

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО (МОДЕЛЬ МЯГКИХ ЯДЕР) ДЛЯ ПРЯМОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

© 2018 В.В. Никонов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

Статья поступила в редакцию 16.02.2018

В статье решается задача прямого численного моделирования течения разреженного газа методом Монте-Карло. Рассмотрены четыре варианта задачи одномерного течения газа с помощью оригинального метода Монте-Карло и его модификации. По результатам численного моделирования можно сделать вывод, что модифицированный метод Монте-Карло более быстр по сравнению с оригинальным методом.

Ключевые слова: разреженный газ, прямое моделирование, численное моделирование, метод Монте-Карло, одномерное течение.

DOI: 10.24411/1990-5378-2018-00039

ВВЕДЕНИЕ

Первый вероятностный метод моделирования течений с поверхностями отражения был введен Naviland и Lavin [1] и назывался метод тестовых частиц Монте-Карло.

Данный метод применялся для моделирования течений без столкновений и имел дело со сложными течениями, которые включают многоповерхностные отражения. При моделировании переходных режимов становится необходимым вычислять типичные межмолекулярные столкновения в дополнение к молекулярно-поверхностному взаимодействию.

Метод, учитывающий межмолекулярные столкновения, был в первый раз применен Bird к задаче релаксации однородного газа [2], и назывался метод моделирования Монте-Карло. Далее данный метод был применен Bird к моделированию задачи о распространении ударной волны [3]. Hammersley и Handscomb [4] установили, что методы Монте-Карло работают в области экспериментальной математики, которая связана с теорией вероятности. Они также применили термин «прямое моделирование» к расчету вероятностных задач данным методом. В настоящей работе используется дальнейшее развитие метода прямого моделирования Монте-Карло (ПММК) [5, 6].

1. ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА МЕТОДА

В работе рассматриваются схемы метода ПММК для случая одномерного течения, хотя для частиц вычисляются все три компонента

*Никонов Валерий Владимирович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов.
E-mail: v_nikonov@mail.ru*

скорости, но учитываются перемещения частиц только вдоль оси OX. В методе, описанном в [5], область течения разбивается основной и вспомогательной однородными сетками. Основная сетка имеет квадратные ячейки, при этом в каждой ячейке содержится несколько подъячеек вспомогательной сетки. В начальный момент времени в ячейках сетки располагаются частицы случайным образом с компонентами скорости:

$$\begin{aligned} v_1 &= u_m a \cos \theta \cos \varphi, \\ v_2 &= u_m a \cos \theta \sin \varphi, \\ v_3 &= u_m a \sin \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$$a = \sqrt{-\ln(R')}, \quad (2)$$

где R' – случайная величина из диапазона $R' \in (0, 1)$,

$$\varphi = 2\pi R', \quad (3)$$

$$\theta = \pi(R' - 1/2), \quad (4)$$

$$u_m = \sqrt{2kT_\infty / m_m}, \quad (5)$$

где k – постоянная Больцмана, T_∞ – температура течения, m_m – молекулярная масса.

После чего частицы перемещаются со своей скоростью за шаг по времени Δt в новое положение

$$x^i = x^{i-1} + v_1^{i-1} \Delta t. \quad (6)$$

Если частицы вылетают за расчетную область, то они удаляются. При этом, если число частиц становится меньше максимального числа частиц, то новые частицы добавляются в течение. После этого заполняются вспомогательные массивы, ставящие в соответствие каждой ячейке сетки несколько частиц, которые в ней находятся. Причем в оригинальной программе Bird [5] заполняется также массив, ставящий в

соответствие каждой подъячейке сетки частицы газа, которые в ней находятся. В предлагаемой модифицированной программе данный шаг отсутствует, так как вспомогательная сетка с подъячейками была исключена из схемы метода ПММК.

На следующем шаге алгоритма вычисляются скорости после столкновения частиц. В оригинальной программе [5] выбирается пара частиц для столкновения из подъячеек, ближайших к рассматриваемой ячейке, методом случайного выбора, но в пределах одной ячейки сетки. В предлагаемой модифицированной схеме метода пары частиц выбираются сразу из рассматриваемой ячейки сетки методом случайного выбора, что сильно упрощает алгоритм.

Компоненты относительной скорости двух столкнувшихся частиц l и m определяются следующим образом

$$u_j = v_{jl} - v_{jm}, \quad j = (\overline{1,3}). \quad (7)$$

Относительная скорость частиц по модулю определится как

$$v^* = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}. \quad (8)$$

Если выполняется условие

$$|\alpha - 1| < 0.001, \quad (9)$$

то расчет ведется по модели твердых ядер, в противном случае расчет выполняется по модели мягких ядер. Здесь α – величина обратная параметру разброса в модели мягких ядер.

Промежуточные величины скорости для модели мягких ядер рассчитываются с помощью следующих формул:

$$u_1^* = u_1 \cos \chi + d \sin \chi \sin \varphi,$$

$$u_2^* = u_2 \cos \chi + \sin \chi (v^* u_3 \cos \varphi - u_1 u_2 \sin \varphi) / d, \quad (10)$$

$$u_3^* = u_3 \cos \chi - \sin \chi (v^* u_2 \cos \varphi + u_1 u_3 \sin \varphi) / d,$$

где

$$d = \sqrt{u_2^2 + u_3^2}, \quad (11)$$

$$\varphi = 2\pi R', \quad (12)$$

$$\cos \chi = 2R'^{\alpha} - 1. \quad (13)$$

Скорости частиц после столкновения вычисляются по скоростям центра масс частиц l и m до столкновения и скоростям, определяемым по формулам (10),

$$v'_{jl} = \frac{v_{jl} + v_{jm} + u_j^*}{2},$$

$$v'_{jm} = \frac{v_{jl} + v_{jm} - u_j^*}{2}, \quad j = (\overline{1,3}). \quad (14)$$

После этапа столкновений частиц следует этап вычисления параметров потока. Параметры потока, как и в [5], рассчитываются каждые че-

тыре шага по времени. Скорость потока в k -ой ячейке сетки определяется следующим образом

$$\bar{v}_{jk} = \frac{\sum_{m=1}^{M_k} v'_{jkm}}{M_k}, \quad (15)$$

где v'_{jkm} – j -ая компонента скорости m -ной частицы в k -ой ячейке сетки; M_k – число образцов для измерений в k -ой ячейке сетки.

На этом численная схема метода завершается и происходит переход к следующему шагу по времени.

2. НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Было рассмотрено четыре варианта течения:

1) Одномерная область, открытая с обеих границ, в которой в начальный момент времени размещались частицы со случайными скоростями. С левой границы области в нее добавлялись частицы со случайными скоростями, а с правой частицы могли свободно вылетать из нее. Расчет производился по модели мягких ядер, величина, обратная параметру разброса, принимается равной $\alpha = 0.1$.

2) Такое же течение, как в первом случае, величина, обратная параметру разброса, $\alpha = 0.5$.

3) Такое же течение, как в первом случае. С левой границы области в нее добавлялись частицы со скоростями 400 м/с плюс скорость случайного блуждания, $\alpha = 0.1$.

4) Такое же течение, как в третьем случае, когда $\alpha = 0.5$.

Расчетная область представляла собой отрезок длиной 1 м. Однородная сетка состояла из 50 ячеек и 400 подъячеек. Температура газа в области [в выражении (5)] равнялась 300 К. Время моделирования составляло 2 с.

В модифицированном методе ПММК удалось добиться снижения времени счета на 22 %.

На рис. 1 - 4 представлены результаты, полученные с помощью оригинального метода ПММК в сравнении с результатами модифицированного метода.

ВЫВОДЫ

По численным результатам моделирования методом ПММК рассмотренных задач можно сделать вывод, что модифицированный метод ПММК позволяет получать результаты аналогичные результатам оригинального метода Bird [5], при этом его алгоритм более прост. Кроме того, удалось добиться снижения времени счета на 22 %.

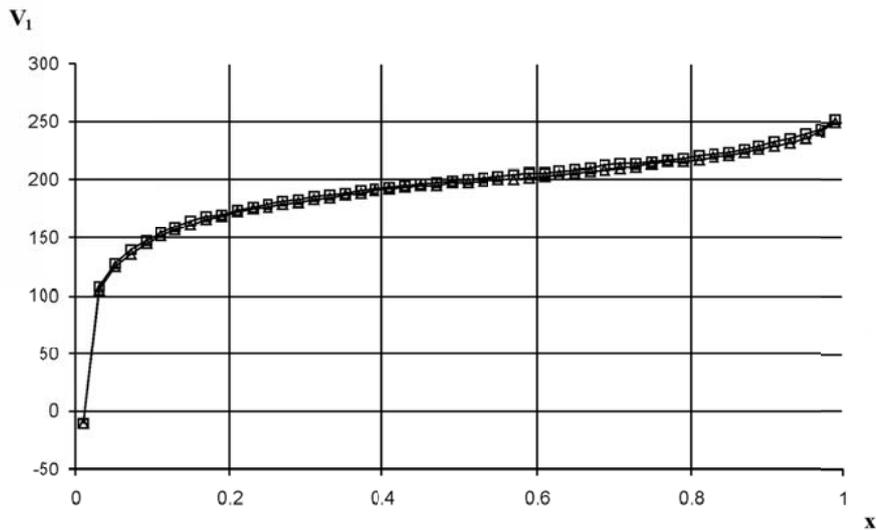


Рис. 1. Распределение скорости для первого варианта течения:
—▲— метод ПММК Bird [5], —■— модификация метода ПММК Bird

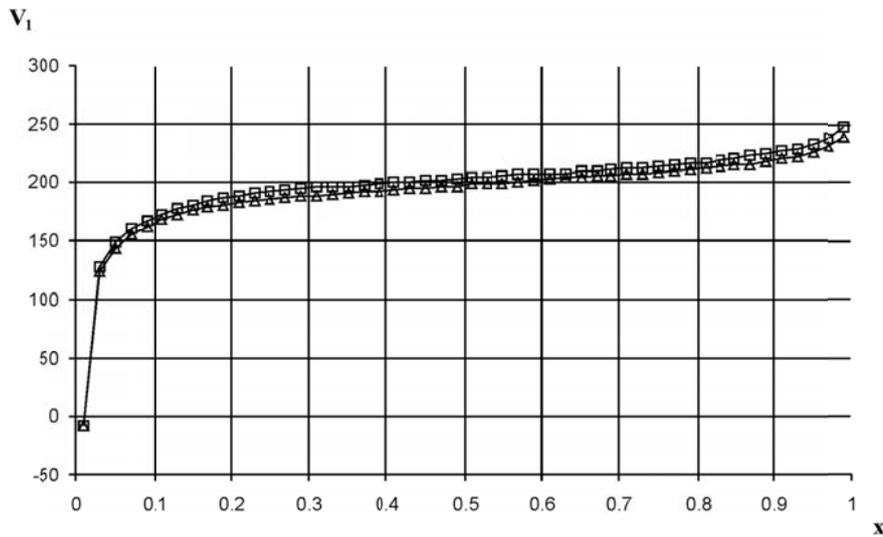


Рис. 2. Распределение скорости для второго варианта течения:
—▲— метод ПММК Bird [5], —■— модификация метода ПММК Bird

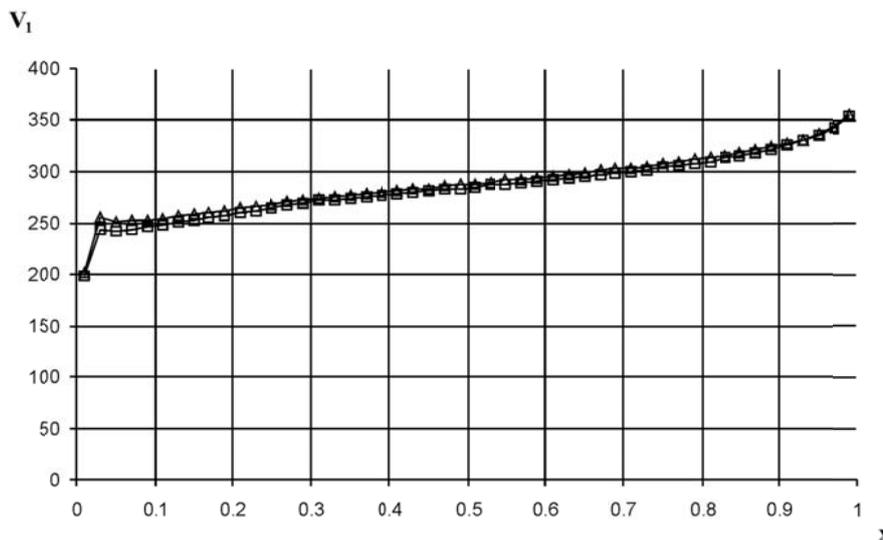


Рис. 3. Распределение скорости для третьего варианта течения:
—▲— метод ПММК Bird [5], —■— модификация метода ПММК Bird

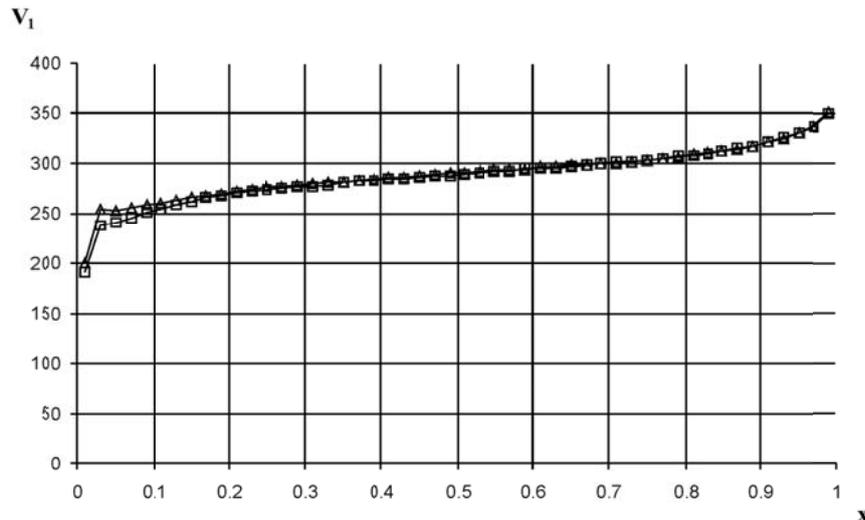


Рис. 4. Распределение скорости для четвертого варианта течения:
 —▲— метод ПММК Bird [5], —■— модификация метода ПММК Bird

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Haviland, J.K.</i> Applications of the Monte Carlo method to heat transfer in a rarefied gas / <i>J.K. Haviland, M.L. Lavin</i> // <i>Phys. Fluids</i>. V.5. 1962. Pp. 1399-1405. 2. <i>Bird, G.A.</i> Approach to translational equilibrium in rigid sphere gas / <i>G.A. Bird</i> // <i>Phys. Fluids</i>. Vol. 6. 1963. P. 1518-1519. 3. <i>Bird, G.A.</i> Shock wave structure in a rigid sphere gas / 	<ol style="list-style-type: none"> 4. <i>Hammersley, J.M.</i> Monte Carlo methods / <i>J.M. Hammersley, D.C. Handscomb</i> - Wiley. New York. 1964. 5. <i>Bird, G.A.</i> Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows / <i>G.A. Bird</i>. Clarendon press. Oxford. 1994. 6. <i>Bird, G.A.</i> The DSMC method / <i>G.A. Bird</i>. The University of Sydney. 2013.
---	---

MONTE-CARLO METHOD (SOFT SPHERE MODEL) MODIFICATION FOR DIRECT SIMULATION OF DILUTE GAS FLOW

© 2018 V.V. Nikonov

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The problem of direct numerical simulation of dilute gas flow by Monte-Carlo method is solved. Four variants of the problem of one-dimensional gas flow are considered. For calculation the original Monte-Carlo method and its modification are used. It is shown, that the modified Monte-Carlo method is faster in comparing with the original one.

Keywords: dilute gas, direct simulation, numerical simulation, Monte-Carlo method, one-dimensional flow.
 DOI: 10.24411/1990-5378-2018-00039

Valeriy Nikonov, Candidate of Technics, Senior Lecturer at the Aircraft Construction and Design Department. E-mail: v_nikonov@mail.ru