

УДК 539.538 : 655.7 : 038.5

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТАКТИРОВАНИЯ ПРИ ФРЕТТИНГЕ БАНДАЖНЫХ ПОЛОК ЛОПАТОК КОМПРЕССОРА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

© 2018 А.Г. Ковшов

Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 25.06.2018

Предложена динамическая модель контактной пары бандажных полок смежных лопаток компрессора низкого давления газотурбинного двигателя (ГТД) с шестью степенями свободы, где происходит силовое замыкание, деформация и износ поверхностей контакта при фреттинге. Приведено математическое описание модели. Общая основа расчетной модели представлена как суперпозиция возмущающих воздействий компонент периодических газовых сил и нелинейной реакции системы на эти воздействия, обусловленной нелинейностью упругих и диссипативных свойств изнашиваемых поверхностей контакта. Численное исследование показало, что модель может быть использована для расчёта относительных перемещений полок при многокомпонентной вибрации, а также оптимизации, при необходимости, геометрических и динамических параметров контакта. *Ключевые слова:* газотурбинный двигатель, компрессор, турбина, лопатка, бандажная полка, вибрация, динамическая модель, фреттинг, износ.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема повышения фреттингостойкости деталей малоподвижных и номинально неподвижных соединений, работающих в условиях вибраций и повторно-переменных нагрузок, является одной из наиболее важных. Износы при фреттинге бандажных полок титановых лопаток компрессора низкого давления ГТД приводят к снижению натяга по окружности бандажа, механического демпфирования в системе, вибрационной прочности лопаток, разрушению поверхностей замковой части, к потере других эффектов бандажирования [1].

Фреттинг-процессом занимались отечественные и зарубежные исследователи [2] однако единичных представлений о природе фреттинг-износа и мерах по его предупреждению не достигнуто. Недостаточно систематических исследований по оценке механических параметров контактирования с учетом реологии фреттинг-износа титановых сплавов.

Целью работы является разработка динамической модели контактирования бандажных полок лопаток ГТД и её математическое описание, с учетом упругих и диссипативных свойств материала лопаток и изнашиваемого стыка полок, для расчета параметров контактного взаимодействия (амплитуды относительных перемещений, частоты колебаний, нагрузки в стыке) в условиях многокомпонентной вибрации, необходимых для моделирования и проведения испытаний, расчета износа и прогнозирования фреттингостойкости.

*Ковшов Анатолий Гаврилович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения». E-mail: k.ntm@mail.ru*

### СХЕМА КОНТАКТИРОВАНИЯ ЛОПАТОК

Рассматривается, с учетом общепринятых допущений [3], схема контактирования соседних лопаток осевого турбокомпрессора ГТД под действием переменных газовых сил в системе координат  $X, Y, r$  (рис.1). Оси  $X, Y, r$  связаны с вращающимся диском и проходит через центры тяжести корневых сечений лопаток ( $O_1, O_2$ ). Ось  $Y$  направлена по потоку газов вдоль оси вращения турбины, ось  $X$  – в плоскости вращения, ось  $r$  – вдоль радиуса диска. Считается, что выносы центров тяжести поперечных сечений лопатки от оси  $r$  небольшие, поэтому направление оси  $r$  принимается вдоль оси лопатки, совпадающим с осью  $Z$ , поперечные сечения лопатки перпендикулярны оси  $Z$ , а оси  $X_1, X_2$  и  $Y_1, Y_2$ , проходящие через центры тяжести сечений полок, параллельны, соответственно, осям  $X, Y$ . Оси  $\xi_1, \xi_2$  и  $\eta_1, \eta_2$  – главные центральные оси сечений, при этом  $\xi_1$  – ось наименьшей жесткости,  $\Delta\phi_0$  – угол между осями соседних лопаток в диске.

Переменные газовые силы, приведенные к центрам тяжести  $C_1$  и  $C_2$  сечений полок можно представить [3] в виде:

$$P_r(t) = P_{cp} + P_1 \sin(2\pi n t + \phi_{01}) + \dots + P_k \sin(2\pi(kn)t + \phi_{0k}), \quad (1)$$

где  $P_{cp}$  – среднее значение газовых сил на заданном режиме;  $P_1, \dots, P_k$  – амплитуды сил соответствующих гармоник,  $\phi_{01}, \dots, \phi_{0k}$  – их фазы;  $n$  – частота вращения ротора.

Раскладывая, в соответствии с правилами механики, вектор газовых сил  $P_{r1}(t)$  на составляющие по осям  $X_1, Y_1$  и перенося их в точку  $O_1$  центра тяжести корневого сечения лопатки видим, что полка совершает колебательные перемещения совместно с лопаткой вдоль осей  $X, Y, Z$  (см. рис.1) под действием динамических со-

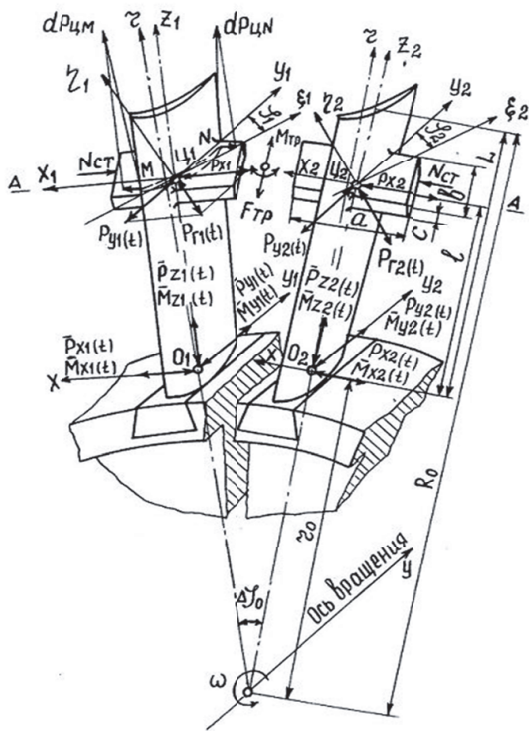


Рис. 1. Схема контактирования лопаток компрессора

ставляющих газовых сил  $P_{x1}(t)$ ,  $P_{y1}(t)$  и динамической центробежной силы  $P_{z1}(t)$ , а также крутильные колебания вокруг оси  $Z_1$  под действием динамического момента  $M_{z1}(t)$  от пары сил  $dP_{цM}$  и  $dP_{цN}$ . Лопатка, кроме того, совершает крутильные колебания вокруг осей  $X$  и  $Y$  под действием динамических моментов  $M_{x1}(t)$ ,  $M_{y1}(t)$  (на рис.1 показаны векторы этих моментов направленные перпендикулярно плоскостям действия пар сил). Аналогичны динамические схемы контактирования остальных пар лопаток колеса компрессора. Из приведенного анализа следует, что особенностью рабочего режима контактирования в замках и по бандажным полкам лопаток турбокомпрессора в поле действия периодически изменяющихся газовых сил является наличие относительных тангенциальных, нормальных и крутильных колебаний по всем шести степеням свободы, вызывающих интенсивный фреттинг-износ поверхностей.

### ДИНАМИЧЕСКАЯ И РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛИ КОНТАКТНОЙ ПАРЫ

На основе проведенного выше анализа с использованием традиционных приемов схематизации и допущений [3, 5] динамическая модель (рис.2) представлена двухмассовой системой с шестью степенями свободы. Массы  $M_1$  и  $M_2$  равны между собой и являются приведенными сосредоточенными массами контактирующих лопаток. Массы имеют упругие и диссипатив-

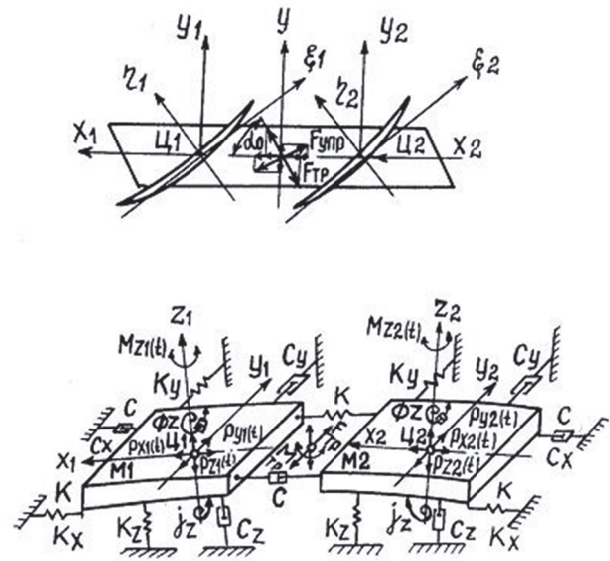


Рис. 2. Динамическая модель контактирования бандажных полок

ные связи в направлении действия компонент возмущающих сил и моментов. Упругие  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ ,  $j_x$ ,  $j_z$  и диссипативные  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $\Phi_z$  связи полок с жестким телом лопаток имеют линейные характеристики. Упругие  $K$  и диссипативные  $C$  связи изнашиваемого стыка полок нелинейны. Эти характеристики подвергались специальному экспериментальному исследованию, результаты которого и установленная нелинейность связей учтены при их математическом описании.

Процедура контактного взаимодействия состоит в том, что за один период колебаний нормальная составляющая возбуждающих сил  $P_{xi}(t)$  (см. рис.2) вызовет контактное сближение поверхностей полок. При этом произойдет рассеяние упругой энергии импульса на деформирование материала в шероховатом контакте и в нижележащих слоях металла. Одновременно с процессом сближения происходит контактное трение под действием возмущающих сил  $P_{yi}(t)$ ,  $P_{zi}(t)$  и моментов  $M_{zi}(t)$ ,  $M_{xi}(t)$ ,  $M_{yi}(t)$ . Предварительный количественный анализ модели показал, что наибольший вклад в контактные вибросмещения полок вносят изгибные колебания лопаток [4] в направлениях  $\Pi_i X_i$  и  $\Pi_i Y_i$ , в плоскости их наименьшей жесткости  $\eta_i \Pi_i Z_i$  (рис.1), и крутильные колебания относительно осей  $\Pi_i Z_i$ . Поэтому, наряду с традиционными, сделаны следующие допущения: поступательные степени свободы полок в направлениях осей  $\Pi_i Z_i$  и вращательные вокруг осей  $\Pi_i X_i$  и  $\Pi_i Y_i$  не учитываются вследствие повышенных (на два, три порядка) модулей жесткости растяжения-сжатия и изгиба стержня лопатки; бандажную кольцевую связь, с которой взаимодействует выделенная элементарная ячейка колеса компрессора (см. рис. 2), принимаем абсолютно жесткой; колебаниями вала и диска компрессора пренебрегаем,

что мотивируется их значительным начальным нагружением.

Рассмотрим движение двух точек, принадлежащих сосредоточенным приведенным массам  $M_1$  и  $M_2$  полок, в трехмерном пространстве с центрами координат  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . С учетом схемы действия сил и связей (рис. 2), а также принятых упрощений система уравнений движения деталей контактной пары примет вид:

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{X}_1 &= -F_{kx}^{(1)}(X_1) - F_{cx}^{(1)}(\dot{X}_1) - F_{kx}(X_1) - F_{kx}(X_1 - X_2) - F_{cx}(\dot{X}_1) - F_{cx}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - F_{cx}(\dot{X}_1) - \\ &- F_{cx}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + P_{x1}(t), \\ M\ddot{X}_2 &= -F_{kx}^{(2)}(X_2) - F_{cx}^{(2)}(\dot{X}_2) - F_{kx}(X_2) - F_{kx}(X_2 - X_1) - F_{cx}(\dot{X}_2) - F_{cx}(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - F_{cx}(\dot{X}_2) - \\ &- F_{cx}(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) + P_{x2}(t), \\ M\ddot{Y}_1 &= -F_{ky}^{(1)}(Y_1) - F_{cy}^{(1)}(\dot{Y}_1) - F_{ky}(Y_1) - F_{ky}(Y_1 - Y_2) - F_{cy}(\dot{Y}_1) - F_{cy}(\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + P_{y1}(t), \\ M\ddot{Y}_2 &= -F_{ky}^{(2)}(Y_2) - F_{cy}^{(2)}(\dot{Y}_2) - F_{ky}(Y_2) - F_{ky}(Y_2 - Y_1) - F_{cy}(\dot{Y}_2) - F_{cy}(\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + P_{y2}(t), \\ I_1\ddot{\phi}_1 &= -M_{jz}^{(1)}(\phi_1) - M_{jz}^{(1)}(\dot{\phi}_1) - M_{jz}(\phi_1) - M_{jz}(\phi_1 - \phi_2) - M_{jz}(\dot{\phi}_1) - M_{jz}(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) + M_{z1}(t), \\ I_2\ddot{\phi}_2 &= -M_{jz}^{(2)}(\phi_2) - M_{jz}^{(2)}(\dot{\phi}_2) - M_{jz}(\phi_2) - M_{jz}(\phi_2 - \phi_1) - M_{jz}(\dot{\phi}_2) - M_{jz}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + M_{z2}(t). \end{aligned} \right\} (2)$$

Опишем каждую составляющую системы уравнений (2) движения полок.

$M = M_1 = M_2$  – приведенная масса полки.  
 $\ddot{X}_i = d^2X_i/dt^2$ ,  $\ddot{Y}_i = d^2Y_i/dt^2$ , где  $X_i, Y_i$  – линейные перемещения полок вдоль соответствующих координатных осей.

$I_i$  – приведенные моменты инерции полок относительно осей  $\Pi_i Z_i$ .  $\ddot{\phi}_i = d^2\phi_i/dt^2$ , где  $\phi_i$  – угловые перемещения полок относительно осей  $\Pi_i Z_i$ .

Линейные упругие силы лопаток в направлениях  $X$  и  $Y$

$$\left. \begin{aligned} F_{kx}^{(i)}(X_i) &= K X_i = 3E J_x X_i / l^3, \\ F_{ky}^{(i)}(Y_i) &= K Y_i = 3E J_y Y_i / l^3, \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $E$  – модуль упругости материала лопатки;  $J_x, J_y$  – осевые моменты инерции сечения лопатки;  $l$  – длина лопатки от корня до центра масс полки (рис. 1).

Линейные моменты сил упругого сопротивления относительно оси  $Z$ , обусловленные крутильной жесткостью  $j_z$  лопаток

$$M_{jz}^{(i)}(\phi_i) = j_z \phi_i = 0.38 E J_p \phi_i / l, \quad (4)$$

где  $J_p$  – полярный момент инерции сечения лопатки.

Линейные силы демпфирования лопаток в направлениях  $X$  и  $Y$

$$\left. \begin{aligned} F_{cx}^{(i)}(\dot{X}_i) &= C_x \dot{X}_i = 2M \delta_m f_x \dot{X}_i, \\ F_{cy}^{(i)}(\dot{Y}_i) &= C_y \dot{Y}_i = 2M \delta_m f_y \dot{Y}_i, \end{aligned} \right\} (5)$$

где  $\delta_m$  – логарифмический декремент колебаний материала лопаток;  $f_x, f_y$  – частота колебаний в направлении координатных осей  $X$  и  $Y$ , определяемая с учетом свойств материала, конструктивных особенностей и форм колебаний лопаток в поле центробежных сил [3].

Линейные моменты сил демпфирования лопаток относительно оси  $Z$

$$M_{\phi z}^{(i)}(\dot{\phi}_i) = \Phi_z \dot{\phi}_i = 2J_i \delta_m f_{mz} \dot{\phi}_i, \quad (6)$$

где  $f_{mz}$  – частота крутильных колебаний лопатки [3].

Возмущающие силы и моменты:

$$\left. \begin{aligned} P_{x1}(t) &= P_{x11} \sin 2\omega t + P_{x21} \sin 4\omega t + P_{x31} \sin 6\omega t, \\ P_{x2}(t) &= P_{x12} \sin(2\omega t + \varphi_0) + P_{x22} \sin(4\omega t + \varphi_0) + P_{x32} \sin(6\omega t + \varphi_0), \\ P_{y1}(t) &= P_{y11} \sin 2\omega t + P_{y21} \sin 4\omega t + P_{y31} \sin 6\omega t, \\ P_{y2}(t) &= P_{y12} \sin(2\omega t + \varphi_0) + P_{y22} \sin(4\omega t + \varphi_0) + P_{y32} \sin(6\omega t + \varphi_0), \\ M_{z1}(t) &= M_{z11} \sin \omega t, \\ M_{z2}(t) &= M_{z12} \sin(\omega t + \varphi_0), \end{aligned} \right\} (7)$$

где  $\varphi_0 = 2\pi/Z$  – фазовое положение полки (лопатки) на периферии диска,  $Z$  – число лопаток.

Возмущающие силы и моменты представляются в виде периодических функций, раскладываемых в ряд Фурье. При этом, как показала практика, достаточно ограничиться тремя основными гармониками, так как не учитываемый спектр возмущений меньше точности решения дифференциальных уравнений (2). Амплитуды возмущающих сил определяются по спектрограммам напряжений в лопатках [3] путем статистического прогнозирования. Практика показала, что переменные напряжения у корня лопаток вдали от резонансов не превышает 2-4% от средних постоянных. В плоскости бандажных полок уровень переменных напряжений может достигать 10% и более [1], в связи с чем амплитуды возмущающих сил следует варьировать в пределах 2-20% от средних постоянных.

Нелинейные упругие силы в изнашиваемом стыке:

$$\left. \begin{aligned} F_{kx}(X_i) &= K(X_0 + X_i), \\ F_{kx}(X_1 - X_2) &= K(X_0 + X_1 - X_2), \\ F_{kx}(X_2 - X_1) &= K(X_0 + X_2 - X_1), \\ F_{ky}(Y_i) &= K(Y_0 + Y_i), \\ F_{ky}(Y_1 - Y_2) &= K(Y_0 + Y_1 - Y_2), \\ F_{ky}(Y_2 - Y_1) &= K(Y_0 + Y_2 - Y_1), \end{aligned} \right\} (8)$$

где  $X_0, Y_0$  – сближение в контакте обусловленное предварительным натягом на полках, создаваемом при сборке лопаток в колесо.

Нелинейные моменты упругих сил относительно оси  $\Pi_i Z_i$ :

$$\left. \begin{aligned} M_{jz}(\phi_i) &= 0,5 [F_{kx}(X_i, \phi_i) b + F_{ky}(Y_i, \phi_i) a], \\ M_{jz}(\phi_1 - \phi_2) &= 0,5 [F_{kx}(X_1 - X_2) b + F_{ky}(Y_1 - Y_2) a], \\ M_{jz}(\phi_2 - \phi_1) &= 0,5 [F_{kx}(X_2 - X_1) b + F_{ky}(Y_2 - Y_1) a], \end{aligned} \right\} (9)$$

где  $a$  и  $b$  – длина и ширина полки (рис. 1).

Нелинейные силы демпфирования в стыке:

$$\left. \begin{aligned} F_{cx}(\dot{X}_i) &= C \dot{X}_i = 2M \delta f_x \dot{X}_i, \\ F_{cx}(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) &= 2M \delta f_x (\dot{X}_1 - \dot{X}_2), \\ F_{cx}(\dot{X}_2 - \dot{X}_1) &= 2M \delta f_x (\dot{X}_2 - \dot{X}_1), \end{aligned} \right\} (10)$$

где  $\delta$  – логарифмический декремент колебаний в изнашиваемом стыке,  $f_x$  – частота колебаний в стыке в направлении  $X$ ,

$$f_x = \sqrt{K / M} / (2\pi). \quad (11)$$

Силы и моменты сил трения:

$$\left. \begin{aligned} F_{tx} &= F_{kx} \mu \cos \alpha_0, \\ F_{ty} &= F_{kx} \mu \sin \alpha_0, \\ M_{tz} &= 0,5 \cdot a \cdot F_{ty}, \end{aligned} \right\} (12)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения в стыке полок,  $\alpha_0$  – угол наклона стыка полок к оси  $\Pi X$  (рис. 1).

Представление разработанной динамической модели контактной пары, специфика которой раскрыта уравнениями (1-12), как суперпозицию возмущающих сил и нелинейной



реакции системы на эти воздействия делает ее универсальной, применимой к расчету нормальных и касательных виброперемещений в номинально неподвижных и малоподвижных плоских стыках широкого круга соединений в машинных.

Нелинейные контактные характеристики изнашиваемого при фреттинге стыка: контактная жесткость  $K$ , диссипативность  $C$  (логарифмический декремент колебаний в стыке  $\delta$ ), коэффициент трения  $\mu$  и их зависимости от параметров внешних воздействий оценивались экспериментально на лабораторных образцах.

Результирующей проверкой адекватности параметров разработанной модели по отношению к объекту явился численный эксперимент, подтвердивший количественно правомерность принятой схематизации и несущественную роль приведенных выше упрощений.

### РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ КОНТАКТНОЙ ПАРЫ

Экспериментальная зависимость контактного давления от сближения получена в виде:

$$q = cm\Delta^{sn}, \quad (13)$$

где  $q$  – давление в стыке в  $\text{H}/\text{м}^2$ ;  $\Delta$  – нормальное сближение в  $\text{м}$ ;  $m=1,85$ ,  $sn=1,3$  – средние значения эмпирических коэффициентов, аппроксимирующих нелинейную зависимость контактного давления от сближения;  $c=10^{13,8}$  – коэффициент приведения размерностей в систему СИ.

Полагая  $q = F_k/S$ , где  $S$  – номинальная площадь контакта, получим выражение для упругой силы

$$F_k = M_k \cdot S \cdot cm \cdot \Delta^{sn}, \quad (14)$$

где  $M_k = q/q_0$  – коэффициент, учитывающий ослабление предварительного натяга  $q_0$ , создаваемого в контакте при сборке лопаток в колесо, в результате износа торцов бандажных полок. Применение коэффициента  $M_k$  вызвано тем, что, натяг по полкам ослабевает уже в первые часы работы колеса [6], а при наработке 900-1500 часов натяг исчезает и между контактными поверхностями полок появляется зазор.

Для удобства программирования поделим правые части уравнений (2) на множители перед второй производной перемещений и введем новые обозначения. Тогда, нелинейные упругие силы изнашиваемого стыка (8), отнесенные к приведенной массе полки, запишутся в виде:

$$\begin{aligned} FK1(X) &= F_{\text{кx}}/M = K(X)(X_0 + X); \\ FK2(X, Y) &= F_{\text{кy}}/M = 0,4K(X)(Y_0 + Y), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $K(X) = (cmM_k/M)S(X_0 + X)^{sn-1}$  – отнесенный к приведенной массе полки коэффициент нормальной жесткости, зависящий от сближения в контакте  $X(\Delta)$ ;  $0,4$  – коэффициент приведения к тангенциальной жесткости в контакте [5];

$$\begin{aligned} X_0 &= \Delta_0 \sin \alpha_0 = \sqrt{q_0/cm} \cdot \sin \alpha_0; \\ Y_0 &\approx \sqrt{q_0/cm} \cdot \cos \alpha_0, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\Delta_0$  – нормальное сближение в контакте при давлении предварительного натяга  $q_0$ .

Приведенная масса полки

$$M = M_1 = M_2 = M_n + (l_z/l)M_l, \quad (17)$$

где  $M_n$  – масса полки,  $M_l$  – масса лопатки (без учета массы замковой части),  $l_z$  – расстояние от корня до центра масс лопатки.

Линейные упругие силы пера лопатки в направлении  $Y$  (3) преобразуются к виду:

$$FK3(Y) = 3EJ_x Y / (Ml^3), \quad (18)$$

а силы демпфирования в стыке (10), с учетом (11), к виду

$$FC(X, \dot{X}) = \delta \dot{X} \sqrt{K(X)} / \pi. \quad (19)$$

Трение в контакте (12) представим функцией  $FT(X, \dot{Y}) = \text{sign} \dot{Y} \cdot FK1(X) \cdot (b_3 + b_1 \exp(b_2 |\dot{Y}|))$ , (20)

где  $\text{sign} \dot{Y}$  – функция, учитывающая изменение направления силы трения в контакте при изменении направления векторы скорости относительного проскальзывания;  $b_3 + b_1 \exp(b_2 |\dot{Y}|) = \mu$  – экспериментально полученное выражение коэффициента трения в стыке, где  $b_1 = 0,5$ ,  $b_2 = -500$ ,  $b_3 = 0,53$  – эмпирические коэффициенты.

Момент упругих сил (9), возникающий в контакте при закручивании зажатой (рис.1) с обеих сторон полки

$$M_j = (b^2/12)K(X) \cdot \phi. \quad (21)$$

Поделив (21) на  $R = a/2$ , где  $R$  – радиус проскальзывания на полке, получим

$$FM(X, \phi) = (b^2/12R)K(X) \cdot \phi. \quad (22)$$

В уравнениях (7) ограничимся первым членом разложения в ряд Фурье и обозначим функции

$$\begin{aligned} FB1 &= \sin(2\pi ft), \\ FB2 &= \sin(2\pi ft + \phi_0), \end{aligned} \quad (23)$$

где  $f = n/60$  – частота колебаний в Гц.

В условиях нераскрытия стыка полок (при коэффициенте ослабления натяга  $M_k \geq 0,1$ ) силами и моментами упругости и демпфирования стержней лопаток можно пренебречь, вследствие их малости (на два, три порядка) по сравнению с силой трения в контакте. Тогда, в принятых обозначениях (13-23), система уравнений движения (2) перепишется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{X}_1 &= FK1(-X_1) - FK1(X_1 - X_2) - FC(-X_1, \dot{X}_1) - FC(X_1 - X_2, \dot{X}_1 - \dot{X}_2) + (P_{x11}/M)FB1; \\ \ddot{X}_2 &= FK1(X_1 - X_2) - FK1(X_2) - FC(X_2, \dot{X}_2) - FC(X_1 - X_2, \dot{X}_2 - \dot{X}_1) + (P_{x12}/M)FB2; \\ \ddot{Y}_1 &= -FK2(-X_1, Y_1) - FK3(Y_1) - FK2(X_1 - X_2, Y_1 - Y_2) - FT(-X_1, \dot{Y}_1) - \\ &\quad - FT(X_1 - X_2, \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + (P_{y11}/M)FB1; \\ \ddot{Y}_2 &= -FK2(X_2, Y_2) - FK3(Y_2) - FK2(X_1 - X_2, Y_2 - Y_1) - FT(X_2, \dot{Y}_2) - \\ &\quad - FT(X_1 - X_2, \dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + (P_{y12}/M)FB2; \\ \ddot{\phi}_1 &= (MR/l_1)(-FM(-X_1, \phi_1) - FM(X_1 - X_2, \phi_1 - \phi_2) + FK2(-X_1, Y_1) - FK2(X_1 - X_2, Y_1 - Y_2) - \\ &\quad - FT(-X_1, \dot{Y}_1) - FT(X_1 - X_2, \dot{Y}_1 - \dot{Y}_2)) + (M_{z11}/l_1)FB1; \\ \ddot{\phi}_2 &= (MR/l_2)(-FM(X_2, \phi_2) - FM(X_1 - X_2, \phi_2 - \phi_1) - FK2(X_2, Y_2) + FK2(X_1 - X_2, Y_2 - Y_1) - \\ &\quad - FT(X_2, \dot{Y}_2) + FT(X_1 - X_2, \dot{Y}_2 - \dot{Y}_1)) + (M_{z12}/l_2)FB2; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где

$$I_1 = \int_V \rho^2 dV = \iiint (X^2 + Y^2) dz dy dx = (M/12)(a^2 + b^2). \quad (25)$$

Введем обозначения:

$$Z(1) = X_1; \quad Z(2) = X_2; \quad Z(3) = Y_1; \quad Z(4) = Y_2; \quad Z(5) = \phi_1;$$

$$Z(6)=\phi_0; \quad Z(7)=\dot{X}_1; \quad Z(8)=\dot{X}_2; \quad Z(9)=\dot{Y}_1; \quad Z(10)=\dot{Y}_2; \\ Z(11)=\dot{\phi}_1; \quad Z(12)=\dot{\phi}_2.$$

Система (24) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} &DZ(1)=Z(7); \\ &DZ(7)=FK1(-Z(1))-FK1(Z(1)-Z(2))-FC(-Z(1), Z(7))-FC((Z(1)-Z(2)), \\ & \quad (Z(7)-Z(8)))+(P_{x11}/M)FB1; \\ &DZ(2)=Z(8); \\ &DZ(8)=FK1(Z(1)-Z(2))-FK1(Z(2))-FC(Z(2), Z(8))-FC((Z(1)-Z(2)), \\ & \quad (Z(8)-Z(7)))+(P_{x12}/M)FB2; \\ &DZ(3)=Z(9); \\ &DZ(9)=FK2(-Z(1), Z(3))-FK3(Z(3))-FK2((Z(1)-Z(2)), (Z(3)-Z(4)))-FT(-Z(1), \\ & \quad Z(9))-FT((Z(1)-Z(2)), (Z(9)-Z(10)))+(P_{y11}/M)FB1; \\ &DZ(4)=Z(10); \\ &DZ(10)=FK2(Z(2), Z(4))-FK3(Z(4))-FK2((Z(1)-Z(2)), ((Z(4)-Z(3)))-FT((Z(2), \\ & \quad Z(10))-FT((Z(1)-Z(2)), (Z(10)-Z(9)))+(P_{y12}/M)FB2; \\ &DZ(5)=Z(11); \\ &DZ(11)=(MR/I_1)(-FM(-Z(1), Z(5))-FM(Z(1)-Z(2)), (Z(5)-Z(6)))+FK2(-Z(1), Z(3))- \\ & \quad -FK2((Z(1)-Z(2)), (Z(3)-Z(4)))-FT(-Z(1), Z(9))-FT((Z(1)-Z(2)), (Z(9)-Z(10)))+(M_{z11}/I_1)FB1; \\ &DZ(6)=Z(12); \\ &DZ(12)=(MR/I_1)(-FM(Z(2), Z(6))-FM((Z(1)-Z(2)), (Z(6)-Z(5)))-FK2(Z(2), Z(4))+FK2 \\ & \quad ((Z(1)-Z(2)), (Z(4)-Z(3)))-FT(Z(2), Z(10))+FT((Z(1)-Z(2)), (Z(10)-Z(9)))+(M_{z12}/I_1)FB2. \end{aligned} \right\} (26)$$

Система уравнений (26) имеет нормальную форму и входит в техническое задание на программирование.

Результаты решения рассмотренных дифференциальных уравнений движения бандажных полок лопаток компрессора низкого давления приведены на рис.3 при следующих исходных данных:  $M=4 \cdot 10^{-1}$ ,  $X_0=6,25 \cdot 10^{-6}$ ,  $E=1,1 \cdot 10^{11}$ ,  $I=2 \cdot 10^{-8}$ ,  $R=4 \cdot 10^{-2}$ ,  $F=2 \cdot 10^2$ ,  $I_1=2,37 \cdot 10^{-4}$ ,  $X_k=2 \cdot 10^{-1}$ ,  $S=1,68 \cdot 10^{-4}$ ,  $L=2,4 \cdot 10^{-1}$ ,  $a=2,4 \cdot 10^{-2}$ ,  $b=2,8 \cdot 10^{-2}$ ,  $I_2=2,56 \cdot 10^{-9}$ ,  $F_1=1,57 \cdot 10^{-1}$ ,  $\alpha_0=90^\circ$ .

Численное исследование модели показало, что, в условиях нераскрытия стыка полок, упругие колебания в нормальной плоскости происходят (рис. 3а) в пределах остаточного предва-

рительного натяга  $X_0$  с амплитудой  $X=(0,05-0,2)$  мкм. В тангенциальной плоскости (рис. 3б) амплитуда относительного проскальзывания изменяется в пределах  $Y=(0,2-0,6)$  мкм. Наибольшее проскальзывание в контакте возникает при крутильных колебаниях полок (рис. 3в)  $I_t=\Delta\phi \cdot R=(5-30)$  мкм, где  $\Delta\phi$  – угол закручивания лопатки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная динамическая модель контактирования при фреттинге бандажных полок лопаток компрессора низкого давления газотурбинного двигателя может быть использована для расчета относительных виброперемещений в зоне трения полок в направлении компонент возмущающих сил и моментов в условиях многокомпонентной вибрации лопаток. Возможно также решение задач оптимизации геометрических, кинематических и динамических параметров контакта, площади контакта, положения стыка полок в пространстве, предварительного натяга на полках при сборке лопаток с целью минимизации вибросмещений, оценки влияния на вибросмещения упрочняющей обработки, покрытий, смазок путем оптимизации упругих и диссипативных свойств изнашиваемых поверхностей контакта.

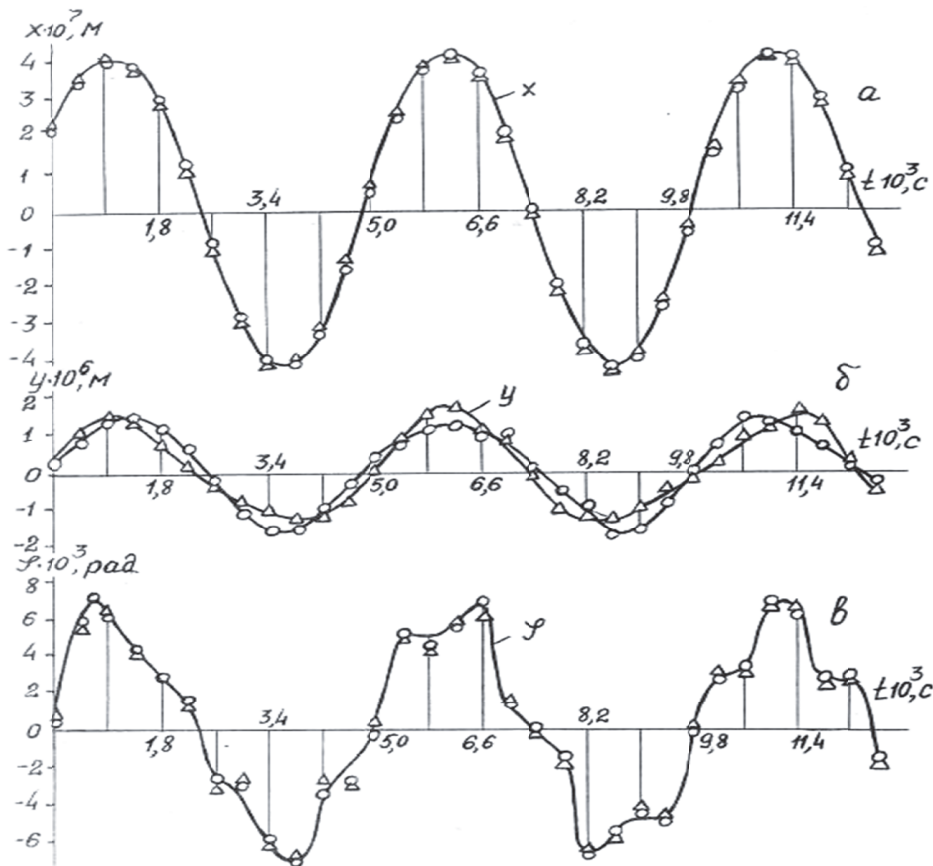


Рис. 3. Микросмещения бандажных полок лопаток: а – нормальные, б – касательные, в – угловые. о –  $X_1, Y_1, \phi_1$ ;  $\Delta$  –  $X_2, Y_2, \phi_2$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сипухин И.Г., Еланевский Д.С., Бекбулатов Р.С., Гаврилов Н.Г. Износостойкость бандажных полок лопаток компрессора и турбины // В кн.: Научные основы и методы повышения надежности и долговечности газотурбинных двигателей: Киев: Наукова думка, 1979. С.122-126.
2. Голего Н.Л., Алябьев А.Я., Шевеля В.В. Фреттинг-коррозия металлов. Киев: Техника, 1974. 272 с.
3. Биргер А.И., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. Справочник. М.: Машиностроение, 1979. 702 с.
4. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели. М.: Машиностроение, 1981. 550 с.
5. Ковшов А.Г. Разработка триботехнических методов расчета и повышения фреттингостойкости деталей турбокомпрессоров из сплавов титана ВТ9 и ВТЗ-1. Автореферат. дис. ... канд. техн. наук. Киев: КИИГА, 1988. 20 с.
6. Мухин А.А., Ковалев А.А., Ведин А.Н., Симаков А.А. Опыт эксплуатации ГТД большого ресурса с бандажированными рабочими лопатками турбины // Проблемы прочности. 1978. № 5. С.18-21.
7. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.

**DYNAMIC MODEL OF CONTACT AT FRATTING OF SURFACE WALLS  
OF THE LOW PRESSURE COMPRESSOR OF THE GAS TURBINE ENGINE**

© 2018 A.G. Kovshov

Samara State Technical University

A dynamic model of a contact pair of shrouds for adjacent blades of a low-pressure compressor of a gas turbine engine (GTD) with six degrees of freedom is realized where force closure, deformation and wear of contact surfaces occur in fretting. A mathematical description of the model is made. The general basis of the computational model is presented as a superposition of the perturbing effects of the components of periodic gas forces and the nonlinear response of the system to these effects, due to the nonlinearity of the elastic and dissipative properties of the wear contact surfaces. Numerical research has shown that the model can be used to calculate the relative movement of the shelves with multicomponent vibration, as well as optimize the geometric and dynamic parameters of the contact.

*Keywords:* gas turbine engine, compressor, turbine, shovel, shroud, vibration, dynamic model, fretting, wear.