УДК 532.5

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ШЕСТЕРЕННОГО НАСОСА

© 2017 Л.В. Родионов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 18.04.2017

В статье рассматривается моделирование рабочего процесса шестеренного насоса, позволяющее определять распределение полей скорости течения внутри насоса. Моделирование выполнялось с использованием программного обеспечения Solid Works, кода ANSYS CFX, оболочки Ansys Workbench, метода Эйлера-Лагранжа и модели турбулентности Ментера Shear Stress Transport.

Ключевые слова: шестеренный насос, моделирование, изменение скоростей течения на входе и выходе насоса.

Результаты работы были получены с использованием средств гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (номер гранта МК-1098.2017.8).

Для моделирования рабочих процессов в шестеренных насосах существует три основных метода:

- метод Лагранжа [1], при котором по известному положению каждой выделенной движущейся частицы отслеживается ее положение в последующие моменты времени. Скорость движения сетки должна совпадать со скоростью потока жидкости. При этом конвективный член уравнения неразрывности обращается в ноль;

- метод Эйлера [2], где расчетная сеточная область неподвижна и отслеживается изменение во времени параметров движения частиц. Здесь рассматриваются не отдельные частицы среды, а отдельные точки пространства, через которые проходит множество частиц.

- метод Эйлера-Лагранжа является компромиссным вариантом первых двух методов [3]. В нем сетка является динамической, но движется отдельно от потока жидкости.

Отметим, что только третий метод корректно учитывает контакт шестерен. В то время как первые два метода применимы при наличии зазора в зацеплении шестерен, через который существуют утечки.

В работе W. Strasser [4] данный метод был использован для решения задачи смешения жидкостей. Автор этой статьи деформировал ячейки расчетной области и перестраивал ее на каждом временном шаге. Это потребовало значительных вычислительных ресурсов, но позволило уйти от необходимости использования строго структурированных сеток.

Родионов Леонид Валериевич, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматических систем энергетических установок. E-mail: rodionov@ssau.ru

G. Houzeaux и R. Codina [5] использовали абсолютно иной подход к решению задачи описания течения жидкости в шестеренных насосах. Они использовали периодичность работы насоса, для чего построили 10 сеточных моделей расчетной области, соответствующих 10 различным положениям шестерен. Решение было выполнено за счет интерполяции результатов, полученных на предыдущих шагах, на каждый последующий временной шаг. Но при этом контакт между зубьями шестерен не учитывался и в модели всегда существовал зазор, что приводит к снижению точности расчета.

Разработанная в настоящей работе гидродинамическая модель основана на методе, схожем с представленном в работе [5]. В отличие от указанной работы данная модель сфокусирована на описании течения в запертом непроточном объеме.

Принятые допущения при разработке модели рабочих процессов:

- рабочая жидкость представляет собой ньютоновскую жидкость;
- жидкость несжимаема;
- в первоначальный момент времени вращение шестерен отсутствует;
- силой тяжести можно пренебречь, как и силами, действующими на конструктивные элементы насоса.

Движение жидкости внутри насоса было описано с помощью уравнений Навье-Стокса.

Уравнение сохранения количества движения для каждой фазы смеси:

$$\frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha u^i)}{\partial x^i} = \dot{S}_\alpha . \qquad (1)$$

Уравнение сохранения количества движения:

$$\frac{\partial(\rho_m u^i)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_m u^j u^i)}{\partial x^i}=-\frac{\partial P}{\partial x^i}+\frac{\partial(\tau^{ij})}{\partial x^j}+\rho_m r_\alpha g^i \quad (2)$$

где r_α, u^i, ρ_α, $\dot{S}_\alpha$ – соответственно объёмная доля фазы α, компоненты скорости в декартовой системе координат, плотность компонента и источниковый член фазы α; g^i - ускорение свободного падения; ρ_m и μ_m – плотность и динамическая вязкость смеси соответственно; τ^{ij} – тензор напряжений, соответствующий сдвиговым деформациям слоя жидкости, который из закона Стокса в данном случае примет вид:

$$\tau^{ij}=\mu_m\left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j}+\frac{\partial u^j}{\partial x^i}\right), \quad (3)$$

Тензор напряжений определяет потери на трение, возникающие вследствие вязкости жидкости.

Предполагается, что источник массы $\dot{S}_\alpha$ возникает из межфазного переноса и таким образом удовлетворяет условию:

$$\sum_{\alpha=1}^{N}\dot{S}_\alpha=0. \quad (4)$$

Также накладывается условие, что фазы смеси заполняют весь рассматриваемый объём смеси:

$$\sum_{\alpha=1}^{N}r_\alpha=1. \quad (5)$$

Уравнение полной энергии системы:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial(\rho\rho_{tot})}{\partial t}\cdot\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla(\rho\cdot U\cdot h_{tot})=\\&=\nabla(\lambda\nabla T)+\nabla(U\cdot\tau)+U\cdot S_M+S_E,\end{aligned} \quad (6)$$

где h_{tot} – полная энтальпия:

$$h_{tot}=h+\frac{1}{2}U^2, \quad (7)$$

где $h=f(T,p)$ – статическая энтальпия; λ – теплопроводность; T – температура; S_E – поток энергии.

Компонент $\nabla(U\cdot\tau)$ в уравнении (6) выражает работу под действием внешних сил – работу сил вязкости, и отражает внутренний нагрев из-за наличия вязкости. Компонент $U\cdot S_M$ выражает работу под действие внешнего источника количества движения.

Начальное условие задается выражением:

при $t \leqslant 0$, $\overline{V}=0$, где $\overline{V}$ – скорость потока.

Граничные условия:

- на неподвижных стенках элементов конструкции – $\overline{V}=0$;

- на подвижных стенках шестерен – $\overline{V}=\overline{V}_ш$, где $\overline{V}_ш$ – скорость вращения на периферийных диаметрах шестерен;

- на входной границе насоса - *P = Pвх*;

- на выходной границе насоса - *P = Pвых*.

Граничные условия для температуры:

- на входе в насос, *T=Tвх*;

- на выходе из насоса, *T=Tвых*;

- на поверхностях шестерен изменение температуры равно нулю.

Поток жидкости является турбулентным. Поэтому, движение жидкости и параметры переноса описываются не только тремя уравнениями сохранения, но еще и двумя дополнительными уравнениями для кинетической энергии турбулентных пульсаций и для описания диссипации кинетической энергии.

При этом производилось сравнение различных моделей турбулентности: $k-\varepsilon$, $k-\omega$ и модели Ментера Shear Stress Transport (SST) [6]. Исходя из результатов этого сравнения, в качестве основной была выбрана SST модель, использующая автоматическую функцию стенки. Данная модель базируется на двух уравнениях: уравнениях для кинетической энергии турбулентности *k* и её частоты ω. При этом в пристеночной области течения используется $k-\omega$ модель турбулентности, во внешнем потоке используется $k-\varepsilon$ модель. Здесь ε – это диссипация кинетической энергии. Уравнение для определения кинетической энергии турбулентности и её частоты имеют вид:

$$\frac{dk}{dt}=\nabla\cdot((\nu+\sigma_k\nu_T)\nabla k)+P_k-\beta^*\omega k; \quad (8)$$

$$\begin{aligned}&\frac{d\omega}{dt}=\nabla\cdot((\nu+\sigma_\omega\nu_T)\nabla\omega)+\frac{\gamma}{\nu_T}P_k-\\&-\beta\omega^2+(1-F_1)\frac{2\sigma_{\omega2}}{\omega}(\nabla k)\cdot(\nabla\omega),\end{aligned} \quad (9)$$

где $\nu_T=\dfrac{k}{\omega}$ – турбулентная вязкость; P_k – член, отвечающий за генерацию вихрей; F_1 – функция, при помощи которой происходит переключение между $k-\omega$ и $k-\varepsilon$ моделями.

Константы, входящие в уравнения (8) и (9), приведены в табл. 1.

Моделируемый поток является нестационарным, вязким, турбулентным, и многофазным. В этом случае рабочая жидкость представляет собой смесь основной компоненты рабочей жидкости (масло) и паров воздуха, растворенных в нем.

Наиболее распространённым подходом для учёта неравновесных явлений (кавитации) является введение в уравнения переноса источниковых слагаемых, регулирующих межфазный массообмен. Большинство этих моделей базируются на уравнении Релея-Плессета [7], которое описывает рост и схлопывание одиночного пузырька в ближнем поле распределения давления.

В предлагаемой модели используется модель кавитации, представленная в работе [8] также, основанная на уравнении Релея-Плессета. Уравнение Релея-Плессета описывает динамику парового пузырька в жидкости и имеет вид:

Таблица 1. Модельные коэффициенты для SST модели турбулентности

Параметр	Значение	Параметр	Значение
β_1^*	0,09	β_2^*	0,09
β_1	0,055	β_2	0,0928
α_1	0,25	γ	$\frac{\beta}{\beta *}-\frac{\sigma_\omega k^2}{\sqrt{\beta *}}$
σ_{k1}	0,85	σ_{k2}	1,0
$\sigma_{\omega 1}$	0,5	$\sigma_{\omega 2}$	0,81

$$R_B\frac{d^2R_B}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR_B}{dt}\right)^2+\frac{2\sigma}{R_B}=\frac{P_v\text{-}P}{\rho_m}, \quad (10)$$

где R_B – радиус газового пузырька. Примем начальный радиус пузырька равным R_B=10^{-6} м; σ – коэффициент поверхностного натяжения между основной компонентой и её парами; P_V – давление внутри газового пузырька. При этом считается, что оно равно давлению насыщенного пара $P_П$.

При моделировании кавитационных процессов зачастую пренебрегают выражениями второго порядка и коэффициентом поверхностного натяжения в уравнении (10). При этом оно редуцируется до вида:

$$\frac{dR_B}{dt}=\sqrt{\frac{2}{3}\frac{P_v\text{-}P}{\rho_m}}. \quad (11)$$

Величина изменения массы одиночного пузырька вычисляется из выражения:

$$\frac{dm_B}{dt}=4\pi R_B^2\rho_v\sqrt{\frac{2}{3}\frac{P_v\text{-}P}{\rho_V}}. \quad (12)$$

Если в единице объёма несколько пузырьков NB, объёмная доля пара будет выражаться через уравнение:

$$\mathrm{r}_v=V_BN_B=\frac{4}{3}\pi R_B^2N_B, \quad (13)$$

тогда, величина полного переноса массы между фазами вследствие кавитации, приходящаяся на единицу объёма имеет вид:

$$\dot{S}_{lv}=\begin{cases}F_{\mathrm{VAP}}\dfrac{3r_{NUC}(1-r_V)\rho_V}{R_B}\sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{P_V\text{-}P}{\rho_K}}, если\ P<P_V\\ F_{\mathrm{COND}}\dfrac{3r_V\rho_V}{R_B}\sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{P_V\text{-}P}{\rho_K}}, если\ \mathrm{P}>P_V\end{cases} \quad (14)$$

где F – эмпирический настроечный коэффициент, который в случае описания процессов парообразования равен Fvap=47, а в случае описания процессов конденсации – Fcond=0,088; r_{NUC} – объёмная доля центра парообразования, равная $r_{NUC}=5\cdot 10^{-4}$.

Данная модель хорошо работает как для описания конденсации пара, так и для процессов парообразования. Однако в ней есть существенное допущение, базирующееся на предположении о том, что кавитационные пузырьки не контактируют друг с другом. Данное предположение физично только на ранней стадии кавитации. С ростом объёмной доли пара, плотность центра парообразования должна соответственно падать.

Описанные выше уравнения и их назначения представлены на рис. 1. В совокупности они и образуют гидродинамическую модель шестеренного насоса.

Задача рассматривалась в трехмерной постановке, т.к. питающий и напорный трубопроводы соосны осям вращения шестерен, что приводит к дополнительной закрутке как на входе в насосе, так и на его выходе. Составленные уравнения решались с помощью коммерческого кода ANSYS CFX [9]. Последовательность решения задачи приведена на рис. 2.

Для решения задачи было построено 18 сеточных моделей, каждая последующая получалась путем поворота предыдущей модели на 1 градус. Начало системы координат при построении геометрической модели расчетной области совпадало с серединой отрезка, соединяющего центры шестерен.

Расчетная область представлена на рис. 3. Исследовалась лишь область канала, напрямую соединяющего вход и выход насоса.

Для наглядности и удобства решения использовалась оболочка AnsysWorkbench, позволяющая связывать несколько проектов в общий.

На рис. 4 представлена созданная сеточная модель, состоящая из 2 млн. ячеек. Ячейки имеют форму треугольных призм. Для разрешения пограничного слоя использовались призматические элементы, построенные вдоль твердых стенок шестерен.

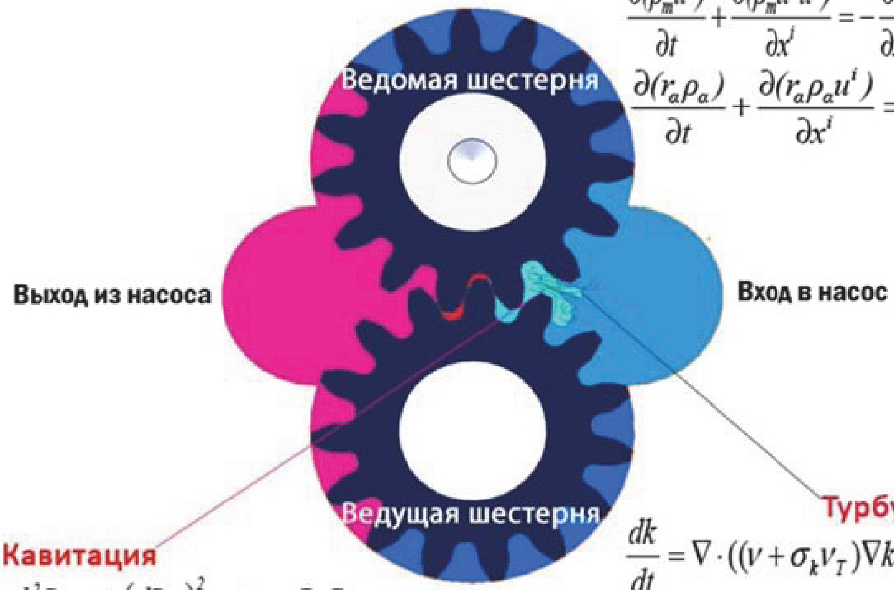
Для разрешения пограничного слоя на границе твёрдого и жидкого тел, были построены пристеночные слои (в случае неструктурированных сеток для этого использовались призматическая сетка). Расчёт толщины первой ячейки проводился в следующей последовательности:

- определение числа Рейнольдса:

Течение

$$\frac{\partial(\rho_m u^i)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_m u^j u^i)}{\partial x^j}=-\frac{\partial P}{\partial x^i}+\frac{\partial(\tau^{ij})}{\partial x^j}+\rho_m r_\alpha g^i$$

$$\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t}+\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha u^i)}{\partial x^i}=\dot{S}_\alpha$$



Турбулентность

$$\frac{dk}{dt}=\nabla\cdot((\nu+\sigma_k \nu_T)\nabla k)+P_k-\beta^*\omega k;$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\nabla\cdot((\nu+\sigma_\omega \nu_T)\nabla\omega)+\frac{\gamma}{\nu_T}P_k-\beta\omega^2+(1-F_1)\frac{2\sigma_{\omega 2}}{\omega}(\nabla k)\cdot(\nabla\omega),$$

Кавитация

$$R_B\frac{d^2R_B}{dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{dR_B}{dt}\right)^2+\frac{2\sigma}{R_B}=\frac{P_v-P}{\rho_m}$$

$$\dot{S}_{lv}=\begin{cases}F_{VAP}\dfrac{3r_{NUC}(1-r_V)\rho_V}{R_B}\sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{P_V-P}{\rho_K}}, если\ P<P_V\\ F_{COND}\dfrac{3r_V\rho_V}{R_B}\sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{P_V-P}{\rho_K}}, если\ P>P_V\end{cases}$$

Рис. 1. Графоаналитическое представление гидродинамической модели

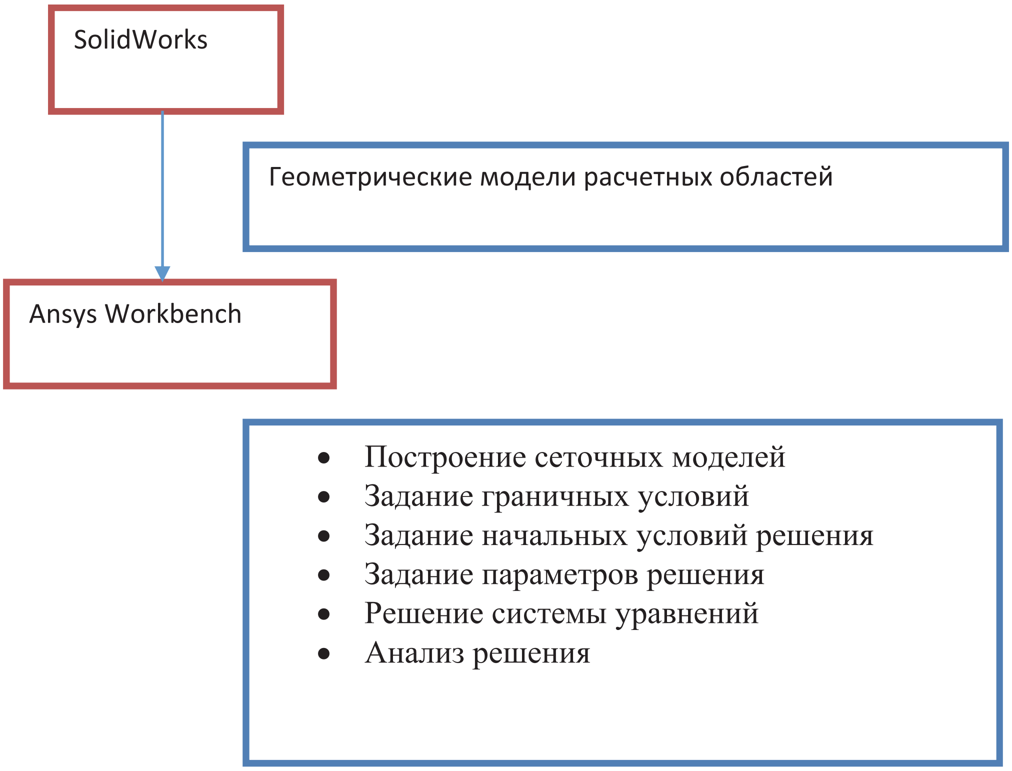


Рис. 2. Процесс создания математической модели исследования запертого объема

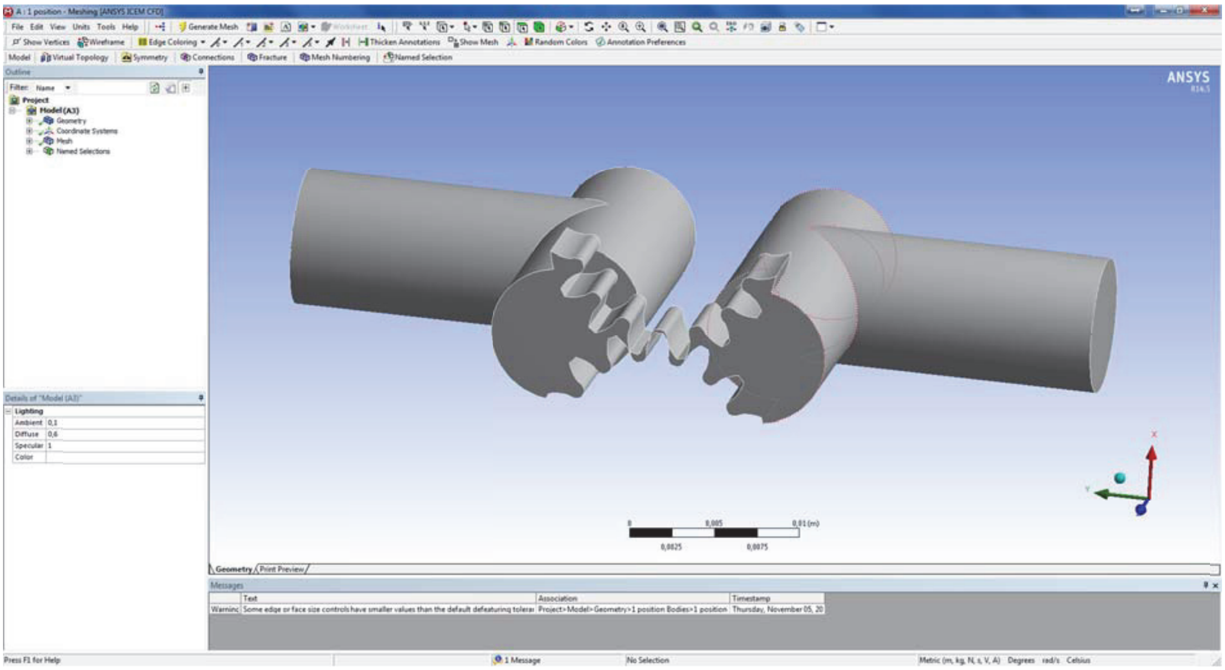


Рис. 3. Внешний вид расчетной области

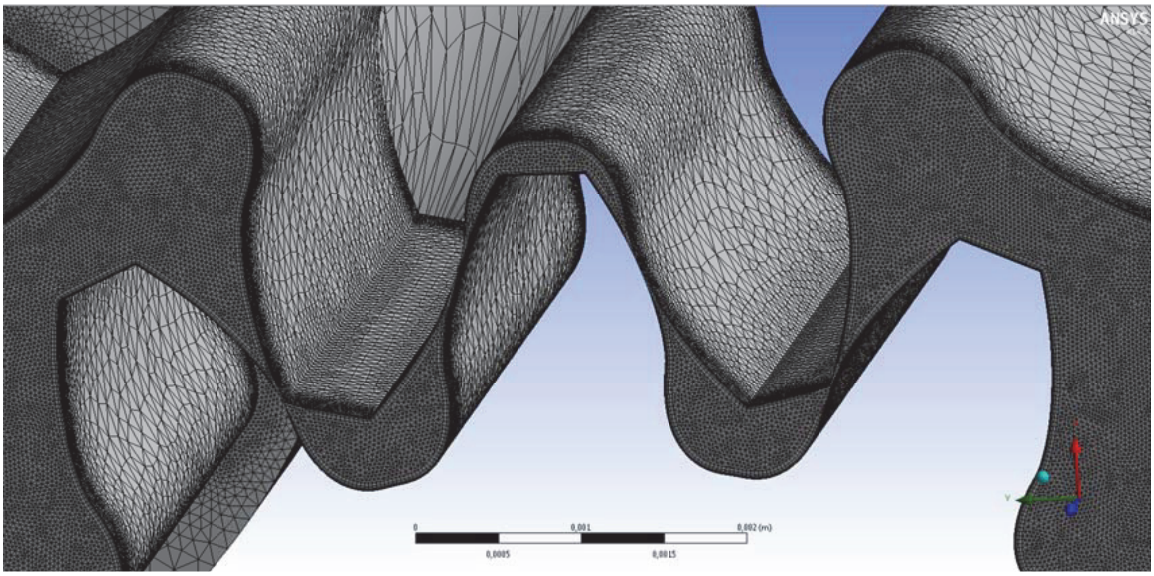


Рис. 4. Сеточная модель

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu}\ , \tag{15}$$

где D – характерный размер сечения в различных сечениях проточной части насоса.

- определение коэффициента внутреннего трения в пограничном слое:

$$C_f = \frac{0{,}078}{Re^{1/4}}\ ; \tag{16}$$

- определение касательного напряжения на стенках:

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho \cdot U^2\ ; \tag{17}$$

- определение скорости, касательной к стенке:

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}\ ; \tag{18}$$

- исходя из необходимого значения y+ из выражения

$$y_p = \frac{y_p^+ \nu}{U\tau}\ ; \tag{19}$$

- определяется толщина первого слоя y_p.

В действительности всегда присутствует контакт между шестернями, но при проведении численного моделирования они всегда разъединены на величину наименьшего в модели элемента.

Дискретизация описанных уравнений проводилась за счет применения метода конечных объемов.

Для каждой физической величины в каждом дискретном объеме решается балансовое уравнение для каждой переменной:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\phi dV + \int_{\partial V} \rho\left(\vec{v}-\vec{v}_g\right)\cdot\vec{n}dS =$$
$$= \int_{\partial V} \tau_\phi \vec{\nabla}\phi \cdot \rho\left(\vec{v}-\vec{v}_g\right)\cdot\vec{n}dS + \int_V \sigma_\phi dV \ , \quad (20)$$

где V – объем ячейки; dV – граница ячейки; плотность жидкости; v – скорость жидкости; v_g – скорость сетки в пределах границы dV; τ_ϕ – коэффициент диффузии параметра; σ_ϕ – источниковый член.

После пространственной дискретизации приведенное выше уравнение примет вид:

$$\frac{d}{dt}\int_V \left(\rho_{c_0}\phi_{c_0}S_{c_0}\right) + \sum_{i=1}^{3}\rho_{fi}\phi_{fi}l_i\left(\vec{v}-\vec{v}_g\right)\vec{n} =$$
$$= \sum_{i=1}^{3}\tau_{\phi fi}l_i\vec{\nabla}\phi_{fi}\vec{n} + \sigma_{\phi_{c0}}S_{c0} \quad (21)$$

При этом соответствующие дифференциалы находятся из выражений:

$$\frac{d}{dt}\left(\rho_{c_0}\phi_{c_0}S_{c_0}\right) = \frac{\left(\rho_{c_0}\phi_{c_0}S_{c_0}\right)^{n+1} - \left(\rho_{c_0}\phi_{c_0}S_{c_0}\right)^{n}}{\Delta t} \ ;(22)$$

Отметим, что при использовании динамических сеток, описанный метод нахождения изменения параметров является единственно возможным.

При этом:

$$S_{C0}^{n+1`} = S_{C0}^{n`} + \sum_{i=1}^{3}\delta S_i \ ; \quad (23)$$

где δS_i – прирост площади поверхности i во время Δt.

Результаты расчета представлены в виде профилей скорости (рис. 5).

Разработанный метод позволяет определить колебания массового расхода на входе и выходе шестеренного насоса. Эти колебания могут быть использованы в механической и акустической моделях для расчета механических нагрузок и излучаемого шума и тем самым решать задачи по совершенствованию конструкций насосов внешнего зацепления.

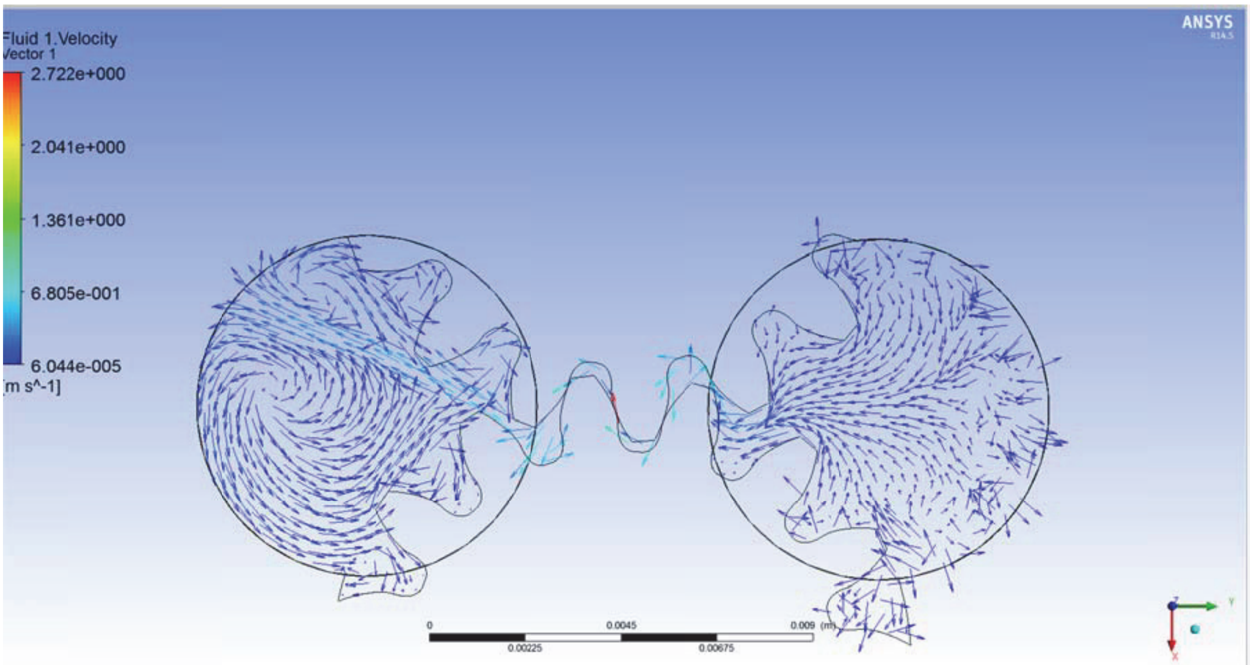


Рис. 5. Поле скоростей в среднем сечении рабочей камеры насоса

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жермен П.* Курс механики сплошных сред. М.: Высшая школа, 1983.
2. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 2004.
3. Arbitrary Lagrangian – Eulerianmethods. In: Estein E, Borst RD, Hugues TJR, editors. Encyclopedia of computational mechanics /*J. Donea, A. Huerta, J-P. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran*. Wiley. 2004. Vol. 1.
4. *Strasser, W.* CFD Investigation of gear pump mixing using deforming/Agglomerating mesh // J FluidsEng. – 2007. Vol. 129(4). Pp. 476–84.
5. *Houzeaux G., R. Codina* A finite element method for the solution of rotary pumps // ComputFluids. 2007. Vol. 36. Pp. 667–679.
6. *Menter F.R.* Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. Vol. 32. No. 8 (1994). Pp. 1598-1605.
7. *Plesset M.S.* The Dynamic sofcavitation bubbles / /J. Appl. Mechanics. 1949. Pp. 277-282.
8. Multi-phase CFD Analysis of Natural and Ventilated Cavitation about Submerged Bodies / *R.F Kunz, D.A*

Boger, T.S. Chyczewski, D.R. Stinebring, H.J. Gibeling // Proc. 3rd ASME/JSME Joint Fluid Engineering Conference, 1999. Paper FEDSM99-7364.

9. *Versteeg H.K., Malalasekera W.* An Introduction to Computational Fluid Dynamics // The Finite Volume Method. Longman, 1995.

THE MODELING OF THE EXTERNAL GEAR PUMP HYDRODYNAMICS

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The article devoted to the simulation of the gear pump working process, which allows to determine the distribution of flow velocity fields inside the pump. The simulation was performed using the Solid Works software, the ANSYS CFX code, the Ansys Workbench shell, the Euler-Lagrange method, and the Menter Shear Stress Transport turbulence model.

Keywords: gear pump, simulation, change in flow velocities at the inlet and outlet of the pump.

Leonid Rodionov, Candidate of Technics, Associate Professor at the Power Plant Automatic Systems Department.
E-mail: rodionov@ssau.ru