

МЕТОД РАСЧЕТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОЛОЧЕНИЯ

© 2017 И.Н. Хаймович, С.Ю. Колесникова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 30.05.2017

Разработана математическая модель расчета рабочего усилия волочения проволоки. Решение поставленной задачи достигалось путем дискретизации материала заготовки в зоне деформации на бесконечно малые конечные элементы ij , а также путем разбиения геометрии рабочей зоны волоки, состоящей из обжимного конуса, калибрующей зоны и радиуса скругления между ними, на бесконечно малые линейные участки. Приведено условие неразрывности на границе конечных элементов, составлены зависимости, необходимые для определения геометрических размеров сетки. Для определения суммарного приведенного усилия волочения получены формулы для описания напряженного состояния в каждой точке конечного элемента на основе уравнений движения, уравнений полей скоростей, условия несжимаемости, интенсивности скоростей деформации с учетом скоростного фактора и вязкопластических свойств материала заготовки. Показана адекватность предложенной модели.

Ключевые слова: математическая модель, напряжение волочения, вязкопластические свойства материала.

При разработке аналитических методов определения рабочих напряжений волочения в связи со сложностью силовых условий в деформационной зоне и недостаточно разработанными некоторыми элементами теории пластических деформаций применяют допущения, значительно упрощающие поставленную задачу и математические операции [1-3]. Это снижает точность получаемых методов. На данном этапе развития теории пластических деформаций без применения некоторых допущений обойтись невозможно [2], однако, число допущений можно минимизировать, повысив тем самым точность получаемых алгоритмов. В частности, можно учесть вязко-пластическое состояние протягиваемого материала и изменение распределения касательных напряжений на границе контакта волока-заготовка.

Целью данной работы являлась разработка математической модели расчета рабочего усилия волочения проволоки, свойства материала которой описываются вязкопластической моделью, с учетом неравномерного распределения величины коэффициента трения на контактной поверхности и аппроксимацией уравнений движения.

Для решения поставленной задачи разобьем материал заготовки в зоне деформации на бесконечно малые конечные элементы ij (рис.1). Число элементов должно быть достаточным для того, чтобы в пределах каждого элемента процесс деформирования считался монотонным.

Хаймович Ирина Николаевна, доктор технических наук, профессор кафедры обработки металлов давлением. E-mail: kovalek68@mail.ru
Колесникова Светлана Юрьевна, аспирант. E-mail: lana-kolesnikova@mail.ru

Деформация проволоки принимается как осесимметричная и безмоментная.

Бесконечно малый конечный элемент ij ограничен в пространстве углами нижней и верхней границ α_{ij} и α_{ij+1} и радиусами R_{ii} и R_{i+1} соответственно. В каждой точке конечного элемента можно определить напряженное состояние. Координаты данной точки задаются внутренним радиусом r_i и углом θ_i , которые определяются:

$$\alpha_{ij} \leq \theta_{ij} \leq \alpha_{ij+1};$$

$$R_{0i} \leq r_i \leq R_{1i}.$$

Так как поверхности двух соприкасающихся бесконечно малых элементов, определяемые радиусами R_{0i} и R_{1i-1} и углами α_{ij} и α_{ij+1} , исходя из геометрии могут не совпадать (рис. 2), вводим условие неразрывности на границе конечных элементов:

$$U_{r_{1i-1}} \cos \theta_{i-1j} R_{1i-1} = U_{r_{0i}} \cos \theta_{ij} R_{0i};$$

В интегральном виде:

$$\begin{aligned} U_{r_{1i-1}} (\alpha_{i-1j+1} - \alpha_{i-1j}) R_{1i-1} = \\ = U_{r_{0i}} (\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}) R_{0i}; \end{aligned}$$

откуда

$$U_{r_{0i}} = \frac{R_{1i-1} (\alpha_{i-1j+1} - \alpha_{i-1j}) U_{r_{1i-1}}}{R_{0i} (\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij})},$$

где $U_{r_{0i}}$ – перемещение внутри конечного элемента.

Определение геометрических размеров сетки. Из дискретизации деформируемого объема проволоки на бесконечно малые элементы следует также и разбиение геометрии рабочей

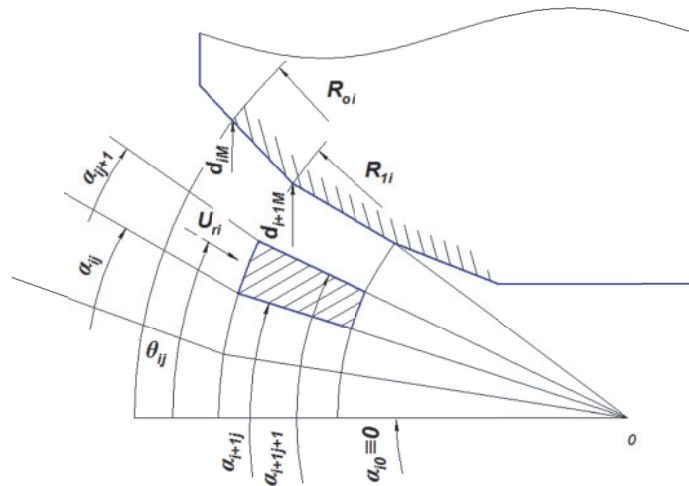


Рис. 1. Дискретизация проволоки на бесконечно малое число конечных элементов, где $0 \leq i \leq N$; $0 \leq j \leq M$; $\alpha_{i0} \equiv 0$

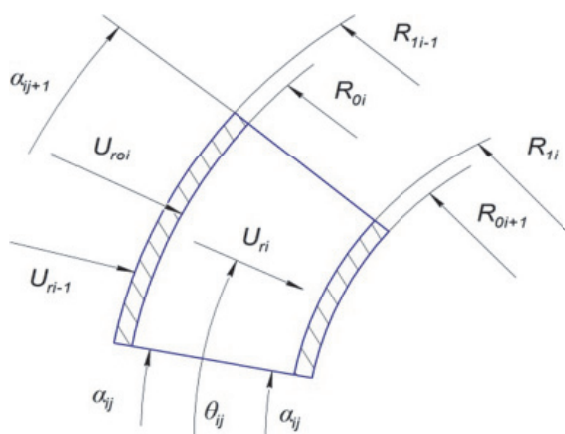


Рис. 2. Геометрические параметры конечного элемента

зоны волоки, состоящей из обжимного конуса, калибрующей зоны и радиуса скругления между ними, на бесконечно малые линейные участки. Каждому малому линейному участку $l_1, l_2, \dots, l_p, \dots, l_N$ будет соответствовать бесконечно малый угол $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p, \dots, \beta_N$ (рис. 3).

Угол между перпендикуляром к направлению волочения и бесконечно малым линейным участком рабочей поверхности волоки li будет определяться по формуле:

$$\hat{A} = \alpha \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_f \right) - \arctg \left(\frac{d_0 - d_{NM}}{2L} \right). \quad (1)$$

Введем угол \hat{B} , определяющий геометрические параметры обжимной зоны волоки:

$$\hat{B} = \pi - 2\hat{A}. \quad (2)$$

Получим систему уравнений для определения угла \hat{B} :

$$\begin{cases} \hat{B} = \alpha_f + \arctg \frac{d_0 - d_{NM}}{2L}; \\ \hat{B} = 2 \arcsin \frac{L}{2R}. \end{cases} \quad (3)$$

Бесконечно малый угол β_i будет определяться как $\beta_i = \frac{\hat{B}}{N}$, тогда:

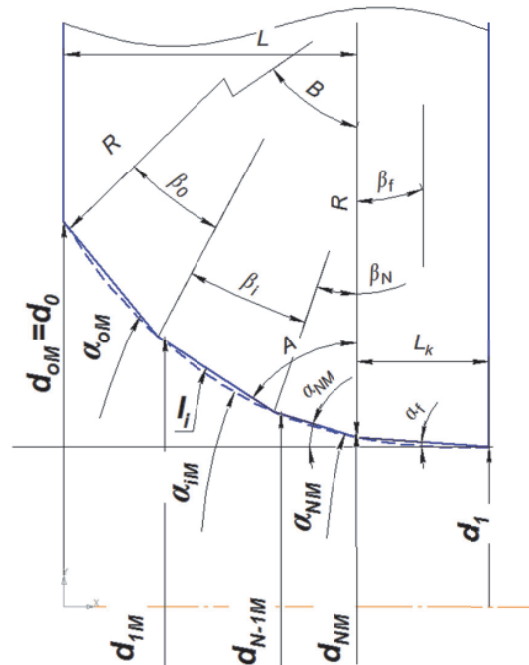


Рис. 3. Определение геометрических размеров сетки

$$l_i = 2R \sin \frac{\beta_i}{2}. \quad (4)$$

При бесконечно малых значениях конечного угла обжимной зоны волоки $\alpha_f = \beta_f$ имеем:

$$\alpha_{N-1M} = \alpha_f + \beta_i$$

и

$$\alpha_{iM} = \alpha_{i+1M} + \beta_i. \quad (5)$$

Определим диаметры, соответствующие бесконечно малым линейным отрезкам как сумму диаметра, соответствующего предыдущему отрезку и бесконечно малого приращения по диаметру:

$$\begin{cases} d_{NM} = d_1 + 2L_k \operatorname{tg} \alpha_f; \\ d_{N-1M} = d_{NM} + 2l_i \operatorname{tg} \alpha_{N-1M}; \\ d_{iM} = d_{i+1M} + 2l_i \operatorname{tg} \alpha_{i+1M}, \end{cases} \quad (6)$$

где L_k – длина конической части волоки.

Радиусы для каждого бесконечно малого элемента деформируемой проволоки определяются:

$$\begin{cases} R_{00} = \frac{d_{0M}}{2 \sin \alpha_{0M}}; & R_{10} = \frac{d_{1M}}{2 \sin \alpha_{0M}}; \\ R_{0i} = \frac{d_{iM}}{2 \sin \alpha_{iM}}; & R_{1i} = \frac{d_{iM}}{2 \sin \alpha_{iM}}. \end{cases} \quad (7)$$

Бесконечно малое приращение угла определяется как:

$$\Delta \alpha_i = \frac{\alpha_{iM}}{M}. \quad (8)$$

Тогда

$$\alpha_{ij} = \alpha_{iM} - \Delta \alpha_i (M - j). \quad (9)$$

Диаметр, соответствующий бесконечно малому линейному отрезку, будет равен:

$$d_{ij} = 2R_0 \sin \alpha_{ij}. \quad (10)$$

Определение параметров напряжённо-деформированного состояния конечного элемента сетки.

Уравнения движения в полярных координатах:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma_{rr_i}}{\partial r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial \tau_{r_i \theta_{ij}}}{\partial \theta_{ij}} + \frac{\tau_{r_i \theta_{ij}}}{r_i} \operatorname{ctg} \theta_{ij} + \\ & + 2 \left(\frac{\sigma_{rr_i} - \sigma_{\theta \theta_{ij}}}{r_i} \right) = \rho U_{0r_i} \frac{\partial U_{r_{0i}}}{\partial r_i}, \quad (11) \\ & \frac{1}{r_i} \frac{\partial \sigma_{\theta \theta_{ij}}}{\partial \theta_{ij}} + \frac{\partial \tau_{r_i \theta_{ij}}}{\partial r_i} + 3 \frac{\tau_{r_i \theta_{ij}}}{r_i} = 0. \end{aligned}$$

Уравнения полей скоростей:

$$\begin{aligned} U_{r_i} &= -U_{0r_i} R_{0i}^2 \cos \frac{\theta_{ij}}{r_i^2}, \\ U_{\theta_{ij}} &= U_{\varphi_{ij}} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Интенсивность скоростей деформаций без учета скоростного фактора:

$$\begin{aligned} \sqrt{I_{2i}} &= U_{0r_i} \frac{R_{0i}^2}{r_i^3} \left(3 \cos^2 \theta_{ij} + \frac{1}{4} \sin^2 \theta_{ij} \right)^{1/2} \approx \\ &\approx \sqrt{3} U_{0r_i} \frac{R_{0i}^3}{r_i^3} - \text{для малых углов.} \end{aligned} \quad (13)$$

Интенсивность скоростей деформации с учетом скоростного фактора и вязкопластических свойств:

$$\sqrt{I_{2i}} = 1 + 2\sqrt{3} N_i \left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^3, \quad (14)$$

где N – «параметр скорости», который определяется как:

$$N_i = \eta \frac{U_{0r_i}}{k R_{0i}}; \quad k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}, \quad (15)$$

где η – вязкость материала.

Граничные условия по напряжениям:

$$\tau_{r_i \theta_{iM}}(r_i, \alpha_{iM}) = -\mu \sqrt{I_{2i}}, \quad (16)$$

где μ – коэффициент затухания касательных напряжений на границе контакта волокна – проволока, принимаемый равным коэффициенту трения на поверхности: $0 \leq \mu \leq 1$, тогда $I_{r_i 0}(r_i, 0) = 0$.

Положим, что закон такого изменения касательных напряжений описывается степенной зависимостью:

$$\mu(\theta) = \mu \left(\frac{\theta}{\alpha_{iM}} \right)^{n_M}, \quad (17)$$

где n_M – коэффициент степенной функции, тогда для угла α_{ij} имеем:

$$\mu(\alpha_{ij}) = \mu \left(\frac{\alpha_{ij}}{\alpha_{iM}} \right)^{n_M}. \quad (18)$$

Между α_{ij} и α_{ij-1} принимаем линейное распределение касательных напряжений [5]:

$$\begin{aligned} \tau_{r_i \theta_{ij}}(r_i, \theta_{ij}) &= \left[\frac{\mu(\alpha_{ij+1}) + \mu(\alpha_{ij})}{\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}} \theta - \right. \\ &\left. - \frac{\mu(\alpha_{ij+1})\alpha_{ij} + \mu(\alpha_{ij})\alpha_{ij+1}}{\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}} \right] * \left[1 + 2\sqrt{3} N_i \left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^3 \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом этого допущения формула для определения нормального напряжения примет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta \theta_{ij}}(r_i, \theta_{ij}) &= b_i(r_i) - 3 \frac{\mu(\alpha_{ij}) + \mu(\alpha_{ij+1})}{2} \times \\ &\times \left(\frac{\left[\theta_{ij} - \frac{\mu(\alpha_{ij+1})\alpha_{ij} + \mu(\alpha_{ij})\alpha_{ij+1}}{\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}} \right]^2}{\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

В силу $\mu(\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij}) \ll 1$ имеем:

$$b_i(r_i) \approx b_{\theta \theta_{ij}}(r_i). \quad (21)$$

Из определяющих соотношений и условия несжимаемости $\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\theta\theta} + \dot{\epsilon}_p = 0$ следует:

$$\sigma_{rr_{ij}} - \sigma_{\theta \theta_{ij}} = \sqrt{3} + 6N \left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^3. \quad (22)$$

Подставляя (20) и (21) в (10), имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr_{ij}}(r_i) &= -2 \left[\sqrt{3} + \frac{\mu(\alpha_{ij})\alpha_{ij} + \mu(\alpha_{ij+1})\alpha_{ij+1}}{\alpha^2_{ij+1} - \alpha^2_{ij}} \right] \times \\ &\times \left(\ln r_i - \frac{2}{\sqrt{3}} N_i \left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^3 \right) + \frac{1}{2} E_u \left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^4 + A_i = \\ &= \left[\sigma_{rr_{ij}}(r_i) + A_i \right], \end{aligned} \quad (23)$$

где A_i – постоянная интегрирования.

Определим постоянную интегрирования из граничных условий:

$$A_0 = \sigma_{r_\theta}, \quad (24)$$

где σ_{r_θ} – растягивающее напряжение на входе. $A_{i+1} = \sigma_{rr_{ij}}(R_{1i}) \cos(\alpha_{ij} - \alpha_{ij+1}) - \left[\sigma_{rr_{i+j}}(R_{0i+1}) \right].$ (25)

Приведенное усилие для протягивания конечного элемента [5]:

$$\frac{t_{ij}}{2\sigma_s \sqrt{3}} = \left[1 + \left(\frac{\mu(\alpha_{ij})\alpha_{ij} + \mu(\alpha_{ij+1})\alpha_{ij+1}}{\sqrt{3}(\alpha^2_{ij+1} - \alpha^2_{ij})} \right) \right] \times$$

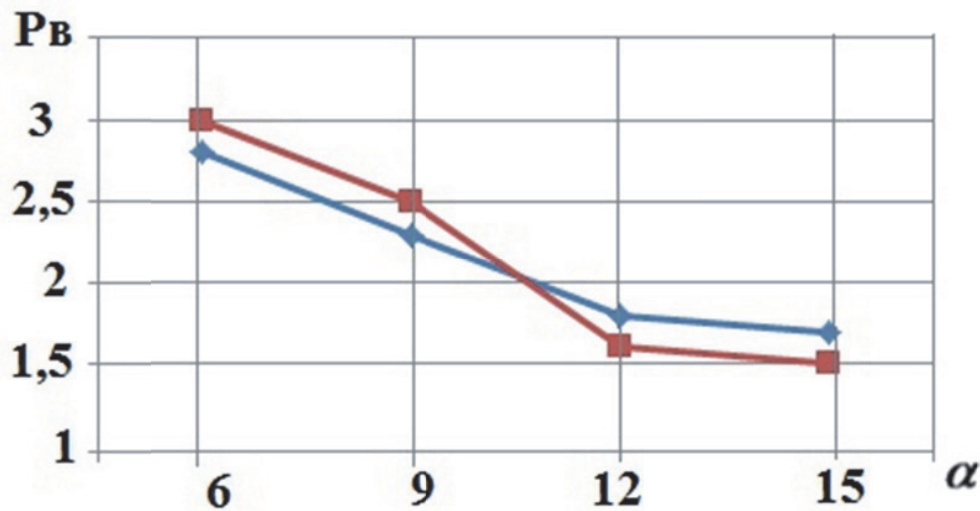


Рис. 4. Распределение зависимости усилия волочения P_B от угла обжимной зоны волокна α

(—♦— расчет по теоретической формуле И. Л. Перлина,
—■— расчет по предложенной модели)

$$\times \left(\sqrt{3} \ln \frac{R_{0i}}{r_i} + 2N_i \left[\left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^3 - 1 \right] \right) +$$

$$+ \frac{1}{4} E_u \left[\left(\frac{R_{0i}}{r_i} \right)^4 - 1 \right]. \quad (26)$$

Суммарное приведенное усилие волочения будет определяться по формуле:

$$t_{\Sigma} = \sum_{j=0}^M \sum_{i=0}^N \frac{t_{ij} R_{1i}^2 (\alpha_{ij+1} - \alpha_{ij})}{R_{1N}^2 \alpha_{NM}} + \sigma_{r\theta}. \quad (27)$$

Для оценки точности предложенной модели расчёта усилия волочения, проведено сравнение результатов числового расчёта на ЭВМ для сплава АМгб с теоретическим решением И.Л. Перлина [1], получившим широкое применение в инженерной практике. Расхождение в расчетах находится в пределах 15%, что свидетельствует о достаточной точности предложенной модели.

Разработанная модель для определения приведенного усилия волочения является более точной по сравнению с существующими методами, так как учитывает вязкопластические свойства материала, скоростной фактор, а также особенности геометрии волокна, включающей радиус скругления в зоне перехода от обжимного конуса к калибрующей части.

Сравнение результатов расчетов на ЭВМ с теоретическим решением И. Л. Перлина показали высокую точность предложенной модели. Таким образом, данная модель может быть использована на производстве для расчета режимов волочения с целью получения оптимальных сочетаний геометрии волокон, коэффициентов вытяжки и энергосиловых параметров процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перлин И.Л. Ерманок М.З. Теория волочения. М.: Изд-во Metallургия, 1971. 448 с.
2. Степанов А.А., Хаймович А.И. Оценка параметров напряжённо-деформированного состояния инструмента и детали при механической обработке // Сборник: Перспективные информационные технологии (ПИТ 2015). Труды Международной научно-технической конференции. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва, 2015. С. 325-327.
3. Stepanov A.A., Khaimovich A.I. Stress-strain state of the tool and part in broaching (Article) // Russian Engineering Research, 2015. P. 541-543.
4. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Изд-во Наука, 1969. 420 с.
5. Tirosh J., Iddan D. On the Limit Analysis of High Speed Forming Processes in Cold or Hot Conditions // Advances in Continuum Mechanics, 1991. P. 371-386.
6. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во Гостехиздат, 1956. 408 с.
7. Леванов А.Н., Колмогоров В.Л., Буркин С.П. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением. М.: Metallургия, 1976. 416 с.
8. Grechnikov F., Khaimovich A. The study of plastic deformation at high strain rates in upset forging of cylinders // Key Engineering Materials. 2016. Т. 684. P. 74-79.
9. Stepanov A.A., Khaimovich A.I. Dynamic cutting (Article) // Russian Engineering Research, 2015. P. 635-638.
10. Степанов А.А., Хаймович А.И. Исследование про-

цесса протягивания деталей // Поиск эффективных решений в процессе создания и реализации научных разработок в российской авиационной и

ракетно-космической промышленности. Международная научно-практическая конференция, 2014. С. 433-436.

METHOD OF CALCULATION TECHNOLOGICAL PARAMETERS OF DRAWING

© 2017 I.N. Khaimovich, S.Yu. Kolesnikova

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The mathematical model for calculating the operating force of the wire drawing was created. The solution of the problem was achieved by dividing the workpiece material of the wire in the deformation zone on an infinitely small number of finite elements ij , and partition the working area of the die geometry consisting of crimping cone gauge area and the radius of curvature between them, on an infinitely small linear sections. The conditions of continuity at the boundary of the finite element, made up of dependencies required to determine the geometric grid sizes were showed. The model to determine the total drawing effort designed to determine the state of stress at each point of the finite element based on the equations of motion, equations of velocity fields, the incompressibility condition, the intensity of the deformation rate, taking into account the speed factor and visco-plastic properties of the workpiece material was created. Adequacy of the proposed model was showed.

Keywords: mathematical model, drawing stress, viscoplastic material properties