие структурные характеристики турбулентных газовых потоков могут быть описаны с использованием фрактальных показателей. В настоящее время это направление анализа турбулентных газовых течений интенсивно исследуется как математическими, так и экспериментальными методами [16-19].

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ НЕСЖИМАЕМЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ В СТТ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ

В работах [7-9] моделирование турбулентности выполнено в приближении Рейнольдса, при котором для гидродинамических переменных используется разложение: $G = \bar{G} + G'$, где G – гидродинамическая переменная, $\bar{G}$ – среднее значение гидродинамической переменной, G' – пульсационная компонента гидродинамической переменной. В результате применения приближения Рейнольдса к уравнениям Навье-Стокса была получена следующая модель турбулентных несжимаемых газовых потоков в СТТ

$$
\begin{gathered}
\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \\
\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r^2)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z u_r)}{\partial z}\right) = \\
= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_t\frac{\partial u_r}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_t\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right) - 2\mu_t\frac{u_r}{r^2}, \\
\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r u_z)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z^2)}{\partial z}\right) = \\
= -\frac{\partial P}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_t\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_t\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right), \\
c_p\rho\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r T)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z T)}{\partial z}\right) = \\
= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_t}\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_t}{\sigma_t}\frac{\partial T}{\partial r}\right), \\
\rho\left(\frac{\partial b}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r b)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z b)}{\partial z}\right) = \\
= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_b}\frac{\partial b}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_t}{\sigma_b}\frac{\partial b}{\partial r}\right) + G - \rho e, \\
\rho\left(\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial (ru_r e)}{\partial r} + \frac{\partial (u_z e)}{\partial z}\right) = \\
= \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_e}\frac{\partial e}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_t}{\sigma_e}\frac{\partial e}{\partial r}\right) + \frac{e}{b}(C_1 G - C_2\rho e), \\
G = 2\mu_t\left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{u_r}{r}\right)^2\right] + \\
+ \mu_t\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)^2, \\
\mu_t = C_\mu\frac{\rho b^2}{e}, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \\
C_2 = 1.92, \quad \sigma_b = 1.0, \quad \sigma_e = 1.3, \quad \sigma_t = 0.9.
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где r, z – радиальная и аксиальная координаты цилиндрической системы координат, u_r, u_z – усредненные радиальная и аксиальная компоненты скорости течения, P – среднее давление,

μ_t – коэффициент динамической вязкости, T – усредненная температура, $b=\frac{1}{2}\sum_i \overline{u_i^2}$ – кинетическая энергия турбулентных пульсаций [21], e – скорость диссипации турбулентной энергии [21], C_μ, C_1, C_2, $\sigma_b, \sigma_e, \sigma_t$ – параметры модели.

Для численного решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (СДУЧП) (1) могут быть использованы различные вычислительные схемы, например, вычислительная схема А. Чорина [21] или численный метод SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) [22] и др. В работах [7-9] для решения СДУЧП (1) использована модифицированная вычислительная схема А. Чорина, в которой применен двухшаговый итерационный процесс по времени, что приводит к значительному повышению точности расчетов и устойчивости численной схемы. В модели также использована технология разнесенной сетки по компонентам скорости потока.

На первом промежуточном шаге по времени решается система двух конечно-разностных алгебраических уравнений: уравнения для радиальной компоненты скорости и уравнения для аксиальной компоненты скорости потока без учета градиентов давления. Найденные на первом шаге промежуточные значения компонент скорости, используются для решения уравнения Пуассона для давления. Окончательно вычисленные поля давления используются для расчета радиальной и аксиальной компонент скорости потока, на котором в уравнениях учитываются только градиенты давления.

При проведении практических расчетов в уравнении для температуры использовано допущение о постоянной величине коэффициента вязкости, что позволяет интегрировать это уравнение автономно после расчета других гидродинамических переменных. Численный расчет уравнений для определения кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости диссипации турбулентной энергии осуществляется с использованием вспомогательных итерационных схем.

КЛАССЫ КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УДАРНО-ВИБРАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ НА СТЕНКИ СТТ

Системный анализ комплексных показателей ударно-вибрационного воздействия газовых потоков на стенки СТТ позволил выделить четыре класса показателей: гидродинамические, статистические, фрактально-геометрические и амплитудно-частотные (см. рис. 1).

Одномерные показатели (см. рис. 1) основаны на одномерных характеристиках газовых потоков, таких как траектории газовых частиц и временные ряды гидродинамических переменных в заданных точках типовых узлов СТТ. Двухмерные показатели основаны на двухмерных характеристиках газовых потоков, таких как визуализации и изображения двухмерных полей гидродинамических переменных в сечениях СТТ.

Рис. 1. Блок-схема классификации комплексных показателей ударно-вибрационного воздействия газовых потоков на стенки сложных технологических трубопроводов

Рассмотрим общую характеристику четырех классов *комплексных показателей* нестационарных газовых потоков (1. Класс комплексных гидродинамических показателей; 2. Класс комплексных статистических показателей; 3. Класс комплексных фрактально-геометрических показателей; 4. Класс комплексных амплитудно-частотных показателей) и возможность их использования для оценки ударно-вибрационного воздействия газовых потоков на стенки СТТ.

1. *Класс комплексных гидродинамических показателей.*

1.1. *Число Рейнольдса* – это одна из важнейших характеристик турбулентных газовых потоков, которую необходимо учитывать в задачах обеспечения безопасной эксплуатации СТТ.

1.2. *Коэффициент гидравлического сопротивления*. Для отдельного типового узла (блока) СТТ коэффициент гидравлического сопротивления вычисляют по формуле

$$\zeta_i = \frac{\Delta P_i}{\frac{1}{2}\rho_i u_i^2}, \qquad (2)$$

где i – номер типового узла СТТ, $\Delta P_i = P_i^{in} - P_i^{out}$ – разница давлений на входе и выходе типового узла, ρ_i, u_i – средняя плотность и средняя скорость набегающего на узел СТТ газового потока.

Для невязких безвихревых несжимаемых и стационарных газовых потоков в СТТ изменение энергии газового потока – числитель в (2) описывается простой формулой Бернулли $\frac{\rho u_1^2}{2} - \frac{\rho u_2^2}{2} \approx \Delta P$, где $\rho = \rho_2 \approx \rho_1$ – средняя плотность несжимаемого газового потока в типовом узле, ρ_1, ρ_2 – входная и выходная плотность потока, u_1, u_2 - входная и выходная скорость потока. Коэффициент гидравлического сопротивления (2) эффективно используется для анализа взаимодействия газовых потоков и типовых узлов СТТ.

1.3. *Коэффициент Кориолиса* равен отношению суммарного потока кинетической энергии в поперечном сечении трубопровода к потоку кинетической энергии, вычисленной по средней скорости:

$$Kr = \frac{\int_S \frac{\rho u^2}{2} u ds}{\frac{\rho \overline{u}^2}{2} \cdot \overline{u} \cdot S} = \frac{\int_S \rho u^3 ds}{\rho \overline{u}^3 S}, \qquad (3)$$

где S – площадь поперечного сечения трубопровода, $\overline{u} = \frac{1}{S}\int_S u ds$ – средняя по сечению трубопровода скорость газового потока. Коэффициент Кориолиса описывает степень неравномерности кинетической энергии по сечению трубопровода и, следовательно, деформацию потока узлом СТТ.

Деформация потока является важной характеристикой степени воздействия газового потока на механические части СТТ. Чем больше деформация потока, тем большее воздействие на трубопровод оказывают турбулентные газовые потоки и тем большее количество энергии переходит в энергию механических колебаний трубопровода.

1.4. *Коэффициент Буссинеска* оценивает неравномерность импульса по сечению трубопровода. Коэффициент Буссинеска определяется как отношение суммарного потока импульса в поперечном сечении трубопровода к потоку импульса, вычисленному по средней скорости:

$$Bu = \frac{\int_S \rho u \cdot u ds}{\rho \overline{u} \cdot \overline{u} \cdot S} = \frac{\int_S \rho u^2 ds}{\rho \overline{u}^2 S}, \qquad (4)$$

Неравномерность количества движения характеризует асимметрию ударного воздействия на стенки трубопровода. В условиях неравномерности ударного воздействия могут возникать вращательные моменты, оказывающие значительное воздействие на механические конструкции трубопровода. Следует отметить, что коэффициенты $Kr \geq 1$, $Bu \geq 1$. При этом доля превышения единицы описывает величину воздействия газовых потоков на стенки СТТ.

2. *Класс комплексных статистических показателей.* Ранее предложены алгоритмы расчета комплексных статистических показателей [7-9], которые основаны на использовании гистограммы пульсаций давления, рассчитанных для заданного временного интервала в каждом типовом узле СТТ (диффузор, конфузор, тройник, труба, поворотное колено). После нормализации гистограммы использованы как численные аналоги плотности распределения вероятностей.

2.1. *Средняя величина пульсаций давления* в типовом узле СТТ равна [7-9]:

$$< P >= \frac{1}{N_G} \sum_{jk \in G} < P_{jk} > = \frac{\Delta}{N_G} \sum_{jk \in G} \sum_n n q_{jk}^{(n)}, \qquad (5)$$

где $< \cdots >$ – среднее арифметическое, (j, k) – координаты ячеек расчетной сетки, P – пульсации давления, G, N_G – множество и количество ячеек расчетной сетки принадлежащих типовому узлу СТТ, D – шаг квантования для расчета гистограммы пульсаций давления, $P^{(n)} = \Delta \cdot n$ - n-й уровень гистограммы, $q_{jk}^{(n)}$ – вероятность n-го уровня гистограммы в ячейке расчетной сетки с номером (j, k).

2.2. *Стандартное отклонение пульсаций давления* в типовом узле СТТ равно [7-9]:

$$\sigma_{jk} = \left(\frac{1}{N_G - 1} \sum_{jk \in G} \left(\Delta \sum_n n q_{jk}^{(n)} - < P > \right)^2 \right)^{1/2}, \qquad (6)$$

где $\Delta\sum_n nq_{jk}^{(n)} = < P_{jk} >$ – средняя величина пульсаций давления в ячейке расчетной сетки с номером (*j*, *k*).

К приведенным комплексным статистическим показателям добавим еще один новый важный статистический показатель, ранее не рассмотренный в [7-9] – ковариационную матрицу пульсаций давления между отдельными ячейками типового узла СТТ.

2.3. *Ковариационная матрица пульсаций давления между различными частями СТТ.* Для расчета ковариационной матрицы пульсаций давления между отдельными блоками типового узла СТТ автором предложено следующее соотношение:

$$M_{(j,k),(r,s)} = \frac{1}{N^2}\sum_{n_1=1}^{N}\sum_{n_2=1}^{N}\left(P_{jk}^{(n_1)} - < P_{jk} >\right)\left(P_{rs}^{(n_2)} - < P_{rs} >\right)\nu_{(j,k),(r,s)}^{(n_1,n_2)}, \quad (7)$$

где $M_{(j,k),(r,s)}$ – ковариационная матрица, (*j*, *k*), (r, s) – координаты ячеек расчетной сетки, *N* – количество уровней гистограммы, n_1, n_2 – номера уровней совместной гистограммы пульсаций давления в ячейках (*j*, *k*) и (r, s), $\nu_{(j,k),(r,s)}^{(n_1,n_2)}$ – совместная гистограмма.

Для расчета ковариационной матрицы (7) необходимо рассчитать две одномерные гистограммы отдельно для ячеек (*j*, *k*) и (r, s) и двухмерную гистограмму для совместного описания пульсаций давления.

2.4. *Корреляционная матрица пульсаций давления между различными частями СТТ*, для расчета которой предложено следующее соотношение

$$\rho_{(j,k),(r,s)} = \frac{M_{(j,k),(r,s)}}{\sigma_{jk}\sigma_{rs}}, \quad (8)$$

где $M_{(j,k),(r,s)}$ – ковариационная матрица, σ_{jk}, σ_{rs} – стандартные отклонения пульсаций давления в ячейках расчетной сетки с координатами (*j*, *k*) и (r, s).

Рассмотрим еще два новых комплексных статистических показателей, ранее не учтенных в работах [7-10].

2.5. *Ковариационная функция*. Для расчета ковариационной функции необходима статистика пульсаций давления на выбранном временном интервале. В качестве случайной функции используем среднюю пульсацию давления в типовом узле СТТ: $\overline{P}(t) = \frac{1}{N_G}\sum_{jk\in G} P_{jk}(t)$, где *t* –заданный момент времени.

Для расчета ковариационной функции предложен следующий алгоритм.

Шаг 1. Для расчета ковариационной функции используются два произвольных момента времени: *t* и *t*'.

Шаг 2. Для этих моментов времени вычисляются средние значения на двух временных интервалах: $(t+M)$ и $(t'+M)$ по формулам:

$$< \overline{P}(t) > = \frac{1}{M}\sum_{\tau=t}^{t+M}\overline{P}(\tau), \quad < \overline{P}(t') > = \frac{1}{M}\sum_{\tau=t'}^{t'+M}\overline{P}(\tau), \quad (9)$$

где *M* – длина интервала.

Шаг 3. Расчет ковариационной функции по формуле:

$$K(t,t') = \frac{1}{M^2}\sum_{\tau_1=t}^{t+M}\sum_{\tau_2=t'}^{t'+M}\left(\overline{P}(\tau_1) - < \overline{P}(t) >\right)\left(\overline{P}(\tau_2) - < \overline{P}(t') >\right). \quad (10)$$

2.6. *Корреляционная функция* рассчитывается по формуле

$$\rho(t,t') = \frac{K(t,t')}{\sigma(t)\sigma(t')}, \quad (11)$$

где

$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{M-1}\sum_{\tau=t}^{t+M}\left(\overline{P}(\tau) - < \overline{P}(t) >\right)^2}$ и $\sigma(t') = \sqrt{\frac{1}{M-1}\sum_{\tau=t'}^{t'+M}\left(\overline{P}(\tau) - < \overline{P}(t') >\right)^2}$

– стандартные отклонения.

3. *Класс комплексных фрактально-геометрических показателей.*

Для расчета фрактальных характеристик газовых потоков могут быть использованы как одномерные, так и двухмерные геометрические объекты. В работах [7-9] предложено использовать траектории газовых частиц в виде одномерных объектов в двухмерной или трехмерной системе координат. Для анализа фрактальных свойств используется понятие фрактальной размерности. Для расчета фрактальной размерности одномерных объектов традиционно используют метод кронциркуля [7-9, 23-26]. В результате применения метода кронциркуля рассчитывают фрактальную размерность Минковского [27]. Сущность метода заключается в последовательной аппроксимации траектории газовой частицы ломанной линией, у которой звенья имеют одинаковую длину. В работах [7-9] предложен алгоритм расчета, так называемой оптимальной фрактальной размерности, полученной в результате применения метода кронциркуля со звеньями разной длины. Существует также понятие мультифрактального спектра, отдельные размерности которого получили название обобщенных фрактальных размерностей или размерностей Ренье.

Для расчета обобщенных фрактальных размерностей траектория газовой частицы последовательно покрывается сетками, размеры ячеек которых стремятся к нулю. При этом вероятность того, что в ячейке будет находится *i* точек равна $p_i(\varepsilon) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_i(\varepsilon)}{N}$, где ε – размер ячейки, *N* – количество точек, $n_i(\varepsilon)$ – количество точек, попавших в *i*-ю ячейку ($1 \le i \le M$), *M* – количество занятых ячеек. С помощью вероятностей $p_i(\varepsilon)$ спектр обобщенных фрактальных размерностей можно рассчитать по формуле

$$D_q = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon)}{(q-1)\ln \varepsilon}, \qquad (12)$$

где q – индекс обобщенной фрактальной размерности.

При $q = 0$ обобщенная фрактальная размерность не зависит от вероятностей и описывает однородную фрактальную геометрию с классической фрактальной размерностью. Рассмотрим три вида обобщенных фрактальных размерностей с индексами: 0, 1 и 2, которые предложено использовать как комплексные фрактально-геометрические показатели газовых потоков.

3.1. *Фрактальная размерность Минковского* определяется из (12) при $q = 0$, что приводит к следующей формуле:

$$D_0 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln M(\varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}, \qquad (13)$$

где D_0 – классическая фрактальная размерность Минковского, которая в терминологии метода кронциркуля имеет следующую интерпретацию: ε – длина звена аппроксимирующей ломанной линии, $M(\varepsilon)$ – количество звеньев.

3.2. *Фрактальная информационная размерность* рассчитывается из (12) при $q = 1$, что приводит к следующей формуле:

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) \ln p_i(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{S(\varepsilon)}{\ln \varepsilon^{-1}}, \qquad (14)$$

где $S(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i(\varepsilon) \ln p_i(\varepsilon)$ – энтропия множества точек траектории газовой частицы.

3.3. *Фрактальная корреляционная размерность* – это обобщенная фрактальная размерность при $q = 2$, которая равна

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{M(\varepsilon)} p_i^2(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}. \qquad (15)$$

Корреляционная размерность (15) связана с парным корреляционным интегралом, который определяется по формуле:

$$I(\varepsilon) = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{n,m} \theta\left(\varepsilon - \left|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\right|\right), \qquad (16)$$

где $\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ - ступенчатая функция Хевисайда.

Фактически сумма в корреляционном интеграле равна количеству точек, расстояние между которыми меньше ε. Так как величина p_i^2 равна вероятности попадания в одну и ту же ячейку двух точек, то $I(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{n,m} \theta\left(\varepsilon - \left|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\right|\right) \approx \sum_i p_i^2$.

Таким образом, из (16) следует: $D_2 = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{I(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}$, что приводит к следующему экспоненциальному представлению для корреляционного интеграла:

$$I(\varepsilon) \approx \varepsilon^{D_2}. \qquad (17)$$

Рассмотренные традиционные и предложенные новые комплексные показатели нестационарных газовых потоков могут быть практически использованы для следующих количественных оценок газовых потоков в СТТ. Фрактальная размерность описывает степень самоподобия случайной компоненты траектории. Информационная размерность является мерой энтропии, т.е. может быть использована для оценки величины случайной компоненты, а также может служить мерой величины отношения сигнал-шум. Корреляционная размерность может служить мерой количества образующихся кластеров в структуре траекторий частиц газовых потоков.

4. *Класс комплексных амплитудно-частотных показателей.*

Амплитудно-частотные показатели предложены в ряде работ [28-31] для анализа временных рядов гидродинамических переменных, например, пульсаций давления в заданной точке газового потока. Рассмотрим три вида преобразований сигналов, которые применяются для амплитудно-частотного анализа: преобразование Фурье, непрерывное вейвлет-преобразование и дискретное вейвлет-преобразование.

4.1. *Преобразование Фурье временных рядов гидродинамических переменных.*

С помощью преобразования Фурье Амплитудно-частотная характеристика временного ряда пульсаций давления вычисляется по следующей формуле

$$S(\omega) = \left|S(j\omega)\right| = \left|\int_{-\infty}^{\infty} P(t) e^{-j\omega t} dt\right|, \qquad (18)$$

где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица, $P(t)$ – временной ряд пульсаций давления, ω – частота.

В качестве комплексных амплитудно-частотных показателей могут быть предложены максимумы гармоник.

4.2. Непрерывное вейвлет-преобразование временных рядов гидродинамических переменных.

Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) используется при анализе нестационарных процессов. В результате НВП одномерный сигнал преобразовывается в двухмерный спектр, что является источником дополнительной информации о мелкомасштабной структуре сигнала, поэтому НВП называют «математическим микроскопом». Для вычисления НВП могут быть использованы различные классы базисных вейвлетов. Фактически НВП – это функция корреляции между анализируемой и вейвлетной функцией, которая вычисляется в разных точках анализируемой функции. Результатом НВП являются двухмерные поверхности, которые можно анализировать с помощью методов обработки изображений. НВП вычисляются по формуле:

$$z(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} P(t) f\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \ , \qquad (19)$$

где $P(t)$ – временной ряд, $f(t)$ – базисный вейвлет, (a, b) – координаты двухмерного пространства, a – вертикальная координата, которая представляет масштабный коэффициент, описывающий растяжение или сжатие базисной вейвлетной функции, b – горизонтальная координата, описывающая сдвиг базисного вейвлет вдоль анализируемой функции.

Полученные в результате НВП-преобразования изображения структуры потоков можно использовать для расчета двухмерных комплексных показателей. В работах [23,26,28–30] предложены методы текстурного анализа и ряд комплексных текстурных показателей: инерция, энергия текстуры, энтропия, коэффициент однородности, коэффициент кластерной асимметрии, коэффициент кластерного эксцесса и информационная мера корреляции кластеров. Визуализации текстурных показателей использованы в этих работах для расчета морфометрических характеристик, которые предложены в качестве скалярных численных комплексных оценок кластерной структуры визуализаций и изображений.

4.3. *Дискретное вейвлет-преобразование временных рядов гидродинамических переменных.*

С помощью дискретного вейвлет-преобразования (ДВП) можно последовательно разложить одномерные и двухмерные сигналы на низкочастотную и высокочастотные составляющие. Рассмотрим результат применения ДВП к временным рядам (ВР) гидродинамических переменных, являющихся одномерными функциями. На первом шаге исходный ВР разделяют на низкочастотную и высокочастотную компоненты первого приближения: $S = A_1 + D_1$, где S – временной ряд, где «A» обозначает аппроксимацию, а «D» детализацию. На втором шаге выполняют разложение $A_1 = A_2 + D_2$ и т.д. В результате после k-шагов исходный ВР будет представлен в виде следующего разложения на одну аппроксимацию и k детализаций:

$$S = A_k + D_1 + D_2 + \cdots + D_k \ . \qquad (20)$$

При этом получается несколько одномерных функций, каждая из которых имеет собственные статистические характеристики, которые могут быть предложены в качестве комплексных показателей.

РЕЗУЛЬТАТЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКОВ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛИЧНЫХ КЛАССОВ КОМПЛЕКСНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Рассмотрим комплексные характеристики, полученные с помощью блочной математической модели нестационарных газовых потоков в двухмерных СТТ [4-6]. Рассмотрим типовой узел (блок) СТТ типа «тройник». На рис. 2 представлен пользовательский интерфейс гидродинамической модели. Символ «звездочка» отмечает ячейку СТТ, для которой построены временные ряды.

Рассмотрим временной ряд пульсаций давления в ячейке типового узла типа «тройника», отмеченной символом «звездочка» на рис. 2. График временного ряда представлен на рис. 3.

Выполним непрерывное вейвлет-преобразование ВР пульсаций давления с использованием базисного вейвлета под названием «мексиканская шляпа» [31]. Результат применения НВП – это двухмерное изображение, представленное на рис. 4.

На рис. 4 различимы структуры трех масштабов. На самом нижнем уровне наблюдается полоса чередующихся темных и светлых полос, которая представляет собой мелкомасштабную случайную компоненту. На следующем уровне наблюдается 16 структур, представляющих пульсационную компоненту газового потока с частотой около 500 Гц. На самом верхнем крупномасштабном уровне имеется только две структуры, которые обуславливают колебания газового потока с частотой около 60 Гц.

Рассмотрим трехуровневое ДВП для декомпозиции ВР пульсаций давления газового потока (см. рис.5).

Представленные на рис. 5 компоненты ВР описывают колебания газового потока с различной частотой. Так аппроксимация (см. рис. 5а) описывает колебания с частотой около 400 Гц, первая детализация (см. рис. 5б) – колебания с частотой 4500 Гц, вторая детализация (см. рис. 5в) – колебания с частотой около 2000 Гц и третья детализация (см. рис. 5г) – колебания с частотой 800 Гц. Таким образом, амплитудно-частотные характеристики ВР, полученные с помощью ДВП, являются более информационными по сравнению с НВП.

Рассмотрим статистические характеристики составляющих ДВП. На рис. 6 представлены гистограммы аппроксимации и трех детализаций.

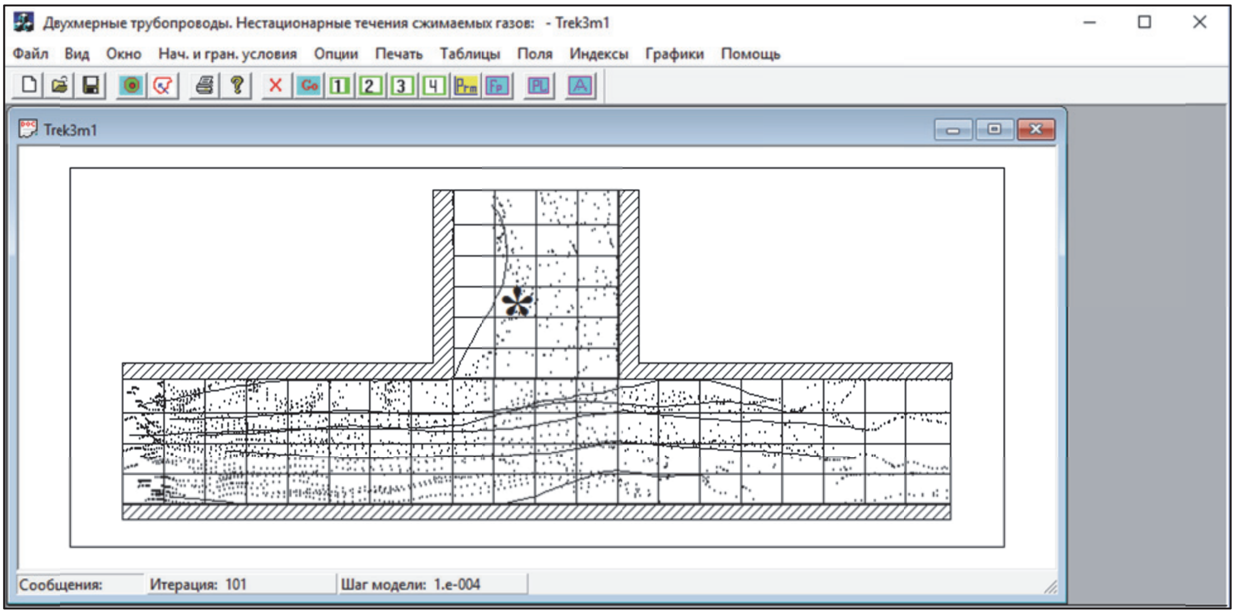


Рис. 2. Результаты компьютерного моделирования газовых потоков в типовом узле СТТ типа «тройник» (символом «звездочка» отмечена элементарная ячейка, для которой затем построены временные ряды)

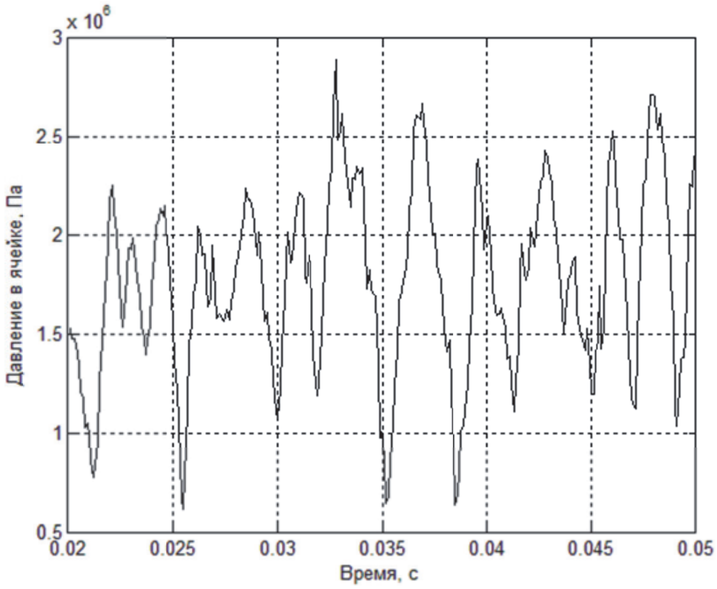


Рис. 3. Временной ряд пульсаций давления в элементарной ячейке

Статистические характеристики гистограмм могут рассматриваться как комплексные показатели, характеризующие турбулентность газовых потоков. Некоторые из этих статистических характеристик представлены в таблице 1. Полученные результаты показывают, что средние, медианы и средние квадратические значения низкочастотной компоненты почти в два раза превышают аналогичные значения высокочастотных компонент ДВП. Таким образом, низкочастотные компоненты пульсаций давления представляют большую опасность для целостности СТТ, чем высокочастотные компоненты. И наоборот стандартные отклонения низкочастотной компоненты меньше, чем стандартные отклонения высокочастотных компонент. Последнее указывает на то, что пульсации низкочастотной компоненты больше локализованы и имеют более сосредоточенный характер.

Также гистограмма распределения низкочастотных пульсаций (см. рис.6а) является гораздо более симметричной, чем высокочастотные гистограммы (см. рис.6б, 6в, 6г), что также указывает на локализованный ударный характер низкочастотных пульсаций.

Небольшое значение эксцесса для низкочастотной компоненты указывает на равномерный характер распределения пульсаций давления вблизи максимума гистограммы.

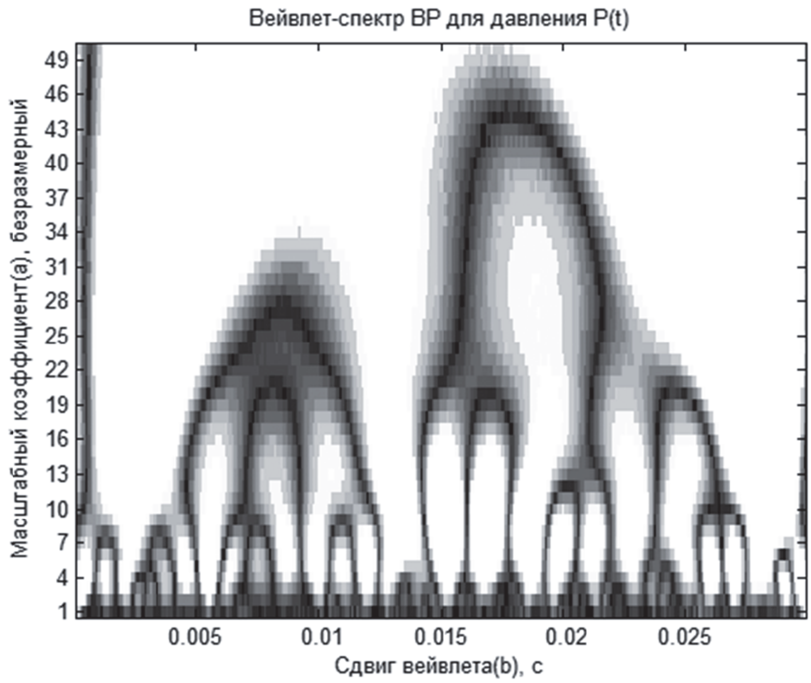
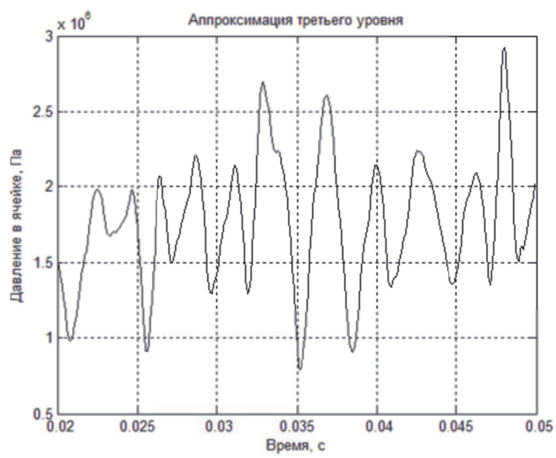
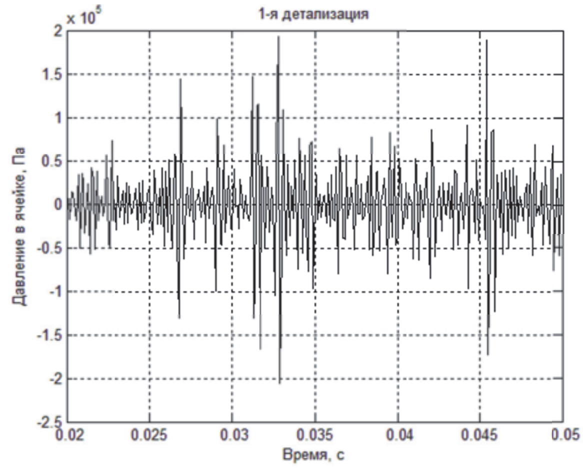


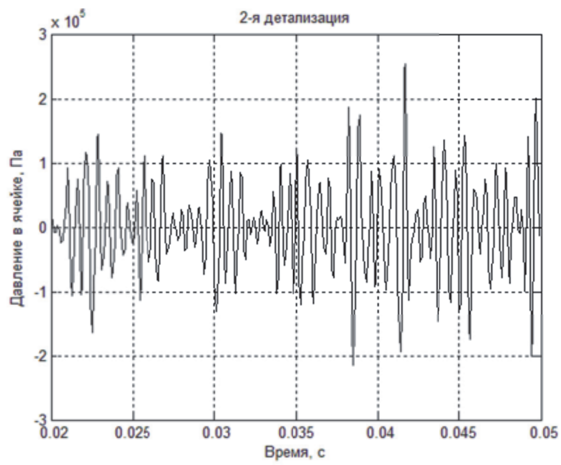
Рис. 4. Двухмерное изображение НВП-преобразования временного ряда пульсаций давления



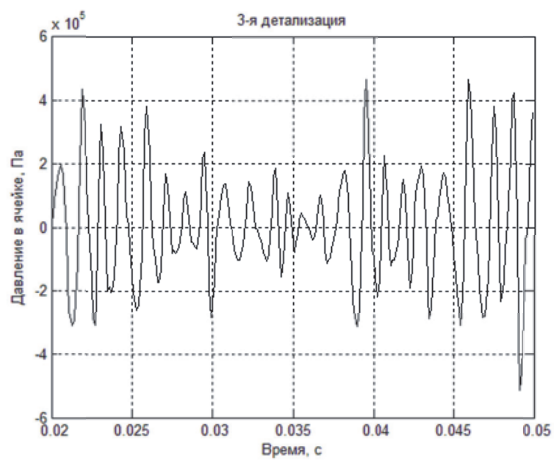
а



б



в



г

Рис. 5. ДВП-декомпозиция ВР пульсаций давления:
а – аппроксимация третьего уровня; б – детализация первого уровня;
в – детализация второго уровня; г – детализация третьего уровня

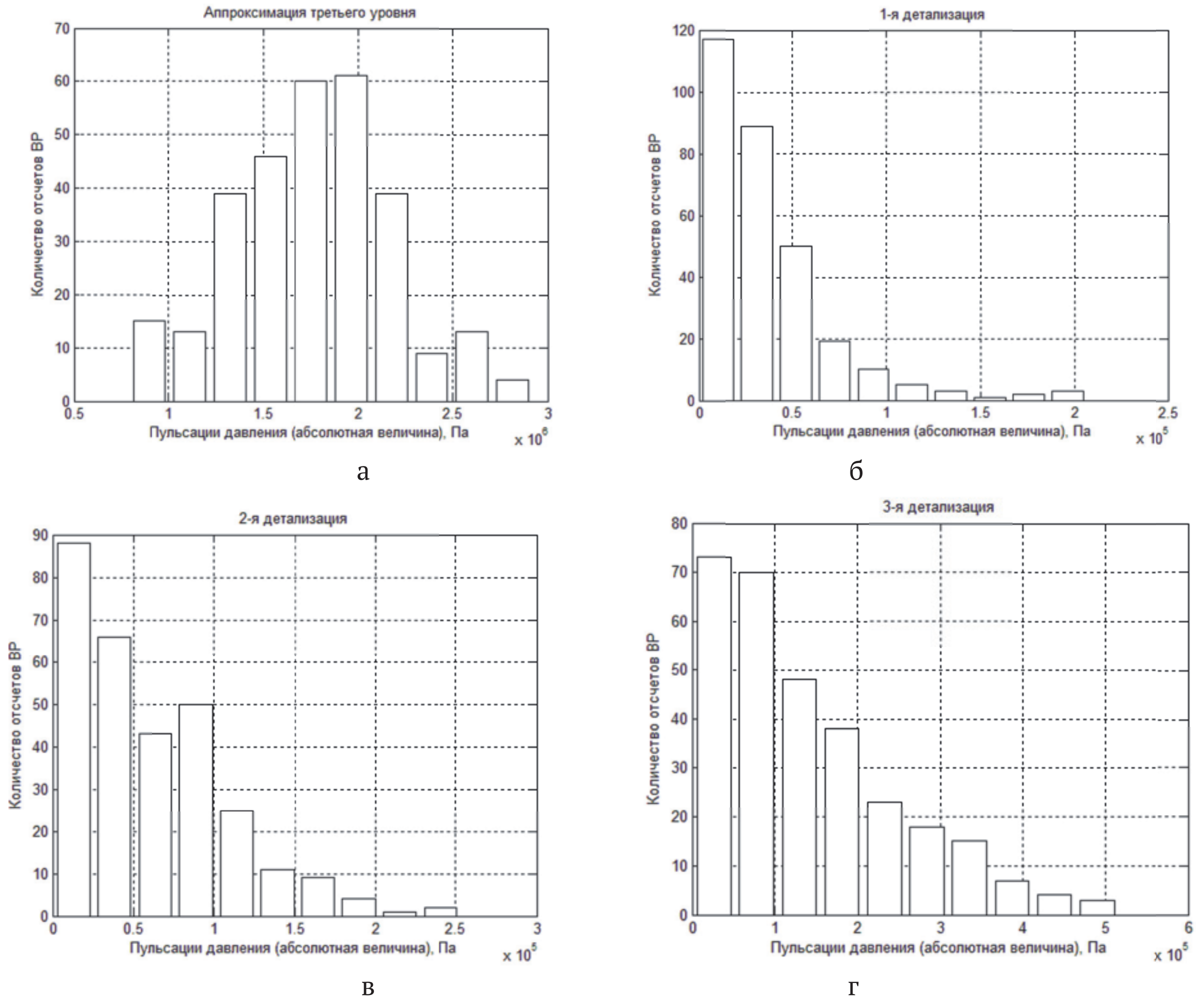


Рис. 6. Гистограммы аппроксимации и детализаций ДВП:
а – гистограмма аппроксимации третьего уровня; б – гистограмма детализации первого уровня;
в – гистограмма детализации второго уровня; г – гистограмма детализации третьего уровня

Таблица 1. Статистические характеристики дискретного вейвлет-преобразования временного ряда пульсаций давления

	Среднее/max	Медиана/max	RMS/max	Std/max	Асимметрия	Эксцесс
A	0.603	0.603	0.62	0.144	0.081	2.971
D1	0.176	0.136	0.24	0.163	2.127	9.009
D2	0.238	0.193	0.304	0.191	1.087	4.212
D3	0.27	0.208	0.342	0.209	0.991	3.444

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате системного анализа комплексных показателей характеристик ударно-вибрационных воздействий газовых потоков на стенки СТТ получены следующие выводы:

1. Для описания турбулентной структуры газовых потоков в СТТ предложен ряд комплексных показателей.

2. Определены четыре наиболее эффективных комплексов показателей ударно-вибрационного воздействия газовых потоков на СТТ (гидродинамические, статистические, фрактально-геометрические и амплитудно-частотные). К классу гидродинамических показателей относятся: число Рейнольдса, коэффициент гидравлического сопротивления, коэффициент Кориолиса, коэффициент Буссинеска. К классу статистических показателей относятся: средняя величина пульсаций давления, стандартное отклонение пульсаций давления, ковариационная матрица пульсаций давления между различными частями СТТ, корреляционная матрица пульсаций давления между различными частями СТТ, ковариационная функция, корреляционная функция. Класс комплексных фрактально-геометрических показателей образуют: фрактальная размерность Минковского, фрактальная информационная размерность, фрактальная корреляционная размерность. Класс комплекс-

ных амплитудно-частотных показателей включает: преобразование Фурье временных рядов гидродинамических переменных, непрерывное вейвлет-преобразование временных рядов гидродинамических переменных, дискретное вейвлет-преобразование временных рядов гидродинамических переменных.

3. Проведен по результатам гидродинамического моделирования системный анализ комплексных показателей нестационарных турбулентных сжимаемых газовых потоков в типовом узле двухмерного СТТ типа «тройник». В результате непрерывного вейвлет преобразования временных рядов пульсаций давления в газовых потоках выделены 16 турбулентных структур разных масштабов.

4. Проведен системный анализ временных рядов пульсаций давления газовых потоков с помощью дискретного вейвлет преобразования. В качестве комплексных показателей ударно-вибрационного воздействия газовых потоков на стенки СТТ предложено использовать гистограммы и статистические характеристики аппроксимаций и детализаций дискретного вейвлет преобразования.

5. Средние, медианы и средние квадратические значения низкочастотной компоненты почти в два раза превышают аналогичные значения высокочастотных компонент ДВП, из чего следует, что низкочастотные компоненты пульсаций давления представляют большую опасность для целостности СТТ, чем высокочастотные компоненты. Стандартные отклонения низкочастотной компоненты меньше, чем стандартные отклонения высокочастотных компонент, из чего следует, что пульсации низкочастотной компоненты больше локализованы и имеют более сосредоточенный характер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кафаров В.В., Мешалкин В.П.* Проектирование и расчет оптимальных систем технологических трубопроводов. М.: Химия, 1991. 368с.
2. *Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Компьютерное моделирование нестационарных потоков в сложных трубопроводах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 550 с.
3. *Селезнев В.Е., Прялов С.Н.* Численное моделирование течений в магистральных системах. М.: Эдиториал УРСС, 2014. 800с.
4. *Бутусов О.Б., Кантюков Р.А., Мешалкин В.П.* Компьютерный анализ гидродинамики нестационарных потоков в газотранспортных системах. СПб: Недра. 2014. 296 с.
5. Компьютерное моделирование течения сжимаемых газов через сложные технологические трубопроводы / *Р.А. Кантюков, О.Б. Бутусов, В.Г. Дови, В.П. Мешалкин* // Химическая промышленность. 1998. № 12. С.784-790.
6. *Бутусов О.Б., Кантюков Р.А., Мешалкин В.П.* Компьютерное моделирование полей температуры и давления нестационарных турбулентных газовых течений в технологических трубопроводах // Химическая промышленность. 1998. № 7. С. 433-438.
7. *Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Компьютерное моделирование нестационарных газовых потоков в сложных трубопроводах кругового сечения // Теоретические основы химической технологии». 2008. Т. 42. № 1. С. 88-99.
8. *Булкатов А.Н., Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Интегральные индексы как обобщенные показатели математического моделирования нестационарных гидродинамических процессов в аппаратах химической технологии // Известия вузов. Химическая технология. 2002. №1. С.111-117.
9. *Мешалкин В.П., Булкатов А.Н., Бутусов О.Б.* Алгоритм оптимальной аппроксимации траекторий частиц при фрактальном анализе течений в аппаратах химической технологии // Известия вузов. Химическая технология. 2002. № 1. С. 121-124.
10. *Levich E.* Coherence in turbulence: new perspective // Concepts of Physics. 2009. V. 6. №. 3. P. 239-457.
11. Coherent Structures in unsteady swirling jet flow / *E. Cala, C. Fernandes, M. Heitor, S. Shtork* // Experiments in Fluids. 2006. V.40. P. 267-276.
12. *Moisy F., Jimenez J.* Geometry and clustering of intense structures in isotropic turbulence // Journal of fluid mechanics. 2004. V.513. P.111-133.
13. *Camussi R., Guj G.* Experimental analysis of intermittent coherent structures in the near field of a high Re turbulent jet flow // Physics of Fluids. 1999. V.11. P.423–431.
14. *Sreenivasan K.R., Antonia R.A.* The phenomenology of small-scale turbulence // Annual Review of Fluid Mechanics. 1997. V.29. P. 435–472.
15. *Davidson L.* Large eddy simulations: how to evaluate resolution // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2009. V.30. № 5. P. 1016–1025.
16. Wavelets and turbulence / *M. Farge, N. Kevlahan, V. Perrier, E. Goirand* // Proceedings of the IEEE. 1996. V.84. №.4. P.639-669.
17. A study on fractal characteristics of aerodynamic field in low-NOx coaxial swirling burner / *J. Wu, M. Zhang, H. Fan, W. Fan, Y. Zhou* // Chemical Engineering Science. 2004. V.59. P. 1473 – 1479.
18. *Catrakis H. J., Dimotakis P. E.* Scale distributions and fractal dimensions in turbulence // Physical review letters. 1996. V.77. P. 3795–3798.
19. *Sreenivasan K.R.* Fractals and multifractals in fluid turbulence // Annual review of fluid mechanics. 1991. V.23. P.539–600.
20. *Shuja S.Z., Habib M.A.* Fluid flow and heat transfer characteristics in axisymmetric annular diffusers // Computers & Fluids. 1996.V. 25. № 2. P.133-150.
21. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т.2. М.: Мир, 1991. 552 с.
22. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
23. Комплексный фрактально-текстурный анализ турбулентной структуры газовых потоков в конфузорах сложных трубопроводов / *О.Б. Бутусов, Р.К. Гимранов, Р.А. Кантюков, В.П. Мешалкин, А.Г. Попов, И.В. Рыженков* // Известия ВУЗов: Химия и химическая технология. 2015. Т. 58, № 4. С. 78-84.
24. *Саркисов П.Д., Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Реконструкция аттрактора турбулентной структуры

модельных газовых потоков в технологических трубопроводах // Теоретические основы химической технологии. 2009. Т. 43. № 5. С. 483 – 490.
25. Компьютерный метод анализа текстуры нанокомпозитов на основе расчета изолиний фрактальных размерностей / *П.Д. Саркисов, О.Б. Бутусов, В.П. Мешалкин, В.Г. Севастьянов, А.Б. Галаев* // Теоретические основы химической технологии. 2010. Т. 44, № 6. С. 620-625.
26. *Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Текстурные и фрактальные методы анализа характеристик нестационарных газовых потоков в трубопроводах // Теоретические основы химической технологии. 2006. Т.40, № 3. С. 313-327.
27. *Кроновер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
28. *Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Компьютерный расчет интегральных показателей турбулентной структуры нестационарных газовых потоков в трубопроводах с использованием вейвлет-преобразований // Теоретические основы химической технологии». 2008. Т. 42. № 2. С. 170-175.
29. *Саркисов П.Д., Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Компьютерные инструментальные средства молекулярной инженерии и вейвлетно-морфометрический анализ текстуры наноматериалов // Теоретические основы химической технологии. 2011. Т. 45. № 1. С. 3-14.
30. *Саркисов П.Д., Бутусов О.Б., Мешалкин В.П.* Декомпозиционный вейвлетно-морфометрический алгоритм анализа микрофотоизображений текстуры твердофазных наноматериалов // Доклады Академии Наук. 2010. Т .434. № 5. С.651-655.
31. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003. 176 с.

SYSTEMS ANALYSIS AND ALGORITHMS FOR CALCULATION OF THE COMPLEX INDEX OF SHOCK-VIBRATION IMPACT OF THE GAS FLOWS ON THE WALLS OF COMPLEX TECHNOLOGICAL PIPELINES

© 2017 R.A. Kantjukov[1], O.B. Butusov[2], V.P. Meshalkin[1]

[1] Dmitry Mendeleev University of Chemical Technology of Russia, Moscow
[2] Moscow Polytechnic University

A systematic analysis of complex indices of high and low pressure pulse impact on the standard components of complex technological pipelines (CTP) was carried out. To evaluate the effects of vibration and shock impact on the walls of CTP four classes of complex factors were offered: hydrodynamic, statistical, fractal-geometric and amplitude-frequency. Using system analysis methodology and continuous wavelet transform of time-series of gas flow pressure impact on the pipeline tee-node had been studied. Owing to it, sixteen turbulent structures of different scale were found. System analysis of approximations and details of the discrete wavelet transform (DWT) of time-series of gas flow pressure let to reveal that the mean, median and mean-square values of the low-frequency components is almost two times higher than similar values of high-frequency components of the DWT, which means that low-frequency components of pressure shocks represent more danger to pipeline than similar high-frequency components. It was also found that the standard deviation of the low-frequency components of the DWT is less than similar high-frequency values, which means that the low-frequency pulsations are more localized and have a more pointed impact on the pipeline and so represent more danger for the pipeline integrity.
Keywords: systematic analysis, complex technological pipeline, tee-node, pressure shock, vibration, turbulent structure, amplitude-frequency characteristics, wavelet analysis.

Rafkat Kantjukov, Candidate of Technics, Associate Professor, Doctoral Student at the Logistics and Economic Informatics Department. E-mail: clogist@muctr.ru
Oleg Butusov, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor at the Center of Mathematical Education. E-mail: butusov-1@mail.ru
Valery Meshalkin, Academician, Doctor of Technics, Professor, Head at the Logistics and Economic Informatics Department. E-mail: clogist@muctr.ru