УДК 517.977

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УЧЕТОМ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ПРОТИВНИКА

© 2017 А.Н. Попов, Д.П. Тетерин

АО «Конструкторское бюро промышленной автоматики», г. Саратов

Статья поступила в редакцию 15.03.2017

Приводится описание аналитико-числового и приближенного численного матричных методов планирования траектории движения беспилотного летательного аппарата с учетом необходимости преодоления летательным аппаратом зон противовоздушной обороны противника, которые отличаются от аналогов повышенной точностью и более низкой вычислительной трудоемкостью расчета баллистиконавигационных задач.

Ключевые слова: *беспилотный летательный аппарат, баллистиконавигационное обеспечение, планирование траектории, обобщенная матрица Вандермонда в форме Тетерина, матрица базисных функций*

Научно-техническая задача совершенствования методического аппарата и создания специализированных бортовых средств автономного решения траекторных задач применительно к отечественным беспилотным летательным аппаратам (БЛА) является актуальной. Успешное решение задачи во многом зависит от степени совершенства отечественных бортовых систем управления, программно-аппаратные средства которых должны обеспечивать автономное планирование траектории движение летательного аппарата в режиме времени близком к реальному в зависимости от динамических характеристик летательного аппарата и противодействия противника [1]. Трудности обеспечения планирования траектории движения БЛА в этом случае связаны:

- с недостаточной точностью глобального (предполетного) планирования траектории движения из-за использования приближенных численных методов математического моделирования динамических свойств летательного аппарата;
- с недостаточной точностью локального (в полете) планирования траектории движения из-за игнорирования динамических свойств летательного аппарата и противодействия противника;
- с высокой вычислительной трудоемкостью локального планирования траектории движения средствами бортовой системы управления из-за необходимости выполнения расчетов для каждой опорной (контрольной, узловой) точки траектории.

Постановка задачи баллистиконавигационного обеспечения БЛА. Рассматривается динамическая модель БЛА заданная в виде однородного обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка (ОДУ) или системы из n однородных дифференциальных уравнений первого порядка в форме Коши или в виде матрицы системы $n \times n$. Необходимо построить траекторию движения БЛА $y(t)$, проходящую через опорные точки маршрута, причем в некоторых опорных точках необходимо обеспечить помимо определенного значения координаты, заданные значения скорости и ускорения, позволяющие безопасно преодолеть противодействие противника (например, уменьшить вероятность обнаружения средствами противовоздушной обороны или сократить время нахождения в зоне поражения средств противовоздушной обороны противника).

Аналитико-числовой метод планирования траектории движения БЛА. В ходе предполетной подготовки, до начала движения по траектории с использованием вычислительных средств бортовой системы управления или наземных средств баллистиконавигационного обеспечения полетов летательного аппарата:

1. По имеющейся приближенной математической модели летательного аппарата n-го порядка, строится характеристический полином вида $a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + s^n$, где a_i – постоянные коэффициенты, $i = \overline{0, n-1}$, s – независимая переменная (параметр интегрального преобразования Лапласа) [2]. Если порядок математической модели меньше количества опорных точек траектории, с использованием положений теории обыкновенных дифференциальных уравнений предварительно строится эквивалентная математическая модель летательного аппарата необходимой размерности.

2. Аналитическими методами вычисляются различные корни $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ характеристического полинома $a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + s^n$ и их кратности $m_1, m_2, \ldots, m_p$, где λ_i – i-й корень полинома; m_i – кратность i-го корня полинома; p – количество различных корней полинома.

3. Для частного случая простых корней характеристического полинома $(n = p)$ $BASIS \in \boldsymbol{R}^{1\times n} = (b_{1,j}) = [e^{\lambda_1 t},\ e^{\lambda_2 t}, \ldots, e^{\lambda_n t}]$, где $e^{\lambda_i t}$ – i-я базисная функция, соответствующая корню λ_i.

Для случая кратных корней полинома $(n > p)$ матрица строится в порядке следования корней и возрастания номера корневой модификации базисной функции:

Попов Александр Николаевич, генеральный директор. E-mail: pilot@kbpa.ru
Тетерин Дмитрий Павлович, доктор технических наук, заместитель генерального директора по науке. E-mail: tdp@kbpa.ru

$$BASIS = (BASIS^1 \in \boldsymbol{R}^{1\times m_1}, BASIS^2 \in \boldsymbol{R}^{1\times m_2}, \dots, BASIS^p \in \boldsymbol{R}^{1\times m_p}),$$

$$\text{где } BASIS^1 = \left(b_j^1\right) = \left[b_1^1, b_2^1, \dots, b_{m_1}^1\right]; \dots; BASIS^p = \left(b_j^p\right) = \left[b_1^p, b_2^p, \dots, b_{m_p}^p\right].$$

$$\text{Т.е.: } BASIS = \left[\left(b_1^1, b_2^1, \dots, b_{m_1}^1\right), \left(b_1^2, b_2^2, \dots, b_{m_2}^2\right), \dots, \left(b_1^p, b_2^p, \dots, b_{m_p}^p\right)\right],$$

где $b_j^i = e^{\lambda_i t} t^{j-1}, i = \overline{1,p}, j = \overline{1,m_i}$;

$$BASIS = \left[\left(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_1 t} t, \dots, e^{\lambda_1 t} t^{m_1-1}\right), \dots, \left(e^{\lambda_p t}, \dots, e^{\lambda_p t} t^{m_p-1}\right)\right].$$

4. Формируется блочная обобщенная матрица Вандермонда в форме Тетерина $TVAND$. Блочная матрица $TVAND$ имеет вид $TVAND \in \boldsymbol{R}^{n\times n} = (TVAND^1 \in \boldsymbol{R}^{l\times n}, TVAND^2 \in \boldsymbol{R}^{(n-l)\times n})$, где $TVAND^1$ – первый блок, соответствующий точкам траектории, в которых заданы координата, скорость и ускорение БЛА; $TVAND^2$ – второй блок, соответствующим оставшимся точкам траектории, в которых заданы только значения координат; l – количество параметров точек траектории, в которых заданы координата, скорость и ускорение. Элементы первого блока вычисляются по корням $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ характеристического полинома ОДУ вида $a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + s^n$ с учетом их кратности $m_1, m_2, \dots, m_p$. Если все корни полинома простые (их кратность равна единице), то строение блока совпадает с известной матрицей Вандермонда (Вандервуда)

$$TVAND^1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \cdots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \lambda_1^{p-1} & \lambda_2^{p-1} & \cdots & \lambda_n^{p-1} \end{bmatrix}.$$

В случае наличия кратных корней первый блок строится как композиция корневых субблоков $TVAND^1 \in \boldsymbol{R}^{l\times m_j} = (v_{i,j}) = (TVAND^{11} \in \boldsymbol{R}^{l\times m_1}, TVAND^{12} \in \boldsymbol{R}^{l\times m_2}, \dots, TVAND^{1p} \in \boldsymbol{R}^{l\times m_p})$ в порядке следования корней. Строение первого столбца субблока в точности повторяет случай простого корня. Первая строка унитарная с единицей в первой позиции. Остальные элементы субблока вычисляются по реккурентной формуле

$$v_{i,j} = (i-1) v_{i-1,j-1}, i = \overline{2,l}, j = \overline{2,m_j}.$$

Элементы второго блока $TVAND^2$ вычисляются по элементам матрицы базисных функций $BASIS$ (совпадает со строением маршрутной матрицы $ROUTE$) по формуле

$$v_{i,j} = \left(b_{1,j}\right)_{t=t_i}, i = \overline{l+1,n}, j = \overline{1,n}.$$

5. Формируется блочная матрица-столбец значений координат, скоростей и ускорений, соответствующих блоку $TVAND^1$, и координат, соответствующих блоку $TVAND^2$, в опорных точках маршрута на плоскости в порядке их следования $COORD \in \boldsymbol{R}^{n\times 1} = \left(c_{i,1}\right) = (COORD^1 \in \boldsymbol{R}^{l\times 1}, COORD^2 \in \boldsymbol{R}^{(n-l)\times 1})$, где элементы первого блока $COORD^1$ находятся по формуле $c_{i,1} = y_i, i = \overline{1,l}$, а второго блока $COORD^2$ по формуле $c_{i,1} = y_i, i = \overline{l+1,n}$.

6. Матрицы $BASIS$, $TVAND$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата.

7. Средствами бортовой системы управления осуществляется глобальное планирование траектории движения летательного аппарата единовременно для всех опорных точек траектории по матричной формуле

$$y(t) = BASIS \times (TVAND^{-1} \times COORD).$$

8. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата и является результатом глобального планирования траектории движения летательного аппарата.

После начала движения летательного аппарата по программной траектории движения средствами бортовой системы управления летательного аппарата осуществляется отслеживание в каждый рассматриваемый текущий момент времени t положения и компенсация с приемлемой точностью ухода центра масс летательного аппарата относительно программной траектории движения $y(t)$ при соблюдении условий достижения минимальной методической ошибки управления и исключения «срыва» летательного аппарата с программной траектории.

В случае возникновения необходимости оперативного изменения программной траектории движения летательного аппарата в условиях полета с использованием вычислительных средств бортовой системы управления:

1. Корректируется обобщенная матрица Вандермонда в форме Тетерина $TVAND$ в части перевычисления значений элементов, у которых изменились параметры (время прохождения) опорных точек траектории. Если время прохождения планируемой опорной точки траектории не изменилось либо опорная точка траектории на момент возникновения необходимости изменения программной траектории фактически была пройдена, то соответствующий элемент матрицы может не перевычисляться. Общее количество опорных точек траектории движения не должно изменяться.

2. Корректируется матрица-столбец значений параметров в опорных точках траектории $COORD$ в части изменения значений элементов, у которых изменились параметры (координаты, скорости, ускорения): для блока $COORD^1$ по формуле $c_{i,1} = y_i, i = \overline{1,l}$; для блока $COORD^2$ по формуле $c_{i,1} = y_i, i = \overline{l+1,n}$. Если параметры опорной точки траектории не изменились либо опорная точка траектории на момент возникновения необходимости изменения программной траектории фактически была пройдена, то соответствующие элементы матрицы $COORD$ могут не перевычисляться.

3. Откорректированные матрицы $TVAND$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата.

4. Средствами бортовой системы управления осуществляется локальное планирование траектории движения летательного аппарата единовременно для

всех опорных точек траектории (планируемых и фактически пройденных) по матричной формуле

$$y(t) = BASIS \times (TVAND^{-1} \times COORD),$$

где $y(t)$ – непрерывная функция от времени, проходящая через все опорные точки траектории (планируемые и фактически пройденные) и описывающая программную траекторию движения летательного аппарата с учетом текущей динамической коррекции.

8. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата и является результатом локального планирования траектории движения летательного аппарата. Дальнейшее движение летательного аппарата по откорректированной программной траектории движения осуществляется аналогичным способом, как и после глобального планирования траектории.

Новизна аналитико-числового метода планирования траектории в учете динамических характеристик БЛА, матричной формализации процедуры построения траектории и введении в рассмотрении нового типа матриц – обобщенной матрицы Вандермонда в форме Тетерина $TVAND$. Метод не содержит методической погрешности, допускает параллельное выполнение операций с матрицами средствами бортовых вычислителей [3, 4].

Приближенный численный метод планирования траектории движения БЛА. В ходе предполетной подготовки, до начала движения по траектории, с использованием вычислительных средств бортовой системы управления или наземных средств баллистиконавигационного обеспечения полетов летательного аппарата:

1. По коэффициентам однородного уравнения строятся характеристический полином и блочная матрица-строка $BASIS$ (пп. 1-3 аналитико-числового метода планирования траектории).

2. Строится шаговая матрица базисных функций $STBASIS \in \boldsymbol{R}^{k\times n} = (b_{i,j})$, где $k \in \boldsymbol{N}$ – количество шагов решения задачи планирования траектории; $b_{i,j} = \left(BASIS_{1,j}\right)_{t=i\times STEP}, j = \overline{1,n}, i = \overline{1,k}$; $STEP = T/k$ – величина шага решения задачи планирования траектории; $T \in \boldsymbol{N}$ – величина времени, на котором решается задача планирования траектории; $BASIS_{1,j}$ – j-й элемент матрицы-строки базисных функций $BASIS$.

3. Вычисляются обобщенная матрица Вандермонда в форме Тетерина $TVAND$ и матрица-столбец $COORD$ (пп. 4, 5 аналитико-числового метода планирования траектории).

4. Матрицы $STBASIS$, $TVAND$ и $COORD$ записываются в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата.

5. Средствами бортовой системы управления осуществляется глобальное планирование траектории движения летательного аппарата единовременно для всех опорных точек траектории по матричной формуле

$$y(t) = STBASIS \times (TVAND^{-1} \times COORD).$$

6. Функция $y(t)$ записывается в память вычислительных средств бортовой системы управления летательного аппарата и является результатом глобального планирования траектории движения летательного аппарата. Дальнейший порядок движения и корректировки траектории в полете летательного аппарата аналогичен аналитико-числовому методу планирования траектории.

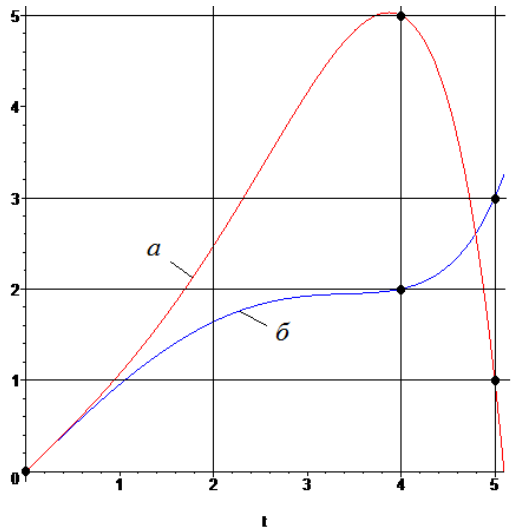

Рис. 1. Результаты планирования траектории аналитико-числовым методом

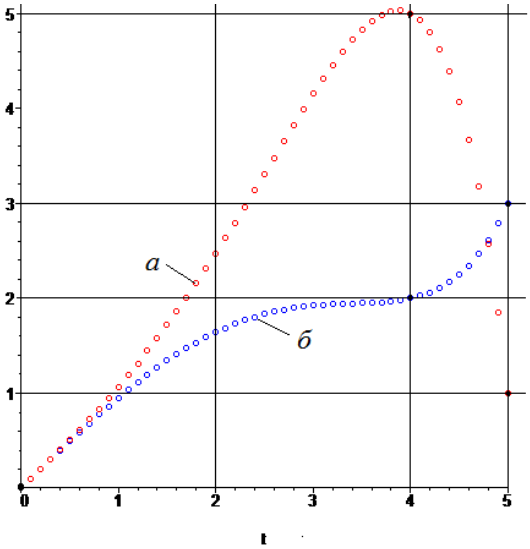

Рис. 2. Результаты планирования траектории приближенным численным методом

Новизна приближенного численного метода планирования траектории в учете динамических характеристик БЛА, матричной формализации процедуры построения траектории и введении в рассмотрении нового типа матриц – шаговой матрицы базисных функций $STBASIS$. Метод допускает параллельное выполнение операций с матрицами средствами бортовых вычислителей.

Пример. Задана модель подвижного объекта в виде обыкновенного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^5y(t)}{dt^5} - \frac{d^4y(t)}{dt^4} = 0$$

и параметры опорных точек траектории движения на плоскости для глобального планирования

$$y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 1, \frac{d^2y(0)}{dt^2} = 0, y(4) = 5, y(5) = 1$$

и локального планирования

$$y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 1, \frac{d^2y(0)}{dt^2} = 0, y(4) = 2, y(5) = 3.$$

Необходимо – построить траекторию движения подвижного объекта на плоскости, проходящую через все опорные точки с учетом их коррекции, с использованием аналитико-числового и приближенного численного методов.

Глобальное планирование траектории движения подвижного объекта аналитико-числовым методом. По дифференциальному уравнению строится характеристический полином $s^5 - s^4$, вычисляются корни и их кратности $\lambda_1 = 1, m_1 = 1$; $\lambda_2 = 0, m_2 = 4$. Строятся матрица базисных функций, обобщенная матрица Вандермонда и матрица-столбец параметров опорных точках траектории:

$$BASIS = (BASIS^1 \in R^{1\times1}, BASIS^2 \in R^{1\times4}) = [(e^t), (1, t, t^2, t^3)] = [e^t, 1, t, t^2, t^3];$$

$$TVAND = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}; COORD = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Выполняется глобальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 1 – траектория *а*)

$$y(t) = [e^t, 1, t, t^2, t^3] \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{(-762e^t + 762 + 1644t - 250te^4 + 128te^5 + 381t^2 - 141t^3 + 8t^3e^4 + 2t^3e^5)}{(-441 + 125e^4 - 64e^5)}.$$

Локальное планирование траектории движения подвижного объекта аналитико-числовым методом. Корректируется матрица-столбец значений координат в опорных точках траектории (маршрутная матрица не изменилась)

$$COORD = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Выполняется локальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 1 – траектория *б*)

$$y(t) = [e^t, 1, t, t^2, t^3] \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= -\frac{122e^t - 122 + 319t - 125te^4 + 64te^5 - 61t^2 + 11t^3 + 2t^3e^4 - 2t^3e^5}{-441 + 125e^4 - 64e^5}.$$

Глобальное планирование траектории движения подвижного объекта приближенным численным методом. Строится шаговая матрица базисных функций и выполняется глобальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 2 – траектория *в*).

Локальное планирование траектории движения подвижного объекта приближенным численным методом. Выполняется локальное планирование траектории движения подвижного объекта (рис. 2 – траектория *г*).

Выводы и рекомендации. Разработанные аналитико-числовой и приближенный численный методы позволяют средствами бортовых средств баллистиконавигационного обеспечения планировать траекторию движения БЛА одновременно для всех опорных точек с учетом динамических параметров летательного аппарата и противодействия противника. Однако данные методы не учитывают влияние на БЛА внешних воздействующих факторов, что является предметом дальнейших исследований.

$$STBASIS = \begin{bmatrix} 1.105170918 & 1 & 0.1 & 0.01 & 0.001 \\ 1.221402758 & 1 & 0.2 & 0.04 & 0.008 \\ 1.349858808 & 1 & 0.3 & 0.09 & 0.027 \\ 1.491824698 & 1 & 0.4 & 0.16 & 0.064 \\ 1.648721271 & 1 & 0.5 & 0.25 & 0.125 \\ 1.822118800 & 1 & 0.6 & 0.36 & 0.216 \\ 2.013752707 & 1 & 0.7 & 0.49 & 0.343 \\ 2.225540928 & 1 & 0.8 & 0.64 & 0.512 \\ 2.459603111 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.729 \\ 2.718281828 & 1 & 1.0 & 1.00 & 1.000 \\ 3.004166024 & 1 & 1.1 & 1.21 & 1.331 \\ 3.320116923 & 1 & 1.2 & 1.44 & 1.728 \\ 3.669296668 & 1 & 1.3 & 1.69 & 2.197 \\ 4.055199967 & 1 & 1.4 & 1.96 & 2.744 \\ 4.481689070 & 1 & 1.5 & 2.25 & 3.375 \\ 4.953032424 & 1 & 1.6 & 2.56 & 4.096 \\ 5.473947392 & 1 & 1.7 & 2.89 & 4.913 \\ 6.049647464 & 1 & 1.8 & 3.24 & 5.832 \\ 6.685894442 & 1 & 1.9 & 3.61 & 6.859 \\ 7.389056099 & 1 & 2.0 & 4.00 & 8.000 \\ 8.166169913 & 1 & 2.1 & 4.41 & 9.261 \\ 9.025013499 & 1 & 2.2 & 4.84 & 10.648 \\ 9.974182455 & 1 & 2.3 & 5.29 & 12.167 \\ 11.02317638 & 1 & 2.4 & 5.76 & 13.824 \\ 12.18249396 & 1 & 2.5 & 6.25 & 15.625 \\ 13.46373804 & 1 & 2.6 & 6.76 & 17.576 \\ 14.87973172 & 1 & 2.7 & 7.29 & 19.683 \\ 16.44464677 & 1 & 2.8 & 7.84 & 21.952 \\ 18.17414537 & 1 & 2.9 & 8.41 & 24.389 \\ 20.08553692 & 1 & 3.0 & 9.00 & 27.000 \\ 22.19795128 & 1 & 3.1 & 9.61 & 29.791 \\ 24.53253020 & 1 & 3.2 & 10.24 & 32.768 \\ 27.11263892 & 1 & 3.3 & 10.89 & 35.937 \\ 29.96410005 & 1 & 3.4 & 11.56 & 39.304 \\ 33.11545196 & 1 & 3.5 & 12.25 & 42.875 \\ 36.59823444 & 1 & 3.6 & 12.96 & 46.656 \\ 40.44730436 & 1 & 3.7 & 13.69 & 50.653 \\ 44.70118449 & 1 & 3.8 & 14.44 & 54.872 \\ 49.40244911 & 1 & 3.9 & 15.21 & 59.319 \\ 54.59815003 & 1 & 4.0 & 16.00 & 64.000 \\ 60.34028760 & 1 & 4.1 & 16.81 & 68.921 \\ 66.68633104 & 1 & 4.2 & 17.64 & 74.088 \\ 73.69979370 & 1 & 4.3 & 18.49 & 79.507 \\ 81.45086866 & 1 & 4.4 & 19.36 & 85.184 \\ 90.01713130 & 1 & 4.5 & 20.25 & 91.125 \\ 99.48431564 & 1 & 4.6 & 21.16 & 97.336 \\ 109.9471725 & 1 & 4.7 & 22.09 & 103.823 \\ 121.5104175 & 1 & 4.8 & 23.04 & 110.592 \\ 134.2897797 & 1 & 4.9 & 24.01 & 117.649 \\ 148.4131591 & 1 & 5.0 & 25.00 & 125.000 \end{bmatrix} . \; y(t) = \begin{bmatrix} 0.1000742248 \\ 0.2005894665 \\ 0.3019742196 \\ 0.4046420143 \\ 0.5089898400 \\ 0.6153964080 \\ 0.7242202270 \\ 0.8357974790 \\ 0.9504396740 \\ 1.0684310540 \\ 1.1900257170 \\ 1.3154444640 \\ 1.4448712790 \\ 1.5784494690 \\ 1.7162773780 \\ 1.8584036670 \\ 2.0048220810 \\ 2.1554656810 \\ 2.3102004450 \\ 2.4688182360 \\ 2.6310289950 \\ 2.7964521250 \\ 2.9646069650 \\ 3.1349022840 \\ 3.3066246270 \\ 3.4789254800 \\ 3.6508070570 \\ 3.8211066050 \\ 3.9884790550 \\ 4.1513778340 \\ 4.3080336920 \\ 4.4564312800 \\ 4.5942832440 \\ 4.7190016720 \\ 4.8276663920 \\ 4.9169901340 \\ 4.9832798590 \\ 5.0223940670 \\ 5.0296957150 \\ \mathbf{5.000000000} \\ 4.9275168200 \\ 4.8057870900 \\ 4.6276123900 \\ 4.3849771800 \\ 4.0689629300 \\ 3.6696530600 \\ 3.1760280700 \\ 2.5758494700 \\ 1.8555316100 \\ \mathbf{1.000000000} \end{bmatrix} .$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. *Попов, А.Н.* Пилотажные комплексы и навигационные системы вертолетов / *А.Н. Попов, И.В. Сергушов, Д.П. Тетерин* и др. – М.: Инновационное машиностроение, 2017. 368 с.
2. *Тетерин, Д.П.* Моделирование системы управления методом интегральных преобразований / *Д.П. Тетерин, В.Ф. Перегоедов, О.С. Дзюба* // Надежности и качество: Труды Междунар. Симпозиума. Под ред. Н.К. Юркова. – Пенза: Инф.-изд.ц. Пенз. ГУ, 2009. 1 т. С. 256-258.
3. Способ планирования траектории движения летательного аппарата / *А.Н. Попов, Т.Г. Ежова, Д.П. Тетерин*: Рос. Федерация. № 2017103548; заявл. 02.02.2017.
4. Способ планирования траектории движения летательного аппарата / *А.Н. Попов, Т.Г. Ежова, Д.П. Тетерин*: Рос. Федерация. № 2016151070; заявл. 23.12.2016.

$$y(t) = STBASIS \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ e^4 & 1 & 4 & 16 & 64 \\ e^5 & 1 & 5 & 25 & 125 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0.0999499857 \\ 0.1996012733 \\ 0.2986591737 \\ 0.3968337912 \\ 0.4938405230 \\ 0.5894006250 \\ 0.6832418170 \\ 0.7750989700 \\ 0.8647148550 \\ 0.9518409760 \\ 1.0362384840 \\ 1.1176792010 \\ 1.1959467300 \\ 1.2708377050 \\ 1.3421631490 \\ 1.4097500090 \\ 1.4734427990 \\ 1.5331054800 \\ 1.5886234800 \\ 1.6399059720 \\ 1.6868883530 \\ 1.7295350160 \\ 1.7678423890 \\ 1.8018423130 \\ 1.8316057620 \\ 1.8572469610 \\ 1.8789279260 \\ 1.8968635020 \\ 1.9113269180 \\ 1.9226559160 \\ 1.9312595530 \\ 1.9376256830 \\ 1.9423292500 \\ 1.9460414630 \\ 1.9495398950 \\ 1.9537196970 \\ 1.9596059250 \\ 1.9683672560 \\ 1.9813310320 \\ \mathbf{2.000000002} \\ 2.0260707320 \\ 2.0614540000 \\ 2.1082973500 \\ 2.1690099330 \\ 2.2462900850 \\ 2.3431557130 \\ 2.4629778900 \\ 2.6095180170 \\ 2.7869688790 \\ \mathbf{3.000000000} \end{bmatrix}.$$

PLANNING METHODS OF MOVEMENT TRAJECTORY OF UNMANNED AERIAL VEHICLE DUE TO COUNTERACTION OF THE OPPONENT

© 2017 A.N. Popov, D.P. Teterin

JSC “Design Bureau of Industrial Automation”, Saratov

The description of analytical-numerical and approximate matrix methods of numerical planning the movement trajectory of unmanned aerial vehicle due to the need of overcoming by the aerial vehicle zones of air defense of the opponent which differ from analogs in the increased accuracy and lower computing labor input of calculation the ballistic and navigation tasks is provided.

Key words: *unmanned aerial vehicle, ballistic and navigation providing, trajectory planning, generalized Vandermond's matrix in the Teterin form, matrix of basic functions*

Alexander Popov, General Director. E-mail: pilot@kbpa.ru; Dmitriy Teterin, Doctor of Technical Sciences, Deputy General Director on Scientific Work. E-mail: tdp@kbpa.ru