

УДК 517.977

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

© 2017 А.Н. Попов

АО «Конструкторское бюро промышленной автоматики», г. Саратов

Статья поступила в редакцию 15.03.2017

Приводится описание аналитико-числового и приближенного численного матричных методов планирования траектории движения беспилотного летательного аппарата, которые отличаются от аналогов повышенной точностью и более низкой вычислительной трудоемкостью расчета баллистико-навигационных задач.

Ключевые слова: *беспилотный летательный аппарат, баллистиконавигационное обеспечение, планирование траектории, маршрутная матрица, матрица базисных функций*

Разработка беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является проблемой федерального уровня, которая отнесена к разряду критических технологий государства и решается в рамках государственных оборонных программ. Успешное решение проблемы во многом зависит от степени совершенства отечественных бортовых систем управления, программно-аппаратные средства которых должны обеспечивать в т.ч. автономное планирование траектории движение летательного аппарата в режиме времени, близком к реальному, в зависимости от динамических характеристик летательного аппарата. Трудности обеспечения планирования траектории движения БЛА в настоящее время связаны:

- с недостаточной точностью глобального (предполетного) и локального (в полете) планирования траектории движения из-за использования приближенных численных методов математического моделирования динамических свойств летательного аппарата (ЛА);

- с высокой вычислительной трудоемкостью локального планирования траектории движения средствами бортовой системы управления из-за необходимости выполнения расчетов для каждой опорной (контрольной, узловой) точки траектории.

Цель работы: совершенствование методического аппарата и создание специализированных бортовых средств автономного решения траекторных задач, применительно к БЛА.

Постановка задачи баллистиконавигационного обеспечения БЛА. Рассматривается динамическая модель БЛА заданная в виде однородного обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка или системы из n однородных дифференциальных уравнений первого порядка в форме Коши или в виде матрицы системы $n \times n$. Необходимо построить траекторию движения БЛА в виде непре-

рывной функции $y(t)$, проходящей через n опорных точек маршрута $y(t_1) = y_1, \dots, y(t_n) = y_n$, с учетом наличия ограничений на ресурсы бортовых вычислительных средств.

Аналитико-числовой матричный метод планирования траектории движения БЛА [1-5]. В ходе предполетной подготовки, до начала движения по траектории, с использованием вычислительных средств бортовой системы управления или наземных средств баллистиконавигационного обеспечения полетов ЛА:

1. По имеющейся приближенной математической модели летательного аппарата n -го порядка, строится характеристический полином вида $a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + s^n$, где a_i – постоянные коэффициенты, $i = \overline{0, n-1}$, s – независимая переменная (параметр интегрального преобразования Лапласа). Если порядок математической модели меньше количества опорных точек траектории, с использованием положений теории обыкновенных дифференциальных уравнений предварительно строится эквивалентная математическая модель ЛА необходимой размерности.

2. Аналитическими методами вычисляются различные корни $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ характеристического полинома $a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + s^n$ и их кратности m_1, m_2, \dots, m_p , где λ_i – i -й корень полинома; m_i – кратность i -го корня полинома; p – количество различных корней полинома [6].

3. Для частного случая простых корней характеристического полинома ($n = p$) строится матрица базисных функций $BASIS \in \mathbf{R}^{1 \times n} = (b_{1,j}) = [e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_n t}]$, где $e^{\lambda_i t}$ – i -я базисная функция, соответствующая корню λ_i . Для случая кратных корней полинома ($n > p$) матрица строится в порядке следования корней и возрастания номера корневой модификации базисной функции [7, 8]:

$$BASIS = (BASIS^1 \in \mathbf{R}^{1 \times m_1}, BASIS^2 \in \mathbf{R}^{1 \times m_2}, \dots, BASIS^p \in \mathbf{R}^{1 \times m_p}),$$

$$\text{где } BASIS^1 = (b_j^1) = [b_1^1, b_2^1, \dots, b_{m_1}^1]; \dots; BASIS^p = (b_j^p) = [b_1^p, b_2^p, \dots, b_{m_p}^p].$$

$$\text{Т.е.: } BASIS = [(b_1^1, b_2^1, \dots, b_{m_1}^1), (b_1^2, b_2^2, \dots, b_{m_2}^2), \dots, (b_1^p, b_2^p, \dots, b_{m_p}^p)],$$

где $b_j^i = e^{\lambda_i t} t^{j-1}$, $i = \overline{1, p}$, $j = \overline{1, m_i}$;

$$BASIS = [(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_1 t} t, \dots, e^{\lambda_1 t} t^{m_1-1}), \dots, (e^{\lambda_p t}, \dots, e^{\lambda_p t} t^{m_p-1})].$$

4. Формируется маршрутная матрица $ROUTE \in R^{n \times n} = (r_{i,j})$, элементы которой вычисляются подстановкой планируемого времени прохождения опорных точек траектории в матрицу $BASIS$ по формуле $r_{i,j} = (b_{1,j})_{t=t_i}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, где t_i – планируемое время прохождения i -й опорной точки траектории.

5. Формируется матрица-столбец значений координат в опорных точках траектории на плоскости в порядке их следования $COORD \in R^{n \times 1} = (c_{i,1})$, где $c_{i,1} = y_i$, $i = \overline{1, n}$.

6. Матрицы $BASIS$, $ROUTE$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления ЛА.

7. Средствами бортовой системы управления осуществляется глобальное планирование траектории движения ЛА одновременно для всех опорных точек траектории по матричной формуле

$$y(t) = BASIS \times (ROUTE^{-1} \times COORD),$$

где $y(t)$ – непрерывная функция от времени, проходящая через все опорные точки траектории и описывающая программную траекторию движения ЛА с учетом его динамических свойств.

8. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления ЛА и является результатом глобального планирования траектории его движения.

После начала движения ЛА аппарата по программной траектории движения средствами бортовой системы управления ЛА осуществляется отслеживание в каждый рассматриваемый текущий момент времени t положения и компенсация с приемлемой точностью ухода центра масс ЛА относительно программной траектории движения $y(t)$ при соблюдении условий достижения минимальной методической ошибки управления и исключения «срыва» ЛА с программной траектории. В случае возникновения необходимости оперативного изменения программной траектории движения ЛА в условиях полета с использованием вычислительных средств бортовой системы управления:

1. Корректируется маршрутная матрица $ROUTE$ в части перевычисления значений элементов, у которых изменились параметры (время прохождения) опорных точек траектории $r_{i,j} = (b_{1,j})_{t=t_i}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, n}$, где t_i – планируемое или фактическое время прохождения i -й опорной точки траектории. Если время прохождения планируемой опорной точки траектории не изменилось либо опорная точка траектории на момент возникновения необходимости изменения программной траектории фактически была пройдена, то соответствующий элемент маршрутной матрицы $ROUTE$ может не перевычисляться. Общее количество опорных точек траектории движения не должно изменяться.

2. Корректируется матрица-столбец значений координат в опорных точках траектории $COORD$ в части изменения значений элементов, у которых изменились параметры (координаты) $c_{i,1} = y_i$, $i = \overline{1, n}$. Если координата опорной точки траектории не изменилась либо опорная точка траектории на момент возникновения необходимости изменения программной траектории фактически была пройдена, то соответствующий элемент матрицы $COORD$ может не перевычисляться.

3. Откорректированные матрицы $ROUTE$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления ЛА.

4. Средствами бортовой системы управления осуществляется локальное планирование траектории движения ЛА одновременно для всех опорных точек траектории (планируемых и фактически пройденных) по матричной формуле

$$y(t) = BASIS \times (ROUTE^{-1} \times COORD),$$

где $y(t)$ – непрерывная функция от времени, проходящая через все опорные точки траектории (планируемые и фактически пройденные) и описывающая программную траекторию движения ЛА с учетом текущей динамической коррекции.

8. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления ЛА и является результатом локального планирования траектории его движения. Дальнейшее движение ЛА по откорректированной программной траектории движения осуществляется аналогичным способом, как и после глобального планирования траектории.

Новизна аналитико-числового метода планирования траектории в учете динамических характеристик БЛА, матричной формализации процедуры построения траектории и введении в рассмотрение нового типа матриц – маршрутной матрицы $ROUTE$. Метод не содержит методической погрешности, допускает параллельное выполнение операций с матрицами средствами бортовых вычислителей [9].

Приближенный численный матричный метод планирования траектории движения БЛА. В ходе предполетной подготовки, до начала движения по траектории, с использованием вычислительных средств бортовой системы управления или наземных средств баллистиконавигационного обеспечения полетов ЛА:

1. По коэффициентам однородного уравнения строятся характеристический полином и блочная матрица-строка $BASIS$ (пп. 1-3 аналитико-числового метода планирования траектории).

2. Строится шаговая матрица базисных функций $STBASIS \in R^{k \times n} = (b_{i,j})$, где $k \in N$ – количество шагов решения задачи планирования траектории; $b_{i,j} = (BASIS_{1,j})_{t=i \times STEP}$, $j = \overline{1, n}$, $i = \overline{1, k}$; $STEP = T/k$

– величина шага решения задачи планирования траектории; $T \in \mathbf{N}$ – величина времени, на котором решается задача планирования траектории; $BASIS_{1,j}$ – j -й элемент матрицы-строки базисных функций $BASIS$ [10].

3. Вычисляются маршрутная матрица $ROUTE$ и матрица-столбец значений координат в опорных точках маршрута $COORD$ (пп. 4, 5 аналитико-числового метода планирования траектории).

4. Матрицы $STBASIS$, $ROUTE$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата.

5. Средствами бортовой системы управления осуществляется глобальное планирование траектории движения ЛА одновременно для всех опорных точек траектории по матричной формуле

$$y(t) = STBASIS \times (ROUTE^{-1} \times COORD).$$

6. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления ЛА и является результатом глобального планирования траектории его движения. Дальнейший порядок движения и корректировки траектории в полете ЛА аналогичен аналитико-числовому методу планирования траектории.

Новизна приближенного численного метода планирования траектории в учете динамических характеристик БЛА, матричной формализации процедуры построения траектории и введении в рассмотрение нового типа матриц – шаговой матрицы базисных функций $STBASIS$. Метод допускает

$$BASIS = (BASIS^1 \in R^{1 \times 1}, BASIS^2 \in R^{1 \times 4}) = [(e^t), (1, t, t^2, t^3)] = [e^t, 1, t, t^2, t^3];$$

$$ROUTE = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^2 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ e^3 & 1 & 3 & 9 & 27 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}; COORD = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Выполняется глобальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 1, траектория а).

$$y(t) = [e^t, 1, t, t^2, t^3] \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^2 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ e^3 & 1 & 3 & 9 & 27 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= \frac{Ch}{-1 + 10e^2 - 20e^3 + 15e^4 - 4e^5}$$

где $Ch = -\frac{1}{2}(-162e^t + 162 - 162t - 162te^3 - 81te^4 + 54te^5 + 351te^2 + 51t^2 + 129t^2e^3 + 45t^2e^4 - 39t^2e^5 - 186t^2e^2 - 5t^3 - 19t^3e^3 - 6t^3e^4 + 7t^3e^5 + 23t^3e^2)$.

Локальное планирование траектории движения подвижного объекта аналитико-числовым методом. Корректируется матрица-столбец значений координат в опорных точках траектории (маршрутная матрица не изменилась)

$$COORD = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Выполняется локальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 1, траектория б)

параллельное выполнение операций с матрицами средствами бортовых вычислителей.

Пример. Задана модель подвижного объекта в виде обыкновенного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^5 y(t)}{dt^5} - \frac{d^4 y(t)}{dt^4} = 0$$

и параметры опорных точек траектории движения на плоскости для глобального планирования

$$y(0) = 0, y(2) = 1, y(3) = 0, y(4) = 5, y(5) = 1$$

и локального планирования

$$y(0) = 0, y(2) = 1, y(3) = 0, y(4) = 2, y(5) = 3.$$

Необходимо построить траекторию движения подвижного объекта на плоскости, проходящую через все опорные точки с учетом их коррекции, с использованием аналитико-числового и приближенного численного методов.

Глобальное планирование траектории движения подвижного объекта аналитико-числовым методом. По дифференциальному уравнению строится характеристический полином $s^5 - s^4$, вычисляются корни и их кратности $\lambda_1 = 1, m_1 = 1$; $\lambda_2 = 0, m_2 = 4$. Строятся матрица базисных функций, маршрутная матрица и матрица-столбец значений координат в опорных точках траектории на плоскости:

$$y(t) = [e^t, 1, t, t^2, t^3] \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^2 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ e^3 & 1 & 3 & 9 & 27 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{Ch}{-1 + 10e^2 - 20e^3 + 15e^4 - 4e^5}$$

где $Ch = -\frac{1}{6}(-168e^t + 168 - 155t + 92te^3 - 279te^4 + 108te^5 + 234te^2 + 45t^2 - 24t^2e^3 + 165t^2e^4 - 72t^2e^5 - 114t^2e^2 - 4t^3 + 4t^3e^3 - 24t^3e^4 + 12t^3e^5 + 12t^3e^2)$.

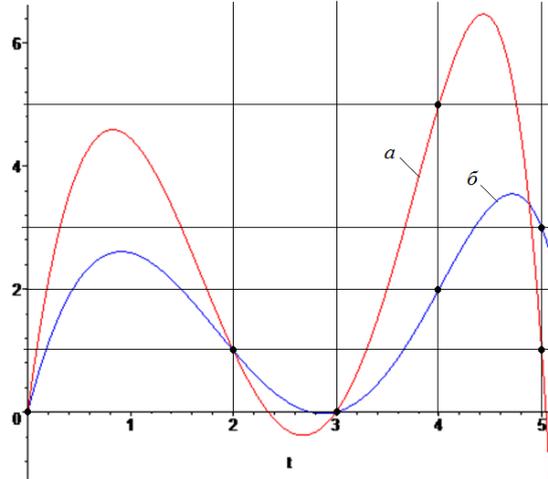


Рис. 1. Результаты планирования траектории аналитико-числовым методом

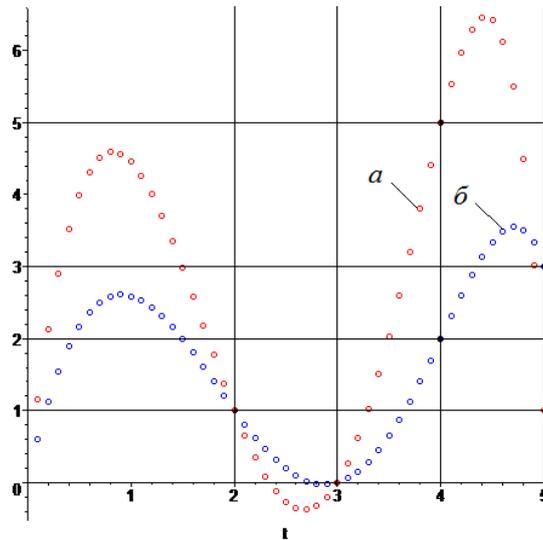


Рис. 2. Результаты планирования траектории приближенным численным методом

Глобальное планирование траектории движения подвижного объекта приближенным численным методом. Строится шаговая матрица базисных функций и выполняется глобальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 2, траектория *a*).

$$STBASIS = \begin{bmatrix} 1.105170918 & 1 & 0.1 & 0.01 & 0.001 \\ 1.221402758 & 1 & 0.2 & 0.04 & 0.008 \\ 1.349858808 & 1 & 0.3 & 0.09 & 0.027 \\ 1.491824698 & 1 & 0.4 & 0.16 & 0.064 \\ 1.648721271 & 1 & 0.5 & 0.25 & 0.125 \\ 1.822118800 & 1 & 0.6 & 0.36 & 0.216 \\ 2.013752707 & 1 & 0.7 & 0.49 & 0.343 \\ 2.225540928 & 1 & 0.8 & 0.64 & 0.512 \\ 2.459603111 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.729 \\ 2.718281828 & 1 & 1.0 & 1.00 & 1.000 \\ 3.004166024 & 1 & 1.1 & 1.21 & 1.331 \\ 3.320116923 & 1 & 1.2 & 1.44 & 1.728 \\ 3.669296668 & 1 & 1.3 & 1.69 & 2.197 \\ 4.055199967 & 1 & 1.4 & 1.96 & 2.744 \\ 4.481689070 & 1 & 1.5 & 2.25 & 3.375 \\ 4.953032424 & 1 & 1.6 & 2.56 & 4.096 \\ 5.473947392 & 1 & 1.7 & 2.89 & 4.913 \\ 6.049647464 & 1 & 1.8 & 3.24 & 5.832 \\ 6.685894442 & 1 & 1.9 & 3.61 & 6.859 \\ 7.389056099 & 1 & 2.0 & 4.00 & 8.000 \\ 8.166169913 & 1 & 2.1 & 4.41 & 9.261 \\ 9.025013499 & 1 & 2.2 & 4.84 & 10.648 \\ 9.974182455 & 1 & 2.3 & 5.29 & 12.167 \\ 11.02317638 & 1 & 2.4 & 5.76 & 13.824 \\ 12.18249396 & 1 & 2.5 & 6.25 & 15.625 \\ 13.46373804 & 1 & 2.6 & 6.76 & 17.576 \\ 14.87973172 & 1 & 2.7 & 7.29 & 19.683 \\ 16.44464677 & 1 & 2.8 & 7.84 & 21.952 \\ 18.17414537 & 1 & 2.9 & 8.41 & 24.389 \\ 20.08553692 & 1 & 3.0 & 9.00 & 27.000 \\ 22.19795128 & 1 & 3.1 & 9.61 & 29.791 \\ 24.53253020 & 1 & 3.2 & 10.24 & 32.768 \\ 27.11263892 & 1 & 3.3 & 10.89 & 35.937 \\ 29.96410005 & 1 & 3.4 & 11.56 & 39.304 \\ 33.11545196 & 1 & 3.5 & 12.25 & 42.875 \\ 36.59823444 & 1 & 3.6 & 12.96 & 46.656 \\ 40.44730436 & 1 & 3.7 & 13.69 & 50.653 \\ 44.70118449 & 1 & 3.8 & 14.44 & 54.872 \\ 49.40244911 & 1 & 3.9 & 15.21 & 59.319 \\ 54.59815003 & 1 & 4.0 & 16.00 & 64.000 \\ 60.34028760 & 1 & 4.1 & 16.81 & 68.921 \\ 66.68633104 & 1 & 4.2 & 17.64 & 74.088 \\ 73.69979370 & 1 & 4.3 & 18.49 & 79.507 \\ 81.45086866 & 1 & 4.4 & 19.36 & 85.184 \\ 90.01713130 & 1 & 4.5 & 20.25 & 91.125 \\ 99.48431564 & 1 & 4.6 & 21.16 & 97.336 \\ 109.9471725 & 1 & 4.7 & 22.09 & 103.823 \\ 121.5104175 & 1 & 4.8 & 23.04 & 110.592 \\ 134.2897797 & 1 & 4.9 & 24.01 & 117.649 \\ 148.4131591 & 1 & 5.0 & 25.00 & 125.000 \end{bmatrix} \cdot y(t) = \begin{bmatrix} 1.158340970 \\ 2.122989064 \\ 2.907370802 \\ 3.524816956 \\ 3.988552492 \\ 4.311685420 \\ 4.507194510 \\ 4.587915690 \\ 4.566527010 \\ 4.455532120 \\ 4.267241790 \\ 4.013753740 \\ 3.706930180 \\ 3.358373027 \\ 2.979396614 \\ 2.580997347 \\ 2.173820305 \\ 1.768122294 \\ 1.373731037 \\ \mathbf{1.000000004} \\ 0.655758529 \\ 0.349256749 \\ 0.088104631 \\ -0.120795360 \\ -0.2713226108 \\ -0.3582206261 \\ -0.3771879317 \\ -0.3249784797 \\ -0.1995126829 \\ \mathbf{-0.000000001} \\ 0.2729253618 \\ 0.6170546840 \\ 1.0284391500 \\ 1.5012068410 \\ 2.0273601810 \\ 2.5965532760 \\ 3.1958436900 \\ 3.8094201100 \\ 4.4183009700 \\ \mathbf{5.000000002} \\ 5.5281584500 \\ 5.9721376100 \\ 6.2965685900 \\ 6.4608546800 \\ 6.4186222400 \\ 6.1171122300 \\ 5.4965091300 \\ 4.4891990100 \\ 3.0189486000 \\ \mathbf{0.9999999999} \end{bmatrix}$$

Локальное планирование траектории движения подвижного объекта приближенным численным методом. Выполняется локальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 2, траектория б)

$$y(t) = STBASIS \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^2 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ e^3 & 1 & 3 & 9 & 27 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.604130212 \\ 1.116193751 \\ 1.542017066 \\ 1.887393515 \\ 2.158079876 \\ 2.359792491 \\ 2.498203044 \\ 2.578933819 \\ 2.607552551 \\ 2.589566650 \\ 2.530416919 \\ 2.435470423 \\ 2.310012900 \\ 2.159240057 \\ 1.988248212 \\ 1.802023758 \\ 1.605431718 \\ 1.403202769 \\ 1.199919360 \\ \mathbf{1.000000012} \\ 0.807681957 \\ 0.627002319 \\ 0.461776919 \\ 0.315576914 \\ 0.191703285 \\ 0.093158312 \\ 0.0226140476 \\ -0.0176222016 \\ -0.02564635489 \\ \mathbf{-0.000000001} \\ 0.06028283545 \\ 0.1556238419 \\ 0.2858431608 \\ 0.4500961700 \\ 0.6468035370 \\ 0.8735739770 \\ 1.1271187940 \\ 1.4031575930 \\ 1.6963139200 \\ \mathbf{2.000000028} \\ 2.3062893100 \\ 2.6057759500 \\ 2.8874187700 \\ 3.1383695000 \\ 3.3437830000 \\ 3.4866066900 \\ 3.5473488500 \\ 3.5038219000 \\ 3.3308588100 \\ \mathbf{3.000000000} \end{pmatrix}.$$

Выводы: разработанные аналитико-числовой и приближенный численный методы позволяют средствами бортовых средств баллистиконавигационного обеспечения планировать траекторию движения БЛА одновременно для всех опорных точек с учетом динамических параметров ЛА. Однако данные методы не учитывают влияние на БЛА внешних воздействующих факторов и противодействие противника [11], что является предметом дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Голуб, Дж. Матричные вычисления / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. – М.: Мир, 1999. 548 с.
2. Тетерин, Д.П. Методы моделирования линейных стационарных элементов систем управления летательных аппаратов // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2009. Т. 4, № 1(42). С. 65-71.
3. Быстров, Л.Г. Синтез матрицы вывода линейной динамической системы по заданным регулируемым координатам / Л.Г. Быстров, В.В. Сафронов, Д.П. Тетерин // XII всеросс. совещ. по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г.: Труды.

- [Электронный ресурс] – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 2511-2520.
4. Быстров, Л.Г. Построение матриц пересчета много-точечных начальных условий в одноточечные / Л.Г. Быстров, В.В. Сафронов, Д.П. Тетерин // Компьютерные науки и информационные технологии: Мат-лы междунар. науч. конф. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2014. С. 81-84.
 5. Быстров, Л.Г. Метод и алгоритм вычисления матричной резольвенты / Л.Г. Быстров, В.В. Сафронов, Д.П. Тетерин // Труды VI Междунар. науч.-практич. конф. «Инженерные системы-2013», посвященной 100-летию юбилею первого ректора РУДН профессора С.В. Румянцева. Москва, 24-26 апреля 2013 г. / под общ. ред. К.А. Пупкова. – М.: РУДН, 2013. С. 280-284.
 6. Дьяконов, В.П. Математическая система Maple V R3 / R4 / R5. – М.: СОЛОН, 1998. 399 с.
 7. Быстров, Л.Г. Решение n -точечных краевых задач при моделировании систем управления / Л.Г. Быстров, Д.П. Тетерин // Надежности и качество: Труды Междунар. симпозиума // Под ред. Н.К. Юркова.– Пенза: Инф.-изд.ц. Пенз. ГУ, 2009. 1 т. С. 258-260.
 8. Быстров, Л.Г. Решение n -точечных краевых задач при моделировании систем управления / Л.Г. Быстров, Д.П. Тетерин // Компьютерные науки и информационные технологии: Мат-лы Междунар. науч. конф. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2009. С. 233-234.
 9. Способ планирования траектории движения летательного аппарата / А.Н. Попов, Т.Г. Ежова, Д.П. Тетерин: Рос. Федерация. № 2016151070; заявл. 23.12.2016.
 10. Быстров, Л.Г. Решение линейных дифференциальных уравнений. Аналитико-числовые методы и алгоритмы. Часть 1 / Л.Г. Быстров, Г.С. Говоренко, Д.П. Тетерин и др. – М.: МГУЛ, 2004. 440 с.
 11. Тетерин, Д.П. Аналитическое решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений со сложной правой частью // Доклады Академии военных наук. 2008. № 5. С. 139.

PLANNING METHODS OF MOVEMENT TRAJECTORY OF UNMANNED AERIAL VEHICLE

© 2017 A.N. Popov

JSC “Design Bureau of Industrial Automation”, Saratov

The description of analytical-numerical and approximate matrix methods of numerical planning the movement trajectory of unmanned aerial vehicle, which differ from analogs in the increased accuracy and lower computing labor input of calculation the ballistic and navigation tasks is provided.

Key words: *unmanned aerial vehicle, ballistic and navigation providing, trajectory planning, generalized matrix, matrix of basic functions*