УДК 629.78 : 681.51

НАВЕДЕНИЕ И ГИРОСИЛОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБЗОРА ПРИ СКАНИРУЮЩЕЙ СТЕРЕОСКОПИЧЕСКОЙ СЪЕМКЕ

© 2017 Е.И. Сомов, С.А. Бутырин

Самарский научный центр Российской академии наук

Статья поступила в редакцию 31.08.2017

Рассматривается задача наведения и управления ориентацией спутника землеобзора при сканирующей стереоскопической съемке. Синтез закона углового наведения основан на авторских соотношениях, связывающих движение изображения с кинематическими параметрами пространственного перемещения спутника относительно земной поверхности при обеспечении постоянных значений дальности наблюдения и угла конвергенции в процессе сканировании с двух ракурсов. Приводятся разработанные методы углового наведения и цифрового управления ориентацией спутника с помощью кластера четырех гиродинов. Представляются результаты компьютерной имитации стереосъемки двух участков земной поверхности, выполняемых спутником на солнечно-синхронной орбите. *Ключевые слова:* спутник землеобзора, сканирующая стереосъемка, наведение, управление

Работа поддержана РФФИ (гранты 17-08-01708, 17-48-630637) и отделением ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

введение

Современные спутники землеобзора обладают возможностью стереоскопической съемки высокого разрешения на местности в плане и по высоте с одного витка орбиты путем отклонения оси визирования одного объектива относительно надира либо используя два объектива, закрепленные в корпусе космического аппарата (КА) под фиксированными углами. Такой тип стереосъемки называют конвергентным, он характеризуется углом конвергенции двух изображений местности – стереопары, полученной в результате выполнения сканирующей съемки местности с двух ракурсов.

Рассматривается КА землеобзора, оснащенный телескопом с матрицами оптико-электронных преобразователей (ОЭП) в его фокальной плоскости (ФП). При съемке участков поверхности Земли совокупностью маршрутов их сканирования телескопом матрицы ОЭП работают в режиме временной задержки и накопления (ВЗН). На поверхности Земли маршрут съемки отображается следом проекций ОЭП, составляя полосу захвата. При известном орбитальном движении центра масс (ЦМ) спутника маршрут съемки определяется законом углового наведения КА, при котором происходит требуемое движение оптического изображения по фотоприемной поверхности ОЭП.

С применением известных приемов космической геодезии [1-6] авторами разработаны аналитические методы синтеза законов наведения КА при произвольном виде сканирующей съемки, которые основанные на методах анализа векторного поля скоростей движения изображения (СДИ) наземных объектов на матрицах ОЭП с ВЗН. Созданные методы конкретизированы для трассовых, протяженных криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ, объектовой съемки – короткого маршрута с оптимальным начальным геодезическим азимутом [7-11], для площадного землеобзора [12] с последовательностью ортодромических маршрутов, а также для получения стереоизображений выбранных участков на поверхности Земли.

На последовательности чередования маршрутов сканирующей стереосъемки и быстрых поворотных маневров (ПМ) спутника с краевыми условиями общего вида управление ориентацией КА выполняется силовым гироскопическим кластером (СГК) на основе четырех гиродинов (ГД) по сигналам бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) с астрономической коррекцией. При формировании стереопары имеется ряд требований к динамическим характеристикам системы управления ориентацией (СУО) в процессе ПМ спутника между двумя маршрутами съемки заданной местности с двух ракурсов. Эти требова-

Сомов Евгений Иванович, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник отдела «Динамика и управления движением». E-mail: e_somov@mail.ru Бутырин Сергей Анфимович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела «Динамика и управления движением». E-mail: butyrinsa@mail.ru

ния связаны с ограниченными ресурсами СГК по допустимой области вариации вектора его кинетического момента (КМ), а также по допустимым скоростям и ускорениям угловых перемещений ГД.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Используются стандартные системы координат (СК) – инерциальная (ИСК $O_{\oplus}X_{e}^{I}Y_{e}^{I}Z_{e}^{I}$, базис $I_{_{\oplus}}$) с началом в центре Земли $O_{_{\oplus}}^{_{\oplus}}$; связанная с вращающейся Землей геодезическая Гринвичская (ГСК $O_{\oplus}X^eY^eZ^e$, базис **E**); горизонтная (ГорСК $CX_c^h \overset{v}{Y}_c^h Z_c^h$, базис \mathbf{H}_c) с эллипсоидальными геодезическими координатами $L_{\rm c}, B_{\rm c}, H_{\rm c}$, началом в точке С с высотой $H_{\rm c}$ по орту внешней нормали **n**^е к поверхности общеземного эллипсоида (рис. 1); орбитальная (ОСК $Ox^{\circ}y^{\circ}z^{\circ}$, базис **O** с ортами радиали \mathbf{r}° , трансверсали $\mathbf{\tau}^{\mathrm{o}}$ и бинормали \mathbf{n}^{o}) и связанная с КА (ССК *Охуz*, базис **В**) системы координат с началом в его центре масс О (рис. 2). Вводятся телескопная СК (ТСК, базис **S** с ортами s_i , $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$) с началом в центре оптического проектирования S (см. рис. 2), СК поля изображения $O_i x^i y^i z^i$ с началом в центре O_i ФП телескопа (рис. 3) и визирная система координат (ВСК $O_v x^v y^v z^v$, базис V с ортами **v**_i), связанная с матрицей ОЭП, см. рис. 3. Орт \mathbf{s}_1 телескопного (оптического) базиса $\mathbf{S}=\{\mathbf{s}_i\}$ ориентирован вдоль *оптической оси* телескопа $\mathbf{S}x^s$, а орты \mathbf{S}_2 и \mathbf{S}_3 направлены по осям $\mathbf{S}y^s$ и Sz^{s} соответственно, см. рис. 2. Далее применяются стандартные обозначения для векторов $\operatorname{col}(\cdot) = \{\cdot\}, \operatorname{line}(\cdot) = [\cdot], \langle \cdot, \cdot \rangle, \operatorname{матриц} [\cdot]_i, (\cdot)^t,$ $[\mathbf{a} \times]$ и кватернионов $\circ, \tilde{\cdot}$.

Угловое положение ГСК относительно ИСК определяется углом $\rho_{\rm e}(t) = \rho_{\rm e}^0 + \omega_{\oplus}(t - t_0)$,



Рис. 1. Базисы **I**_{...}, **E** и **H**

см рис. 1, где $\rho_e^0 = \rho_e(t_0)$ – угловое положение Гринвичского меридиана при $t = t_0$ относительно направления на точку Весны Y, а $\omega_{\oplus} = |\omega_e| = |\omega_{\oplus}|$ – угловая скорость вращения Земли. Поверхность Земли описывается в виде сжатого в направлении ее полюсов эллипсоида *вращения* с полуосями a_e , c_e и коэффициентом полярного сжатия $\alpha_p = 1 - (c_e/a_e)$. Преобразование эллипсоидальных геодезических координат B_c , L_c , H_c в декартовые геодезические координаты X_c^e , Y_c^e , Z_c^e выполняется по соотношениям

$$X_{c}^{e} = (N_{c} + H_{c}) C_{B_{c}} C_{L_{c}};$$

$$Y_{c}^{e} = (N_{c} + H_{c}) C_{B_{c}} S_{L_{c}};$$

$$Z_{c}^{e} = (1 - e_{n}^{2}) N_{c} + H_{c}) S_{R}$$

где использованы обозначения $S_{\alpha} = \sin \alpha$, $C_{\alpha} = \cos \alpha$ и $N_{c} = a_{e} / (1 - e_{p}^{2} S_{B_{c}}^{2})^{1/2}$ – радиус кривизны первого вертикала, $e_{p} = \sqrt{1 - (1 - \alpha_{p})^{2}}$ –



Рис. 2. Геометрия сканирующей съемки



Рис. 3. СК поля изображения и базис V



Рис. 4. Схема выполнения стереосъемки

эксцентриситет меридианного эллипса земного эллипсоида. Обратное преобразование выполняется по формулам

$$B_{c} = \operatorname{arctg}[(Z_{c}^{e} + a_{e}e_{p}^{2}S_{\theta_{c}}^{3} / (1 - \alpha_{p})) / (r_{c}^{p} - a_{e}e_{p}^{2}C_{\theta_{c}}^{3})];$$

$$L_{c} = \operatorname{arctg}(Y_{c}^{e}/X_{c}^{e}); \quad H_{c} = (X_{c}^{e} / (C_{B_{c}}C_{L_{c}})) - N_{c};$$

$$= Y_{c}^{e} / (C_{B_{c}}S_{L_{c}}) - N_{c} = (Z_{c}^{e} / S_{B_{c}}) - (1 - e_{p}^{2}) / N_{c}$$

при обозначениях $tg \theta_c = Z_c^e (1 - \alpha_p)^{-1} / r_c^p$ и

при соозначения $C_{S} c_{c} = c_{c} C_{p} p_{c} c_{c}$ $r_{c}^{p} = \sqrt{(X_{c}^{e})^{2} + (Y_{c}^{e})^{2}}.$ При столбцах $\mathbf{M}^{e} = \{X_{m}^{e}, Y_{m}^{e}, Z_{m}^{e}\}$ и $\mathbf{C}^{e} = \{X_{c}^{e}, Y_{c}^{e}, Z_{c}^{e}\},$ составленных из координат произвольных точек M и C в базисе E соответственно, столбец $\mathbf{M}^{h} = \{X_{m}^{h}, Y_{m}^{h}, Z_{m}^{h}\}$, составленный из координат точки M в базисе **H**_с, вычисляется по соотношению $\mathbf{M}^{\mathrm{h}} = \mathbf{T}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{h}}(B_{\mathrm{c}}, L_{\mathrm{c}})(\mathbf{M}^{\mathrm{e}} - \mathbf{C}^{\mathrm{e}}),$ где матрица $\mathbf{T}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{h}}$ с определителем $det(\mathbf{T}_{e}^{h}) \equiv 1$ ортогонального преобразования координат при переходе от базиса Е (нижний индекс «е») к базису Н_о (верхний индекс «h») имеет вид

$$\mathbf{T}_{e}^{h} = \begin{bmatrix} C_{B_{e}} C_{L_{e}} & C_{B_{e}} S_{L_{e}} & S_{B_{e}} \\ S_{L_{e}} & C_{L_{e}} & 0 \\ -S_{B_{e}} C_{L_{e}} & -S_{B_{e}} C_{L_{e}} & C_{B_{e}} \end{bmatrix}$$

Имеются также явные аналитические соотношения для вычисления горизонтных геодезических координат X_m^h, Y_m^h, Z_m^h точки M, как функций *только* эллипсоидальных координат $B_{\rm m}, L_{\rm m}, H_{\rm m}$ и $B_{\rm c}, L_{\rm c}, H_{\rm c}$ точек M и C соответственно.

Орт **v**_s целеуказания из фиксированной в ССК точки S на произвольно заданный объект С в окрестности точки С' на поверхности эталонного земного эллипсоида с геодезическими



Рис. 5. Схема СГК и область вариации его КМ

эллипсоидальными координатами $B_{\rm c}, L_{\rm c}, H_{\rm c}$ наиболее просто определяется в ГорСК Н. При известном угловом положении связанного базиса В относительно ИСК, определяемом матрицей С₁^b или соответствующим кватернионом, радиус-вектор $\mathbf{r}_{\mathrm{s}}(t)$ точки S с ортом $\mathbf{r}^{\mathrm{s}}(t)$ в инерциальном базисе становится также известным. При обозначении столбца $\mathbf{s}^{I} = \{X_{s}^{I}, Y_{s}^{I}, Z_{s}^{I}\}$ координат точки S в ИСК столбец $\mathbf{s}^{e} = \{X_{s}^{e}, Y_{s}^{e}, Z_{s}^{e}\}$ прямоугольных геодезических координат этой же точки в базисе Е получается простейшим ортогональным преобразованием координат: $\mathbf{s}^{e} = [\rho_{e}(t)]_{3} \mathbf{s}^{I}$. Точка С является началом базиса \mathbf{H}_{c} , в этом базисе орт целеуказания \mathbf{v}_{s} представляется вектором-столбцом $\mathbf{v}_{s}^{h} = \{\mathbf{v}_{si}^{h}\}$ и вычисляется по явной формуле $\mathbf{v}_{s}^{h} = \mathbf{s}^{h} / s^{h}$, где $\mathbf{s}^{h} = -\{X^{h}_{s}, Y^{h}_{s}, Z^{h}_{s}\}$. Гарантирующее условие «прямой видимости» произвольной точки С, расположенной в окрестности точки С' на поверхности Земли, из произвольной точки S на борту КА, ЦМ О которого находится в произвольной точке его известной орбиты, состоит в проверке лишь одного неравенства $X_s^h > 0$.

Высота полета КА над земным эллипсоидом, мгновенное положение на нем подспутниковой точки с геодезическими координатами и трасса спутника, как след положений точки О' на поверхности Земли, получаются расчетом эллипсоидальных геодезических координат $B_{\rm o}, L_{\rm o}, H_{\rm o}$ по известным компонентам столбца $\bm{r}_{o}^{e}=\{X_{o}^{e},Y_{o}^{e},Z_{o}^{e}\}$ в базисе E. Далее для компактности представления метода синтеза законов наведения КА точка S совмещается с точкой О, что достигается при $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{b}}=\boldsymbol{0}$ и приводит к тождеству $\mathbf{r}_{s}^{e} = \mathbf{r}_{0}^{e}$, хотя на рис. 2 точки О и S намеренно разнесены.

Наряду с матрицей $\mathbf{C}^{\mathrm{b}}_{\mathrm{I}}$ ориентация ССК в ИСК определяется кватернионом $\Lambda_{I}^{b} = \Lambda \equiv (\lambda_{0}, \lambda), \quad \lambda = \{\lambda_{i}\}.$ Применяются векторы угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и углового ускорения ε, а углы ориентации ССК относительно ОСК по крену $\phi_1 = \gamma$, рысканию $\phi_2 = \psi$ и тангажу $\phi_3 = \Theta$ используются в последовательности 312 для формирования матрицы C_o^b . Далее применяется вектор модифицированных параметров Родрига (МПР) $\boldsymbol{\sigma} = \{\boldsymbol{\sigma}_i\} = \mathbf{e} \operatorname{tg}(\Phi/4)$ с традиционными обозначениями орта оси Эйлера \mathbf{e} и угла Φ собственного поворота. Вектор $\boldsymbol{\sigma}$ взаимно-однозначно связан с кватернионом $\boldsymbol{\Lambda}$ прямыми $\boldsymbol{\sigma} = \lambda/(1+\lambda_0)$ и обратными $\lambda_0 = (1-\sigma^2)/(1+\sigma^2), \ \lambda = 2\boldsymbol{\sigma}/(1+\sigma^2)$ соотношениями.

Кинематическое уравнение для кватерниона $\Lambda\,$ ориентации ССК относительно ИСК имеет вид

$$\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \mathbf{\omega} / 2, \qquad (1)$$

для вектора МПР **о** прямые и обратные кинематические соотношения представляются как

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4} (1 - \sigma^2) \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle;$$

$$\boldsymbol{\omega} = 4 [(1 - \sigma^2) \dot{\boldsymbol{\sigma}} - 2(\boldsymbol{\sigma} \times \dot{\boldsymbol{\sigma}}) + 2 \boldsymbol{\sigma} \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\sigma} \rangle] / (1 + \sigma^2)^2,$$
 (2)

его вторая производная

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2} \left[-\langle \boldsymbol{\sigma}, \dot{\boldsymbol{\sigma}} \rangle \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} (1 - \boldsymbol{\sigma}^2) \boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\boldsymbol{\sigma}} \langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle + \boldsymbol{\sigma} \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}}, \boldsymbol{\omega} \rangle + \boldsymbol{\sigma} \langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \right].$$
(3)

Кватернион Λ_e^s ориентации телескопа в ГСК, столбцы ω_e^s и \mathbf{v}_e^s проекций векторов угловой и поступательной скоростей ТСК на оси базиса $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_i\}$ в базисе \mathbf{E} определяются соотношениями

$$\Lambda_{e}^{s} = \Lambda_{I}^{e} \circ \Lambda_{e}^{b} \circ \Lambda_{b}^{s}; \quad \dot{\Lambda}_{e}^{s} = \Lambda_{e}^{s} \circ \omega_{e}^{s} / 2; \omega_{e}^{s} = \mathbf{T}_{b}^{s} (\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{I}^{b} \boldsymbol{\omega}_{\oplus}); \mathbf{v}_{e}^{s} = \widetilde{\Lambda}_{e}^{s} \circ \mathbf{v}_{o}^{e} \circ \Lambda_{e}^{s},$$

$$(4)$$

где вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega} \equiv \boldsymbol{\omega}_{I}^{b}$, матрица \mathbf{T}_{b}^{s} учитывает угловую фиксацию телескопа в корпусе КА и столбец \mathbf{v}_{o}^{e} представляет вектор скорости поступательного орбитального движения ЦМ спутника в ГСК. Представленные соотношения полностью определяют пространственное положение, вектор скорости поступательного движения центра S проектирования (совмещенного с точкой О) и вектор скорости углового движения телескопа *относительно* геодезического гринвичского базисе E *в проекциях* на оси оптического базиса S.

На рис. 4 приведена упрощенная схема стереосъемки, которая содержит два маршрута сканирования заданного участка земной поверхности, где для иллюстрации идеи эта поверхность считается неподвижной плоскостью. Здесь красной прямой линией отмечена орбита спутника с начальными (initial) \mathbf{i}_j и конечными (final) \mathbf{f}_j точками первого (j = 1, голубой цвет) и второго (j = 2, бордовый цвет) маршрутов,

красная пунктирная прямая линия представляет след орбиты. Если для наглядности описания стереосъемки с углом конвергенции δ использовать стандартные понятия для направлений векторов в ОСК, то каждый маршрут сканирования начинается в фиксированной точке А ГСК, заданной с назначенным превышением относительно поверхности общеземного эллипсоида. При этом в момент времени $t_i^{(1)}$ начала первого маршрута с дальностью *D* наблюдения точки А орт целеуказания \mathbf{v}_s получается отклонением от надира сначала по крену и затем по тангажу на угол $\delta_1 = \delta/2$. Первый маршрут должен выполняться с условиями D = const, $\delta_{\mathrm{l}} = \mathrm{const} \ \, orall t \in [t_{\mathrm{i}}^{(1)}, t_{\mathrm{f}}^{(1)}]$ за счет углового наведения КА в ОСК по углу тангажа θ , см. рис. 4, голубой цвет. Далее следует поворотный маневр КА на интервале времени $t \in [t_{\rm f}^{(1)}, t_{\rm i}^{(2)}]$. В момент времени $t_{\rm i}^{(2)}$ начала второго маршрута с той же дальностью D наблюдения указанной точки А ГСК орт целеуказания **v** формируется отклонением от надира, достигнутого при $t = t_{i}^{(2)}$, по крену и тангажу на угол $\delta_2 = -\delta/2$, этот маршрут должен выполняться с условиями $D = \text{const}, \delta_2 = \text{const}$ $\forall t \in [t_i^{(2)}, t_f^{(2)}]$ также за счет углового наведения КА в ОСК по углу тангажа θ , см. рис. 4, бордовый цвет.

Первая задача состоит в синтезе закона наведения КА для получения стереопары изображений участка на поверхности Земли при выполнении двух маршрутов его сканирования с требуемыми условиями $D = \text{const}, \delta_j = \text{const},$ j = 1,2, и соответствующими продольной и поперечной СДИ в центре матрицы ОЭП, а также для выполнения быстрого поворотного маневра спутника между этими маршрутами с рассчитанными краевыми условиями.

Если считать, что упругие панели солнечных батарей (СБ) жестко фиксированы на корпусе спутника с тензором инерции **J**, то модель динамики углового движения КА имеет вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_{q} \\ \mathbf{D}_{q}^{\mathrm{t}} & \mathbf{A}^{q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{\omega} \\ \mathbf{F}^{q} \end{bmatrix}.$$
(5)

Здесь столбцы $\mathbf{F}^{\omega} = -\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{D}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}^{\circ}) + \mathbf{M}^{g} + \mathbf{M}^{d}$ и $\mathbf{F}^{q} = -\mathbf{A}^{q} (\mathbf{V}_{q} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_{q} \mathbf{q})$; вектор $\mathbf{G}^{\circ} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$, где столбец $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_{i}\}$ представляет вектор КМ СГК; \mathbf{D}_{q} – матрица взаимовлияния вращательного движения КА с упругими перемещениями панелей СБ; $\mathbf{A}^{q}, \mathbf{V}_{q}$ и \mathbf{W}_{q} – диагональные матрицы нормированных масс, демпфирования и жесткости конструкции КА; \mathbf{M}^{g} – вектор управляющего момента СГК и вектор \mathbf{M}^{d} представляет внешние возмущающие моменты.

Для управления ориентацией КА применяется СГК на основе четырех ГД. На рис. 5 представлена каноническая схема 2-SPE (система 2 ножничных пар – 2 Scissored Pair Ensemble), состоящая из двух пар ГД с ортами КМ $\mathbf{h}_{n}(\beta_{n})$, $p = 1 \div 4$, область **S** вариации нормированного вектора КМ такого кластера $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) = \Sigma \mathbf{h}_{p}(\boldsymbol{\beta}_{p})$, где столбец $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$, и ее проекции на плоскости симметрии гироскопической СК $\operatorname{Ox}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}} y_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}} z_{\mathrm{c}}^{\mathrm{g}}$. Вектор КМ СГК имеет вид $\mathbf{H} = h_{g} \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})$, где h_{g} - одинаковое для всех ГД постоянное значение модуля собственного КМ. Вектор управляющего момента СГК M^g формируется в виде $\mathbf{M}^{g} = -\mathbf{H}^{*} = -h_{g}\mathbf{A}_{h}(\mathbf{\beta})\mathbf{u}^{g}, \quad \dot{\mathbf{\beta}} = \mathbf{u}^{g} \equiv \{\mathbf{u}_{p}^{g}\},$ где (·)* – символ локальной производной по времени и матрица $\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) \partial \boldsymbol{\beta}$. При цифровом управлении $\mathbf{u}_{k}^{g}(t) = \{\mathbf{u}_{pk}^{g}(t)\}$ с периодом T_u и столбцом дискретных команд $\mathbf{u}_k^{\mathrm{g}} = \{\mathbf{u}_{pk}^{\mathrm{g}}\}$ формируются кусочно-постоянные функфункции $u_{pk}^{g}(t) = u_{pk}^{g} \quad \forall t \in [t_{k}, t_{k+1}), \ t_{k+1} = t_{k} + T_{u}$, $k \in \mathbb{N}_{0} \equiv [0, 1, 2, ...)$ управления ГД и в результа-те СГК создает вектор управляющего гироскопического момента

 $\mathbf{M}_{k}^{g}(t) = -h_{g}\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}(t) \ \mathbf{u}_{k}^{g}(t); \dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_{k}^{g}(t).$ (6)

Измерение углового положения и угловой скорости КАвИСК (кватерниона Λ ивектора ω) выполняется БИНС [13] в моменты времени t_l , $l \in \mathbb{N}_0$, с периодом T_q , кратном периоду управления T_u . Пусть известен закон наведения спутника землеобзора $\Lambda^p(t), \omega^p(t), \dot{\omega}^p(t) = \varepsilon^p(t)$ в ИСК для выполнения маршрутов сканирующей стереосъемки и поворотных маневров КА между ними. Вторая задача состоит в синтезе закона цифрового управления СГК, обеспечивающего прецизионную стабилизацию углового движения КА при реализации рассчитанных законов наведения при сканирующей стереосъемке.

ЗАКОНЫ УГЛОВОГО НАВЕДЕНИЯ

Наряду с СК поля изображений $(O_i x^i, y^i, z^i)$ и ТСК (Sx^sy^sz) на рис. 2 вводятся

• ортогональная СК пространства предметов наблюдения $CX_c^hY_c^hZ_c^h$ с началом в точке С – «предметный» базис $\mathbf{P}_c = \{\mathbf{p}_i^c\}$ с ортами $\mathbf{p}_1^c, \mathbf{p}_2^c$ и \mathbf{p}_3^c по осям X_c^h, Y_c^h и Z_c^h соответственно, с основной «предметной» плоскостью $\mathbf{P}_c \equiv (Y_c^h CZ_c^h);$

• ортогональная СК поля видимых предметов ($Px^p y^p z^p$) с началом в точке Р и основной плоскостью $P_p \equiv (y^p P z^p)$ – «картинный» базис $\mathbf{P}_p = \{\mathbf{p}_i\}$, причем соответствующие

орты базисов **S** и \mathbf{P}_p взаимно параллельны и точка **P** принадлежит основной «предметной» плоскости \mathbf{P}_c

Пусть в плоскости Р_с задан орт **m** с произвольным геодезическим азимутом $A \in [-\pi, \pi]$, который классически отсчитывается от северного направления касательной к местному меридиану по часовой стрелке. Определим орт $\mathbf{l} = \mathbf{n}^{c}$, ортогональный «предметной» плоскости P_c базиса P_c , и орт $\mathbf{n} = \mathbf{l} \times \mathbf{m}$, принадлежащий плоскости P_c , см. рис. 2. Для удобства будем считать $A \in [0, 2\pi]$ и введем угол $B_A = \pi/2 - A$, дополняющий азимут A до $\pi/2$, причем отсчет угла B_A выполняется от восточного направления касательной к местной параллели стандартно – против часовой стрелки при взгляде с конца орта l. Маршрутный базис $\mathbf{P}_c^{\mathrm{m}}$ определяется в горизонтном геодезическом базисе \mathbf{H}_{c} тремя ортами $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ на основе соотношения $\mathbf{P}_c^m \equiv \{\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}\} = [B_A]_1 \mathbf{P}_c$, поэтому представления ортов **m** и **n** в базисе \mathbf{H}_{c} получаются в виде $\mathbf{m} = C_{B_{c}}\mathbf{p}_{2}^{c} + S_{B_{c}}\mathbf{p}_{3}^{c}$ и $\mathbf{n} = -S_{B_A}\mathbf{p}_2^c + C_{B_A}\mathbf{p}_3^c$. Общеизвестные тождества $C_{B_A} = \cos(\pi/2 - A) = -S_A$ и $S_{B_A} = \sin(\pi/2 - A) = C_A$ позволяют предста-вить полученные соотношения в явной зависимости от геодезического азимута А. Векторыстолбцы $\mathbf{l}_{c}^{e}, \mathbf{m}_{c}^{e}$ и \mathbf{n}_{c}^{e} из проекций ортов $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ в геодезическом базисе Е вычисляются по соотношению $\mathbf{x}_{c}^{e} = \mathbf{T}_{h}^{e}(B_{c}, L_{c})\mathbf{x}_{c}^{h}$, $\mathbf{x} = \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$, где матрица $\mathbf{T}_{h}^{e} = (\mathbf{T}_{e}^{h})^{t}$. В итоге орт целеуказания $\mathbf{v}_{s} = \mathbf{D}/D$, где вектор наклонной дальности $\mathbf{D} \equiv \mathbf{r}_{p} - \mathbf{r}_{o}$ точки Р по линии визирования из точки О, вычисляется по аналитическим соотношениям как в гринвичском базисе Е, так и в горизонтном базисе **H**_a.

Введем текущий «картинный» базис $\mathbf{P}_p^v = \{\mathbf{p}_i^v\}$ и текущую «картинную» плоскость \mathbf{P}_p^v , проходящую через точку Р (которая совпадает с точкой С) и ортогональную орту $\mathbf{s}_1 = \mathbf{p}_1^v = -\mathbf{v}_s$. Последнее условие выражается соотношением $\langle \mathbf{p}_1^v, \mathbf{a}_v \rangle = 0$, где \mathbf{a}_v – произвольный вектор, принадлежащий плоскости \mathbf{P}_p^v . Задача назначения ортов \mathbf{p}_2^v и \mathbf{p}_3^v в плоскости \mathbf{P}_p^v . Задача назначения ортов \mathbf{p}_2^v и \mathbf{p}_3^v в плоскости \mathbf{P}_p^v из условия совпадения направлений орта \mathbf{p}_2^v и проекции \mathbf{m}_2^v орта **m** на плоскость \mathbf{P}_p^v с определением требуемого положения всех трех ортов \mathbf{s}_i базиса **S** имеет аналитическое решение

$$\mathbf{s}_1 = \mathbf{p}_1^{\nu} = -\mathbf{v}_s; \, \mathbf{s}_2 = \mathbf{p}_2^{\nu} = \mathbf{p}_3^{\nu} \times \mathbf{p}_1^{\nu}; \\ \mathbf{s}_3 = \mathbf{p}_3^{\nu} = (\mathbf{p}_1^{\nu} \times \mathbf{m}) / |\mathbf{p}_1^{\nu} \times \mathbf{m}|.$$

Пусть «картинный» базис \mathbf{P}_p имеет требуемое текущее положение \mathbf{P}_p^{ν} , т.е. выполнено тождество $\mathbf{P}_p \equiv \mathbf{P}_p^{\nu}$. Для ортов маршрутного базиса $\mathbf{P}_c^{\mathrm{m}}$ справедливы соотношения $\mathbf{P}_c^{\mathrm{m}} = [B_A]_1 \mathbf{P}_c$ и $\mathbf{P}_c^{\mathrm{m}} = \mathbf{Q} \mathbf{P}_p^{\nu}$, где ортогональная матрица $\mathbf{Q} = || q_{ij} ||$ имеет компоненты $q_{1j} = \langle \mathbf{l}, \mathbf{p}_j^{\nu} \rangle$; $q_{2j} = \langle \mathbf{m}, \mathbf{p}_j^{\nu} \rangle$; $q_{3j} = \langle \mathbf{n}, \mathbf{p}_{j}^{\nu} \rangle, \ j = 1 \div 3,$ причем $q_{23} \equiv 0.$ Поэтому связь ортов «картинного» базиса $\mathbf{P}_p = \mathbf{P}_p^v$ и горизонтного базиса $\mathbf{H}_{c} = \mathbf{P}_{c} = \{\mathbf{p}_{i}^{c}\}$ в точке \mathbf{C} выражается как $\mathbf{P}_p = \mathbf{P}_p^v = \mathbf{\widetilde{CP}}_c^v$, где матри-ца перспективы наблюдения $\mathbf{\widetilde{C}} = \mathbf{Q}^t [B_A]_1$. Для определения связи координат точки М, представленной в геодезическом базисе $\dot{\mathbf{H}}_{c} = \mathbf{P}_{c}$ столбцом $\mathbf{M}^{h} = \{X_{m}^{h}, Y_{m}^{h}, Z_{m}^{h}\}$, с отображением этой же точки М в «картинном» базисе \mathbf{P}_{p} в виде столбца $\mathbf{M}^{p} = \{x^{p}, y^{p}, z^{p}\}$ необходимо учитывать совмещенность точек С и Р, а также взаимное угловое положение этих базисов. В итоге получаются соотношения в виде $\mathbf{M}^{p} = \widetilde{\mathbf{C}} \mathbf{M}^{h}$: $\mathbf{M}^{h} = \widetilde{\mathbf{C}}^{t} \mathbf{M}^{p}$, где матрица $\widetilde{\mathbf{C}} = \|\widetilde{c}_{ii}\| = \mathbf{C}_{h}^{p}$ представляет перспективу наблюдения – ориентацию текущего «картинного» базиса \mathbf{P}_{p}^{v} относительно базиса $\mathbf{P}_{c} = \mathbf{H}_{c}$. Если не учитывать кривизну земной по-

Если не учитывать кривизну земной поверхности в малой окрестности точки С, то точке М соответствует столбец координат $\mathbf{M}^{h} = \{0, Y_{m}^{h}, Z_{m}^{h}\}$. Отображение точки М в точку $\mathbf{M}'(y^{i}, z^{i})$ основной плоскости СК поля изображений удобно выполнять непосредственно в базисе **S** при использовании столбца $\mathbf{M}^{s} = \{x^{s}, y^{s}, z^{s}\}$ координат точки М в этом базисе и столбца $\mathbf{M}' = \{y^{i}, z^{i}\}$ координат точки M' в плоскости $y^{i}\mathbf{O}_{i}z^{i}$, см. рис. 2. Применение соотношений центральной проекции теории оптических систем и дифференцирование их по времени с учетом подвижности базиса **S** относительно ГСК при столбцах $\mathbf{\omega}_{e}^{s} = \{\mathbf{\omega}_{ei}^{s}\}$ и $\mathbf{v}_{e}^{s} = \{\mathbf{v}_{ei}^{s}\}$ (6) приводит к явному соотношению

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{y}}^{i} \\ \dot{\tilde{z}}^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}^{i} & 1 & 0 \\ \tilde{z}^{i} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \, \mathbf{v}_{e1} - \tilde{y} \, \boldsymbol{\omega}_{e3} + \tilde{z} \, \boldsymbol{\omega}_{e2} \\ q^{i} \tilde{\mathbf{v}}_{e2}^{s} - \boldsymbol{\omega}_{e3}^{s} - \tilde{z}^{i} \boldsymbol{\omega}_{e1}^{s} \\ q^{i} \tilde{\mathbf{v}}_{e1}^{s} + \boldsymbol{\omega}_{e2}^{s} + \tilde{y}^{i} \boldsymbol{\omega}_{e1}^{s} \end{bmatrix}$$
(7)

для вычисления вектора $\widetilde{\mathbf{V}}^i = \{\widetilde{V}^i_y, \widetilde{V}^i_z\}$ нормированной СДИ с компонентами $\widetilde{V}^i_y(\widetilde{y}^i, \widetilde{z}^i) \equiv \dot{\widetilde{y}}^i$ и $\widetilde{V}^i_z(\widetilde{y}^i, \widetilde{z}^i) \equiv \dot{\widetilde{z}}^i$. Здесь $\widetilde{y}^i = y^i / f_e$ и $\widetilde{z}^i = z^i / f_e$ являются нормированными фокальными координатами точки М, где f_e – эквивалентное фокусное расстояние телескопа, скалярная функция $q^i \equiv 1 - (\widetilde{c}_{21}\widetilde{y}^i + \widetilde{c}_{31}\widetilde{z}^i) / \widetilde{c}_{11}$ и компоненты вектора скорости поступательного движения КА

в ГСК, нормированные к дальности D, вычисляются по соотношению $\widetilde{v}_{ei}^s = v_{ei}^s/D$, $i = 1 \div 3$. Ориентация орта **m** маршрутного базиса

Р^m определяет требуемое расположение отображения столбцов матрицы ОЭП на «предметную» плоскость Р, а ориентация ортогонального ему орта n – требуемое расположение отображения строк матрицы ОЭП на эту же плоскость. Положение точки С в ГСК с заданным превышением h над земным эллипсоидом при известном орте целеуказания $\mathbf{v}_{s}^{e} = \{\mathbf{v}_{si}^{e}\}$ определяется из уравнений $\mathbf{r}_{c}^{e} = \mathbf{r}_{o}^{e} + d \mathbf{v}_{s}^{e}$ и $(\mathbf{X}_{c}^{e})^{2} + (\mathbf{Y}_{c}^{e})^{2} + (\mathbf{Z}_{c}^{e})^{2} / \beta_{p}^{2} = (a_{e} + \mathbf{h})^{2}$. Здесь скаляр *d* участвует в параметрическом представлении луча, направленного по орту целеуказания \mathbf{v}_s^e из точки S в сторону Земли, а параметр $\beta_p^2 \equiv 1 - e_p^2 = (1 - \alpha_p)^2$ характеризует сжатие земного эллипсоида. Совместное решение этих двух уравнений сводится к анализу уравнения $ad^2 + 2bd + c = 0$ относительно параметра *d* с коэффициентами *a*,*b* и *c*, которые вычисляются по явным соотношениям. В анализируемых условиях всегда коэффициент b < 0, поэтому наименьшее значение параметра $d = d^*$ вычисляется явно. Это дает возможность получения искомых координат точки С в геодезическом базисе Е и значения дальности $D = d^*$ этой точки относительно центра проектирования S, совмещенного с центром масс O спутника, по явным формулам $X_c^e = X_o^e + Dv_{s1}^e$, $Y_{c}^{e} = Y_{o}^{e} + Dv_{s2}^{e}$ и $Z_{c}^{e} = Z_{o}^{e} + Dv_{s3}^{e}$. Если выполняется сканирование с ВЗН

Если выполняется сканирование с ВЗН и выравниванием постоянной продольной СДИ в произвольной точке $(\tilde{y}_{*}^{i}, \tilde{z}_{*}^{i}) \Phi \Pi$ телескопа, то должны выполняться два условия: (i) компоненты вектора СДИ $\tilde{V}_{z}^{*}(\tilde{y}_{*}^{i}, \tilde{z}_{*}^{i}) = 0$, $\tilde{V}_{y}^{*}(\tilde{y}_{*}^{i}, \tilde{z}_{*}^{i}) = \tilde{W}_{y}^{i} = \text{const}$; (ii) перемещение изображения выровнено по столбцов матрицы ОЭП, $\partial \tilde{V}_{y}^{i}(\tilde{y}_{*}^{i}, \tilde{z}_{*}^{i}) / \partial \tilde{z}^{i} = 0$. Применение этих условий в универсальной формуле расчета поля скоростей (7) приводит к явному соотношению для вычисления всех трех компонентов вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{e}^{s}$ оптического базиса \mathbf{S} относительно геодезического базиса \mathbf{E} . Так, для маршрута сканирования с выравниванием продольной СДИ в центре $(\tilde{y}_{*}^{i}, \tilde{z}_{*}^{i}) = (0,0)$ матрицы ОЭП компоненты этого вектора определяются по элементарным соотношениям

$$\begin{split} \omega_{e_1}^s &= -\widetilde{v}_{e_2}^s \widetilde{c}_{31} / \widetilde{c}_{11}; \quad \omega_{e_2}^s = -\widetilde{v}_{e_3}^s; \\ \omega_{e_3}^s &= -\widetilde{W}_y^i + \widetilde{v}_{e_2}^s. \end{split}$$
 (8)

Несмотря на небольшой недостаток (монотонное искривление маршрута на земной поверхности), при такой съемке получается космическая видеоинформация самого высокого качества.

При простейшей трассовой съемке с постоянной продольной СДИ в центре матрицы ОЭП, которая выполняется с фиксированным положением линии визирования телескопа в ОСК, когда ее след на земной поверхности отражается линией, эквидистантной трассе спутника. При ортодромической съемке, которая обычно применяется для площадного землеобзора также с постоянной продольной СДИ в центре матрицы ОЭП, осевые линии маршрутов соответствуют геодезическим линиям заданной высоты над земным эллипсоидом. В процессе выполнения Сканирующей съемки этих видов компоненты $\widetilde{V}(0,0)$ и $\widetilde{V}(0,0)$ разградования славания в славания славания славания славания славания в с

 $\widetilde{V}_{_{y}}(0,\!0)$ и $\widetilde{V}_{_{z}}(0,\!0)$ вектора СДИ в точке ${\rm O}_{_{i}}(0,\!0)$ определяются из условий

$$\widetilde{V}_{y}(0,0) = 0; \ \widetilde{V}_{z}(0,0) = \widetilde{W}_{y}^{i},$$
 (9)

вектор СДИ в этой точке перпендикулярен оси $O_i z^i$ СК поля изображения и след оси визирования должен располагаться соответствующим образом на земном эллипсоиде.

При синтезе закона наведения КА для получения стереопары изображений заданного участка на земной поверхности в процессе выполнения маршрутов его сканирования с двумя ракурсами следует учитывать, что невозможно обеспечить строгое постоянство продольной СДИ в центре матрицы ОЭП при соблюдении основного условия D = const стереосъемки, здесь приходится изменять текущие значения азимута маршрута и продольной СДИ в центре матрицы ОЭП.

Начало А первого маршрута съемки (MC1) определяется из условия достижения значения угла $\delta_1 = \delta/2$ между траверсом точки A на орбитальное положение КА и ортом целеуказания **v**_s на эту точку при заданном угле конвергенции δ . Это условие определяет также момент времени $t_{i}^{(1)}$ начала MC1 и дальность $D_{i}^{(1)}$ наблюдения точки А. Выполняется расчет закона углового наведения КА, движущегося по известной орбите, на первом шаге малой длительности T_s по соотношениям (8) при итерационной вариации значений азимута А маршрута и продольной СДИ так, чтобы в результате выполнения такого шага дальность D наблюдения достигнутой точки на земном эллипсоиде была равна $D_{i}^{(1)} \equiv D$. Далее описанная процедура повторяется с периодом T_s в очередной достигнутой точке МС1 и процесс численного построения закона углового наведения КА на первом маршруте съемки завершается по превышению заданной длины скана $L_{\rm S}^{(1)}$ MC1 на земном эллипсоиде. Момент времени $t_i^{(2)}$ начала второго маршрута съемки (MC2) определяется из условия достижения дальности D наблюдения точки A при значении угла $\delta_2 = -\delta/2$ между траверсом этой точки на спутник и ортом целеуказания \mathbf{v}_{e} на точку А. Для совпадения MC1 и МС2 на земном эллипсоиде шаги численного построения закона углового наведения КА на втором маршруте выполняются также с периодом $T_{\rm s}$, но с обеспечением постоянства дальности наблюдения *D* при начальном азимуте $A(t_i^{(1)})$ за счет итерационной вариации значения продольной СДИ \widetilde{W}^i_{v} , когда компоненты вектора СДИ в точке $O_i(0,0)$ определяются из условий (9), ортогональности в этой точке вектора СДИ и оси $O_i z^i$ СК поля изображения, а также совпадения следа оси визирования телескопа на земном эллипсоиде с центральной линией MC1. Процесс такого построения закона углового наведения на втором маршруте завершается по превышению длины $L_{\rm S}^{(2)} = L_{\rm S}^{(1)}$ MC2. Аналитическое представление законов угло-

Аналитическое представление законов углового наведения спутника в ИСК при известных численных данных для двух маршрутов сканирующей стереосъемки основывается на интерполяции этих данных векторной функцией МПР σ как векторного сплайна седьмого порядка с 8 трехмерными столбцами коэффициентов, которые вычисляются на основе (2) и (3) с помощью аналитических соотношений [14]. Краевые условия для поворотного маневра КА между этими маршрутами стереосъемки рассчитываются также на основе явных аналитических соотношений.

Синтез закона углового наведения спутника при выполнении ПМ на интервале времени $t \in [t_i^p, t_f^p]$ с известными краевыми условиями $\mathbf{\Lambda}(t_i^p) = \mathbf{\Lambda}_i; \mathbf{\omega}(t_i^p) = \mathbf{\omega}_i; \mathbf{\varepsilon}(t_i^p) = \mathbf{\varepsilon}_i;$

$$\mathbf{\Lambda}(t_{\rm f}^{\,p}) = \mathbf{\Lambda}_{\rm f}; \mathbf{\omega}(t_{\rm f}^{\,p}) = \mathbf{\omega}_{\rm f}; \mathbf{\varepsilon}(t_{\rm f}^{\,p}) = \mathbf{\varepsilon}_{\rm f}; \dot{\mathbf{\varepsilon}}(t_{\rm f}^{\,p}) = \dot{\mathbf{\varepsilon}}_{\rm f}$$
⁽¹⁰⁾

выполняется при ограничениях на модули векторов его угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$, углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ и производной $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$ по времени. При балансе СУО по вектору КМ \mathbf{G}° с условием $\mathbf{G}^{\circ} \equiv \mathbf{0}$ модель динамики его углового движения принимает вид $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon}$ с вектором углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}^{\mathrm{g}}$, а модель углового движения – кинематическое представление

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda} \circ \mathbf{\omega}/2; \ \dot{\mathbf{\omega}} = \mathbf{\varepsilon}; \ \dot{\mathbf{\varepsilon}} = \mathbf{\varepsilon}^* = \mathbf{v}.$$
(11)

Разработанный закон углового наведения КА при поворотном маневре основывается на необходимом и достаточном условии разрешимости классической задачи Дарбу. Здесь решение представляется как результат сложения трех одновременно происходящих элементарных поворотов «вложенных» базисов \mathbf{E}_k вокруг ортов \mathbf{e}_k , $k = 1 \div 3$ осей Эйлера, положение которых определяется по краевым условиям (10) модели (11). При этом кватернион $\mathbf{\Lambda}(t)$ определяется произведением $\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{\Lambda}_i \circ \mathbf{\Lambda}_1(t) \circ \mathbf{\Lambda}_2(t) \circ \mathbf{\Lambda}_3(t)$, где $\mathbf{\Lambda}_k(t) \equiv (\cos(\varphi_k(t)/2), \mathbf{e}_k \sin(\varphi_k(t)/2))$, функция $\varphi_k(t)$ определяет угол k -го поворота, $k = 1 \div 3$. Векторы $\mathbf{\omega}(t)$, $\mathbf{\varepsilon}(t)$, $\mathbf{\varepsilon}^*(t) \equiv \dot{\mathbf{\varepsilon}}(t)$ представляются в аналитическом виде при за-

представляются в аналитическом виде при задании сплайнов $\phi_{k}(t)$ различных порядков с использованием в общем случае трех участков заданного интервала ПМ [14]: 1) участок разгона с оптимизацией по быстродействию при ограничениях, где КА из заданных краевых условий на левом конце траектории переводится на движение с постоянным вектором угловой скорости по орту e_3 ; 2) участок движения с вектором угловой скорости по орту е₃; 3) завершающий участок движения КА с гарантированным выполнением заданных краевых условий на правом конце траектории ПМ при использовании векторных сплайнов шестого порядка. При этом все параметры сплайнов $\phi_k(t)$ вычисляются по явным соотношениям.

ЗАКОНЫ УПРАВЛЕНИЯ СГК

Отсчет углов гиродинов β_p в схеме 2-SPE представлен на рис. 6. Все внутренние сингулярные состояния этой схемы СГК являются проходимыми, применяемый явный закон настройки СГК позволяет исключить избыточность данного кластера с вектором КМ $\mathbf{H} = h_g \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})$. При проекциях ортов КМ гиродинов $x_1 = \cos \beta_1$; $x_2 = \cos \beta_2$; $y_1 = \sin \beta_1$; $y_2 = \sin \beta_2$; $x_3 = \sin \beta_3$; $x_4 = \sin \beta_4$; $z_3 = \cos \beta_3$; $z_4 = \cos \beta_4$ (см. рис. 6) и введении обозначений



Рис. 6. Отсчет углов ГД схемы 2-SPE

$$x_{12} = x_1 + x_2; \ y_{12} = y_1 + y_2; \\ \widetilde{x}_{12} = x_{12} / \sqrt{4 - y_{12}^2}; \\ x_{34} = x_3 + x_4; \ z_{34} = z_3 + z_4; \\ \widetilde{x}_{34} = x_{34} / \sqrt{4 - z_{34}^2};$$

функция распределения вектора нормированного КМ СГК $h(\beta)$ между парами ГД с фиксированным параметром ρ принимается в виде

$$f_{\rho}(\boldsymbol{\beta}) \equiv \widetilde{x}_{12} - \widetilde{x}_{34} + \rho(\widetilde{x}_{12}\widetilde{x}_{34} - 1) = 0,$$

где $0 < \rho < 1$. При этом внутри области **S** остаются сингулярными два одномерных множества

$$S_{y} = \{ (x/(2\rho))^{2} + (z/2)^{2} = 1, x < 0; y = 0, |y_{1}| = |y_{2}| = 1 \}; S_{z} = \{ (x/(2\rho))^{2} + (y/2)^{2} = 1, x > 0; z = 0, |z_{3}| = |z_{4}| = 1 \},$$

где $\mathbf{X} = x_{12} + x_{34}$, $\mathbf{Y} = y_{12}$, $\mathbf{Z} = z_{34}$ и учтены направления запрещенного перераспределения вектора КМ СГК между парами ГД при условии $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}(t)) \in \mathbf{S}_{yz} \equiv \mathbf{S}_y \cup \mathbf{S}_z$. Явный закон настройки СГК по схеме 2-*SPE* принимается в форме $D^+ f_{\rho}(\boldsymbol{\beta}) = \Phi_{\rho}(f_{\rho}(\boldsymbol{\beta}), \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}))$. Здесь функция $\Phi_{\rho}(\cdot) \equiv \begin{cases} -\text{Sat}(\phi_{\rho}, \mu_{\rho} f_{\rho}(\boldsymbol{\beta})) & \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) \in \mathbf{S} \setminus \mathbf{Q}_{yz}; \\ \phi_{\rho} \operatorname{Relh}(a_s, l_{\rho}, r_s) & \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) \in \mathbf{Q}_s, \mathbf{s} = y, z, \end{cases}$

 D^+ – символ правой производной по времени, $\phi_{
ho}$, $\mu_{
ho}$ и $l_{
ho}$ – положительные параметры и используются нелинейные функции

$$\operatorname{Relh}(a, l_{\rho}, x) \equiv \begin{cases} 1 & x > -l_{\rho} \\ -1 & x < l_{\rho} \end{cases};$$

$$\operatorname{Relh}(a_{s}, l_{\rho}, r_{s}(\boldsymbol{\beta}(t_{0}) = a_{s} \in \{-1; 1\};$$

$$r_{y} \equiv M_{\pi}(\beta_{1} - \beta_{2} - \pi), r_{z} \equiv M_{\pi}(\beta_{3} - \beta_{4} - \pi);$$

$$M_{\pi}(\alpha) \equiv \begin{cases} \alpha & |\alpha| \le \pi; \\ \alpha - 2\pi \operatorname{Sign}(\alpha) |\alpha| > \pi. \end{cases}$$

Для однозначного определения столбца $\mathbf{u}^g = \{\mathbf{u}_p^g\}$ к основному соотношению $\mathbf{M}^g = -h_g \mathbf{A}_h(\mathbf{\beta}) \mathbf{u}^g$ добавляется закон настройки СГК в форме

$$\langle \mathbf{a}_{\rho}^{\mathrm{f}}, \mathbf{u}^{\mathrm{g}} \rangle = \Phi_{\rho}(f_{\rho}(\boldsymbol{\beta}), \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})),$$
 (12)

где столбец $\mathbf{a}_{\rho}^{\mathrm{f}}(\boldsymbol{\beta}) = \partial f_{\rho}(\boldsymbol{\beta}) / \partial \boldsymbol{\beta}$. При заданном векторе \mathbf{M}^{g} получается система линейных уравнений $\{\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}), (\mathbf{a}_{\rho}^{\mathrm{f}})^{\mathrm{t}}\}\mathbf{u}^{\mathrm{g}} = \{-\mathbf{M}^{\mathrm{g}} / h_{\mathrm{g}}, \Phi_{\rho}(\cdot)\}$ относительно компонентов $\mathbf{u}_{p}^{\mathrm{g}}$ столбца $\mathbf{u}^{\mathrm{g}} = \{\mathbf{u}_{p}^{\mathrm{g}}\}$, которая разрешается по явным аналитическим соотношениям. При цифровом управлении $\mathbf{u}_{k}^{\mathrm{g}}(t) = \{\mathbf{u}_{pk}^{\mathrm{g}}(t)\}$ с периодом T_{u} и столбце дискретных команд $\mathbf{u}_{k}^{\mathrm{g}}$ формируются кусочно-постоянные функции $\mathbf{u}_{pk}^{\mathrm{g}}(t) = \mathbf{u}_{pk}^{\mathrm{g}}$ $\forall t \in [t_k, t_{k+1}), t_{k+1} = t_k + T_u, k \in \mathbb{N}_0$, управления гиродинами и СГК создает вектор управляющего гироскопического момента (6) с законом настойки (12) в дискретной форме.

ЗАКОНЫ УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ СПУТНИКА

При законе наведения КА $\Lambda^{p}(t), \omega^{p}(t), \varepsilon^{p}(t)$ в ИСК кватерниону $\mathbf{E} = (e_{0}, \mathbf{e}) = \widetilde{\Lambda}^{p} \circ \Lambda$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_{i}\}$ соответствует вектор параметров Эйлера $\boldsymbol{E} = \{e_{0}, \mathbf{e}\}$ и матрица угловой погрешности $\mathbf{C}^{e}(\boldsymbol{E}) = \mathbf{I}_{3} - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_{e}^{t}$, где $\mathbf{Q}_{e} = \mathbf{I}_{3}e_{0} + [\mathbf{e}\times]$. После дискретной фильтрации измеренных с периодом T_{q} значений векторов углового рассогласования $\varepsilon_{l} = -2e_{0l}\mathbf{e}_{l}$ и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{l}, \ l \in \mathbb{N}_{0}$, формируются значения векторов ε_{k}^{f} и $\boldsymbol{\omega}_{k}^{f}, \ k \in \mathbb{N}_{0}$, которые применяются в цифровом законе управления СГК с периодом T_{u} :

 $\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\mathbf{g}_{k} + \mathbf{C}\mathbf{\varepsilon}_{k}^{\mathrm{f}}; \quad \widetilde{\mathbf{m}}_{k} = \mathbf{K}\mathbf{g}_{k} + \mathbf{P}\mathbf{\varepsilon}_{k}^{\mathrm{f}}; \\ \mathbf{M}_{k}^{\mathrm{g}} = \mathbf{\omega}_{k}^{\mathrm{f}} \times \mathbf{G}_{k}^{\mathrm{o}} + \mathbf{J}(\mathbf{C}_{k}^{\mathrm{e}}\mathbf{\varepsilon}_{k}^{p} + [\mathbf{C}_{k}^{\mathrm{e}}\mathbf{\omega}_{k}^{p} \times]\mathbf{\omega}_{k}^{\mathrm{f}} + \widetilde{\mathbf{m}}_{k}),$ ⁽¹³⁾ где $\mathbf{G}_{k}^{\mathrm{o}} = \mathbf{J}\mathbf{\omega}_{k}^{\mathrm{f}} + \mathbf{H}_{k}$ и матрица $\mathbf{C}_{k}^{\mathrm{e}} = \mathbf{C}^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\mathcal{E}}_{k}).$

компьютерная имитация

Компьютерная имитация была выполнена для спутника землеобзора на солнечно-синхронной орбите (ССО) высотой 720 км. Тензор инерции КА **J** = diag{812; 587; 910} кгм², в его модели (1), (5) значения парциальных частот первого тона Ω_{j}^{1} и декремента δ упругих колебаний каждой панели СБ таковы: $\Omega_j^1 \approx 0.6$ р/с (частота ≈ 0.1 Гц) и $\delta = 0.01$. Учитывался шум БИНС с СКО $\sigma^a = 1$ угл. сек и $\sigma^{\omega} = 0.33 \cdot 10^{-4}$ град/с при измерении соответственно углового положения и угловой скорости КА с периодом $T_a = 1/8$ с, дискретная фильтрация измерений выполнялась с этим же периодом, а цифровое управление СГК при модуле КМ ГД $h_g = 100$ Нмс формировалось с периодом $T_u = 1/4$ с. Учитывались ограничения $|\omega(t)| \leq 1.5$ град/с и $|\mathbf{\varepsilon}(t)| \le 0.2$ град/с² на модули векторов угловой скорости и углового ускорения корпуса КА, обусловленные ограниченными ресурсами СГК по допустимой области вариации вектора его КМ и допустимым скоростям угловых перемещений ГД.

Маршруты съемки, в том числе стереосъемки с углом конвергенции $\delta = 30$ град, представлены на рис. 7. Здесь при отчете времени от момента прохождения КА восходящего узла орбиты отмечены

 трассовая сканирующая съемка, маршрут Триполи, *t* ∈ [539.25, 549.25] с;



Рис. 7. Маршруты съемки на карте

 ПМ маршрут Триполи ⇒ стерео МС1 Тунис, *t* ∈ [549.25,580.75] с;

• стерео MC1 Тунис с азимутом *A* = −13.42 град, точки **i**₁₁и **f**₁₁, *t* ∈ [580.75, 591.25] с;

• ПМ стерео MC1 Тунис \Rightarrow стерео MC2 Тунис, $t \in [591.25, 647.25]$ с;

• стерео MC2 Тунис с азимутом A = -13.42град, точки \mathbf{i}_{12} и \mathbf{f}_{12} , $t \in [647.25,658]$ с;

 ПМ стерео MC2 Тунис ⇒ стерео MC1 Флоренция, t ∈ [658,690.75] с;

• стерео МС1 Флоренция с азимутом A = -14.18 град, точки \mathbf{i}_{21} и \mathbf{f}_{21} , $t \in [690.75, 701.5]$ с;

• ПМ стерео МС1 Флоренция ⇒ стерео МС2 Флоренция, *t* ∈ [701.5,756] с;

• стерео МС2 Флоренция с азимутом



Рис. 8. Закон углового наведения КА для выполнения заданных маршрутов съемки



Рис. 9. Погрешности реализации закона наведения и угловые скорости гиродинов

A = -14.18 град, точки \mathbf{i}_{22} и \mathbf{f}_{22} , $t \in [756, 766.75]$ с; • ПМ стерео МС2 Флоренция ⇒ маршрут Франкфурт, $t \in [766.75, 810.75]$ с;

• съемка с выравниванием, маршрут Франкфурт с азимутом A = -45 град, $t \in [810.75, 820.75]$ с. На рис. 8 приведен синтезированный закон наведения спутника для выполнения маршрутов сканирующей съемки указанных видов и поворотных маневров между ними. Здесь первые два графика представляют ориентацию ССК относительно ИСК (вектор МПР $\sigma = \{\sigma_i\}$) и ОСК (углы крена $\phi_1 = \gamma$, синий цвет; рыскания $\phi_2 = \psi$, зеленый цвет и тангажа $\phi_3 = \theta$, красный цвет). На следующих двух графиках представлены изменения компонентов векторов угловой скорости и углового ускорения, помеченные такими же цветами, и дополнительно приведены вариации модулей этих векторов, отмеченные черным цветом.

Графические результаты на рис. 9 xaрактеризуют эффективность работы гиросиловой СУО с синтезированными алгоритмами цифрового управления СГК при реализации рассчитанного закона наведения, см. рис. 8. Здесь приведены компоненты векторов погрешностей $\delta \phi \equiv \{\delta \phi_i\} = 2e_0 \mathbf{e}$ и $\delta \boldsymbol{\omega} \equiv \{\delta \omega_i\} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}^{e}(\boldsymbol{E}) \boldsymbol{\omega}^{p}(t)$ по углам и угловым скоростям, помеченные указанными выше цветами, а также угловые скорости гиродинов. Выполненный анализ движения изображения в ФП телескопа [15] для всех рассмотренных маршрутов сканирующей съемки показал, что реализованная СУО точность наведения и стабилизации углового движения спутника землеобзора гарантирует отсутствие «смаза» получаемого электронного изображения для всего набора матриц оптико-электронных преобразователей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны методы синтеза законов наведения и цифрового гиросилового управления ориентацией спутника землеобзора при сканируюшей стереоскопической съемке. Законы углового наведения основаны на аналитических соотношениях, связывающих движение изображения в ФП телескопа с кинематическими параметрами пространственного перемещения спутника относительно земной поверхности при обеспечении постоянных значений дальности наблюдения и угла конвергенции в процессе сканировании с двух ракурсов. Разработанные методы цифрового управления ориентацией КА с помощью минимально-избыточного кластера гиродинов обеспечивают формирование такого управления по явным аналитическим соотношениям. Представлены результаты компьютерной имитации стереосъемки двух участков земной поверхности, выполняемых спутником землеобзора на ССО. Показано, что точность гиросиловой СУО спутника позволяет получать электронные изображения высокого качества при стереоскопической съемке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Пеллинен Л.П. Высшая геодезия. М.: Недра. 1978.
- 2. *Морозов В.П.* Курс сфероидической геодезии. М.: Недра. 1979.
- 3. *Урмаев М.С.* Орбитальные методы космической геодезии. М.: Недра, 1981.
- 4. *Бугаевский Л.М., Портнов А.М.* Теория одиночных космических снимков. М.: Недра. 1984.
- 5. Баранов В.Н., Бойко Е.Г., Краснорылов И.И. и др. Космическая геодезия. М.: Недра. 1986.
- 6. *Seeber G.* Satellite Geodesy. 2nd ed. New York: Walter de Gruyter. 2003.
- Сомов Е.И., Бутырин С.А. Экономичные способы обеспечения высокой информативности землеобзора при гиросиловом наведении космических аппаратов // Известия Самарского научного цен-

тра РАН. 2009. Том 11. № 3. С. 141-152.

- Сомов Е.И., Бутырин С.А. Технология обработки сопровождающей измерительной информации для высокоточной координатной привязки космических снимков // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Том 11. № 5. С. 156-163.
- Somov S., Somov Ye., Butyrin S., Butko A. Optimizing the guidance and control laws at the space optoelectronic observation // Proceedings of 18th IFAC World Congress. 2011. P. 2078-2083.
- Сомов Е.И., Бутырин С.А. Алгоритмы наведения и гиросилового управления ориентацией спутников землеобзора при сканирующей оптико-электронной съемке // Сб. трудов научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления». М.: Институт космических исследований РАН. 2012. С. 61-69.
- 11. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е., Сомов С.Е. Оптимизация режимов сканирующей оптикоэлектронной съемки и 3D-анимация движения маневрирующего спутника землеобзора // Техническое зрение. 2013. № 1. С. 15-22.
- 12. *Somov Ye., Butyrin S., Somov S.* Satellite guidance and gyromoment attitude control at an area scanning land-survey // Proceedings of 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. 2017. P 553-558.
- 13. *Somov Ye., Butyrin S.* Digital signal processing in astroinertial system for attitude and angular rate determination of a maneuvering land-survey satellite // Proceedings of 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. 2017. P. 559-563.
- Somov Ye., Butyrin S., Somova T. Synthesis of the vector spline guidance laws for a land-survey satellite at scanning observation and rotational maneuvers // Proceedings of 2016 International Conference "Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems". Moscow. 2016. P. 1-4.
- 15. Сомов Е.И., Бутырин С.А. Анализ движения изображения в космическом телескопе землеобзора при сканирующей съемке // Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI международной Четаевской конференции. Казань: КНИ-ТУ-КАИ. 2017. Том 3. Управление. Часть III. С. 53-66.

GUIDANCE AND GYROMOMENT ATTITUDE CONTROL OF LAND-SURVEY SATELLITE AT A SCANNING STEREOSCOPIC OBSERVATION

© 2017 Ye.I. Somov, S.A. Butyrin

Samara Scientific Centre, Russian Academy of Sciences

We have considered the problem on guidance and attitude control of a land-survey satellite during a scanning stereo-observation. For synthesis of the attitude guidance law we use our relations which connect an image motion with kinematic parameters of the satellite spatial replacement with respect to the Earth surface. Moreover the fixed values must be provided for a range of observation and angle of convergence when the scanning is carried out from two views. We present elaborated methods for the satellite angular guidance and digital attitude control by cluster of four gyrodines. We represent results of a computer simulation for stereo-surveying the two parts of the Earth surface performed by the satellite in a sun-synchronous orbit. *Keywords:* land-survey satellite, scanning stereo-observation, guidance, control

Yevgeny Somov, Candidate of Technics, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Dynamics and Motion Control Department. E-mail: e somov@mail.ru Sergey Butyrin, Candidate of Technics, Senior Research Fellow at the Dynamics and Motion Control Department. E-mail: butyrinsa@mail.ru