

УДК 519.233.5+528.71

ПОЛУЧЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕДУКЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПРОГНОЗА ДЛЯ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ

© 2018 Г.Р. Кадырова, Т.Е. Родионова

Ульяновский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 01.11.2018

В статье рассматриваются результаты исследования классических моделей обработки аэрокосмических снимков и применение подхода регрессионного моделирования к решению задач трансформации координат по малым выборкам опорных точек на кадровых и сканерных аэрокосмических снимках. Оценивание параметров математических моделей, используемых для преобразования изображений на аэрокосмических снимках в заданные картографические проекции является важным этапом, как при построении соответствующих карт, так и при решении научных и технических задач. Получение карт различного назначения для поверхности Земли невозможно без решения задачи координатной привязки, предполагающей определение координат объектов в некоторой опорной системе. Задача координатной привязки, решаемая по аэрокосмическим снимкам, по постановке ничем принципиально не отличается от астрофотографической. Тем не менее, в ряде случаев, в особенности при создании карт, диапазон ее применения гораздо шире – в систему опорной сети могут переводить не только геодезические пункты, но и множество точек контуров различных изображений (береговой линии, лесных массивов и т.д.). Распространенной и важной процедурой при обработке измерений на аэрокосмических снимках является оценивание параметров математических моделей, используемых в частности для преобразования изображений. Вместо классического подхода к оцениванию параметров, предусматривающего жестко фиксированную модель предлагается использовать методологию регрессионного моделирования, реализованного в пакете «Система поиска оптимальных регрессий». Экспериментально подтверждена эффективность данного подхода для решения новой по его применению задачи трансформации координат на аэрокосмических снимках земной поверхности. Повышение точности при использовании данного подхода обеспечивается процедурой структурной идентификации, предполагающей формирование множества конкурирующих структур на основе исходной перспективной модели и поиск оптимальной структуры по заданному критерию качества.

Ключевые слова: регрессионное моделирование, задача координатной привязки, аэрокосмические снимки, трансформация координат, Система Поиска Оптимальных Регрессий.

ВВЕДЕНИЕ

Получение карт различного назначения для поверхности Земли невозможно без решения задачи координатной привязки, предполагающей определение координат объектов в некоторой опорной системе. Аэрокосмические снимки получили широкое распространение при построении соответствующих карт.

Задача координатной привязки, решаемая по аэрокосмическим снимкам, по постановке ничем принципиально не отличается от астрофотографической [1–5]. Тем не менее, в ряде случаев, в особенности при создании карт, диапазон ее применения гораздо шире – в систему опорной сети могут переводить не только геодезические пункты, но и множество точек контуров различных изображений (береговой линии, лесных массивов и т.д.).

Кадырова Гульнара Ривальевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail:gulya@ulstu.ru

Родионова Татьяна Евгеньевна, кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail: t.rodionova@ulstu.ru

В связи с этим, представляется интересным рассмотреть вместо прямой задачи координатной привязки задачу калибровки или учета систематических искажений в координатах на фотоснимках, получаемых в фотограмметрии [6–10]. Последняя, по сути, является также задачей координатной привязки.

Распространенной и важной процедурой при обработке измерений на аэрокосмических снимках является оценивание параметров математических моделей, используемых в частности для преобразования изображений.

Вместо классического подхода к оцениванию параметров предлагается использовать методологию регрессионного моделирования (РМ) [11, 12], предусматривающая для решения задач получения моделей (задач МНК (метода наименьших квадратов)) регрессионный анализ [13], проверку соблюдения предположений, адаптацию в случае их нарушения. Для автоматизации процесса вычисления и анализа было разработано специальное программное обеспечение – пакет «Система поиска оптимальных регрессий» (СПОР) [14, 15, 16].

Авторами поставлена задача исследовать эффективность СПОР при решении новой для РМ-подхода задачи координатной привязки на аэрокосмических снимках.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Этапы, предваряющие получение на конечной стадии геодезических координат объектов, включают процедуру преобразования координат из одной системы в другую с использованием опорных точек.

Координатная привязка к опорной системе осуществляется с помощью математической модели трансформации (преобразования) координат, числовые параметры которой определяются из решения переопределенной системы алгебраических уравнений. Точность прогноза, т.е. точность определения положения объекта в принятой за стандартную системе, полностью зависит от адекватности этой модели наблюдениям, по которым определены ее параметры. При этом точность координат опорных объектов и измерений известна и контролируется.

Таким образом, при осуществлении координатной привязки, выполняемой по астрофотографическим и аэрокосмическим снимкам, возникает актуальная задача выбора (поиска) редукционной модели, адекватной наблюдениям, т.е. модели, учитывающей геометрию трансформации координат и разнообразные систематические ошибки, обусловленные фотографической системой, фотоэмulsionией и другими условиями эксперимента. Качественное решение этой задачи обеспечивает повышение точности определения положений при координатной привязке.

Классическим подходом к решению задачи является применение так называемых редукционных формул, в которых учитывается геометрия перехода и вводятся поправки за систематические ошибки в измеренные координаты объектов. Предварительно эти ошибки тщательно исследуются по одному или нескольким снимкам. В рамках этой традиционной методики используются различные редукционные модели в виде линейных по оцениваемым параметрам алгебраических полиномов, включающие аддитивные составляющие, ответственные за те или иные систематические искажения. Правомочность применения соответствующей модели вначале подтверждают, как и ранее, на небольшом наблюдательном материале. Обобщая, можно сказать, что в классическом подходе, выявив систематические ошибки при специальном исследовании или по отдельным снимкам, применяют затем жестко фиксированную модель для всей серии наблюдений. К сожалению, как показано в работе [11], систематические ошиб-

ки меняются существенным образом от снимка к снимку, о чем свидетельствуют различия в структурах (по виду и количеству слагаемых) аппроксимирующих полиномов при применении подхода регрессионного моделирования (РМ). Отсюда следует, что при координатной привязке объектов помимо задачи получения модели преобразования координат, адекватной наблюдениям, необходимо решить задачу повышения эффективности процесса поиска такой модели.

Не останавливаясь на деталях, отметим, что отдельные элементы системного подхода (подхода РМ) реализованы и в фотограмметрии, в частности, при решении задачи калибровки снимков: 1) в ряде работ отмечается, что ввиду изменения искажений калибровке должен подвергаться каждый снимок ряда [17, 18]; 2) есть предложение использовать ортогональные полиномы специального вида, что, как известно, приводит к соблюдению предположения о независимости параметров на этапе формирования модели; 3) предлагаются новые методы оценивания, в частности, метод коллокации для разделения вектора оцениваемых параметров на основные и коллокационные; 4) делались попытки [10, 19] устранить из модели незначимые слагаемые и т.д. Представляется интересной работа [8], где решается задача калибровки фототелевизионных снимков. Анализируя результаты исследований, автор приходит к выводу об эффективности полиномов второго и третьего порядков.

Изложенные выше соображения по задачам калибровки аэрокосмических снимков, а также основные положения об аппроксимирующих полиномах и их применении в математической картографии, позволяют на первом этапе решения проблемы малых выборок сформулировать следующий путь обработки аэрокосмических снимков (с целью перевода измеренных координат в ту или иную картографическую проекцию): 1) выбор меры качества математической модели; 2) выбор исходного полинома высокой степени; 3) поиск оптимального полинома малой размерности на базе исходного путем полного или неполного перебора конкурирующих структур на основе подхода регрессионного моделирования [20].

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Ниже рассматриваются результаты применения подхода РМ в рамках пакета СПОР к решению задач трансформации координат по малым выборкам опорных точек на кадровых и сканерных аэрокосмических снимков; анализируется эффективность данного подхода.

Математическое и программное обеспечение пакета СПОР, с помощью которого получены результаты, описаны в [14, 15].

В качестве исходного описания принят полином третьей степени по измеренным координатам x, y , описывающий зависимость координат объекта в той или иной картографической проекции от измеренных; $x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2$ – регрессоры, в дальнейшем имеющие обозначения 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. В качестве метода оценивания применен МНК. Поиск наиболее информативного набора регрессоров осуществлялся методами полного и неполного перебора переопределенных и нормальных систем.

Обработка кадровых аэрокосмических снимков методом РМ. Основная цель исследований – получение оптимальных редукционных моделей прогноза для снимков с малым количеством опорных объектов.

Ниже описываются основные результаты, полученные на четырех малых выборках, содержащих по шесть опорных точек, и на таком же количестве контрольных выборок с 30 объектами на каждом кадровом снимке. В качестве основной статистики критерия при переборе структур использовалась стандартная ошибка по контрольной выборке σ_{Δ} [14].

Стандартный подход. Нормальная система. Для описания координатных преобразований стараются использовать алгебраический полином максимально высокой степени. В таблице 1 приведены результаты в виде оценок точности для редукционной модели «полином второй степени по двум переменным» (П2). Эти результаты приняты за стандартные и использованы при сравнении с подходом РМ.

В первом столбце таблицы приведены номера выборок и координаты (ξ, η) , по которым строится модель; во втором – максимальные значения остатков по контрольной выборке Δ_x, Δ_y , полученные как разности между “наблюденными” и “вычисленными” значениями координат контрольных точек; в третьем – усредненные значения модулей этих остатков $|\Delta_x|, |\Delta_y|$; в четвертом – стандартные ошибки $\sigma_{\Delta_x}, \sigma_{\Delta_y}$.

Подход с применением РМ (условный перебор переопределенных систем). В таблице 2 приведены результаты частичного применения РМ. На основе полинома третьей степени (П3) по измеренным координатам x, y формировались различные модели, обязательно включающие свободный член уравнения и по количеству слагаемых r не превышающие количество опорных точек минус единица ($r=5$). В этом случае формировался банк переопределенных систем; после решения последних формировался банк результатов, из которого по критерию σ_{Δ} выбирались оптимальная структура модели и различные характеристики, включая приведенные в таблице 2, характеристики точности.

Судя по данным таблицы 2, результаты, полученные РМ, либо лучше, либо совпадают с результатами стандартного подхода в 18 случаях из 24 или в шести моделях из восьми. Улучшение (в 2-5 раз) заметней всего в моделях по координате ξ . Однако для двух последних выборок результаты РМ по координате η существенно хуже. Следовательно, модели с числом неизвестных равным количеству наблюдений, тоже

Таблица 1. Стандартный подход. Нормальная система

| Номер снимка | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|----------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | -1002 | 222 |
| | η | -500 | 85 |
| 2 | ξ | -157 | 54 |
| | η | 248 | 65 |
| 3 | ξ | -3952 | 840 |
| | η | 967 | 137 |
| 4 | ξ | 4158 | 1661 |
| | η | -1803 | 334 |

Таблица 2. Условный перебор переопределенных систем

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|-----------------------|----------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | 1,2,3,4 | -256 | 53 |
| | η | 1,2,4,5 | -273 | 71 |
| 2 | ξ | 2,3,7 | 77 | 21 |
| | η | 1,2,3,4 | 267 | 69 |
| 3 | ξ | 1 | -598 | 209 |
| | η | 1,2,3,4 | 1564 | 278 |
| 4 | ξ | 2,4 | -2036 | 1004 |
| | η | 1,2,3 | -2174 | 854 |

можно включать в множество конкурирующих структур.

Подход с применением РМ (условный перебор нормальных систем). С учетом этого важного вывода был осуществлен перебор нормальных систем, возможных на основе ПЗ. В таблице 3 приведены соответствующие результаты при $p=6$.

Из данных таблицы 3 следует, что:

- в результате перебора нормальных систем можно найти модели, обеспечивающие еще более высокую точность прогноза, чем при решении переопределенных систем (обе модели для первой выборки);

- стандартные (нормальные) модели П2 оказываются оптимальными по критерию σ_Δ среди всевозможных моделей только по координате η , для наклонных и полученных для гористой местности снимков.

Оптимальные модели. Объединяя модели, полученные в результате перебора всех возможных структур на базе ПЗ, включая П2 как частный случай, получим таблицу 4.

В целом применение РМ в отдельных случаях обеспечивает по сравнению со стандартным подходом повышение точности прогноза до 7 раз.

Обработка сканерных аэрокосмических снимков. Как и в предыдущем случае, обрабатывался подходом РМ экспериментальный материал, представляющий собой имитацию аэрокосмического снимка (сканерного с односторонним линейным развертыванием при вер-

тикальном визировании). Массив измерений для 54 объектов был представлен четырьмя парами малых и контрольных выборок. Малые выборки содержали по 6 объектов, контрольные – соответственно 48, 20, 22, 20 объектов. В качестве основной статистики критерия использовалась стандартная ошибка по контрольной выборке σ_Δ . Ниже описываются основные результаты.

Стандартный подход. В таблице 5 приведены результаты в виде оценок точности для модели П2. Эти результаты приняты за стандартные и использованы при сравнении с подходом РМ.

Подход с применением РМ (условный перебор переопределенных систем). В таблице 6 приведены результаты применения РМ – при формировании конкурирующих структур на основе ПЗ и выборе оптимальной структуры по критерию минимум σ_Δ .

Судя по данным таблицы 6 точность прогноза по моделям, полученным по РМ, в подавляющем числе случаев выше, чем при стандартном подходе П2 (в 21 случаях из 24). Если оценивать качество моделей по стандартной ошибке прогноза σ_Δ , то РМ предпочтительней во всех рассмотренных случаях.

Подход с применением РМ (условный перебор нормальных систем). Включая различные модели с числом неизвестных, равным количеству опорных точек, т.е. шести, в множество конкурирующих структур и осуществляя поиск опти-

Таблица 3. Условный перебор нормальных систем

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_Δ |
|--------------|-----------------------|-----------|------------|-----------------|
| 1 | ξ | 1,2,3,4,7 | 114 | 31 |
| | η | 1,2,4,5,9 | 182 | 42 55 |
| 2 | ξ | 3,4,5,6,9 | 75 | 28 |
| | η | 1,2,3,4,5 | 248 | 65 83 |
| 3 | ξ | 1,3,4,5,7 | -1007 | 359 |
| | η | 1,2,3,4,5 | 967 | 137 233 |
| 4 | ξ | 3,6,7,8,9 | -3754 | 980 |
| | η | 1,2,3,4,5 | -1803 | 334 557 |

Таблица 4. Оптимальная модель

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_Δ |
|--------------|-----------------------|-----------|------------|-----------------|
| 1 | ξ | 1,2,3,4,7 | 114 | 31 |
| | η | 1,2,4,5,9 | 182 | 42 55 |
| 2 | ξ | 2,6,7 | 77 | 21 |
| | η | 1,2,3,4,5 | 248 | 65 83 |
| 3 | ξ | 3 | -598 | 209 |
| | η | 1,2,3,4,5 | 967 | 137 233 |
| 4 | ξ | 2,4 | -2036 | 1004 |
| | η | 1,2,3,4,5 | -1803 | 334 557 |

Таблица 5. Стандартный подход

| Номер снимка | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|----------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | -155971 | 3418 |
| | η | -92233 | 2203 |
| 2 | ξ | 351 | 115 |
| | η | 209 | 76 |
| 3 | ξ | -152829 | 6980 |
| | η | -98944 | 4540 |
| 4 | ξ | 2088 | 623 |
| | η | 3153 | 965 |

Таблица 6. Условный перебор переопределенных систем

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|-----------------------|----------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | 2,5,6,7 | 15373 | 5210 |
| | η | 2,6,7,8 | 14590 | 2808 |
| 2 | ξ | 2,3,4,9 | 297 | 80 |
| | η | 2,3,4,5 | 121 | 45 |
| 3 | ξ | 4,7,8,9 | 33144 | 8798 |
| | η | 5,6,9,10 | 6041 | 1506 |
| 4 | ξ | 2,3,4,9 | 83 | 31 |
| | η | 2,3,4,8 | 114 | 39 |

Таблица 7. Условный перебор нормальных систем

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|-----------------------|------------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | 5,7,8,9,10 | 88216 | 11357 |
| | η | 2,5,6,7,8 | -17403 | 2572 |
| 2 | ξ | 2,3,4,6,9 | 212 | 53 |
| | η | 2,3,4,9,10 | -129 | 43 |
| 3 | ξ | 2,4,6,7,8 | 20830 | 6877 |
| | η | 3,4,5,9,10 | 11881 | 2460 |
| 4 | ξ | 2,3,4,6,9 | -90 | 23 |
| | η | 2,3,4,8,9 | -95 | 21 |

мальной, были получены следующие результаты (таблица 7).

Сравнивая данные таблиц 5, 6, 7, приходим к следующим выводам:

- как и при обработке кадровых снимков, при переборе нормальных систем можно найти модели, обеспечивающие более высокую точность прогноза по σ_{Δ} , чем при решении переопределенных систем (четыре модели из восьми);

- ни в одном из восьми случаев стандартная модель П2 не оказалась оптимальной.

Оптимальные модели. Объединяя оптимальные модели из таблиц 6 и 7, сведем данные в таблицу 8.

Повышение точности по σ_{Δ} в сравнении со стандартным подходом приведено в таблице 9.

Таким образом, метод РМ обеспечивает получение моделей преобразования координат по

малым выборкам с точностью прогноза, в 2–40 раз превышающей точность при стандартном подходе (использование известных аппроксимирующих полиномиальных моделей).

ВЫВОДЫ

Экспериментально подтверждена эффективность РМ-подхода для решения новой по его применению задачи трансформации координат на аэрокосмических снимках земной поверхности; его применение позволяет в ряде случаев повысить точность прогноза в 2–40 раз по сравнению со стандартным подходом.

Повышение точности при использовании РМ-подхода обеспечивается процедурой структурной идентификации. Реализация последней

Таблица 8. Оптимальная модель

| Номер снимка | Оптимальная структура | Δ | $ \Delta $ | σ_{Δ} |
|--------------|-----------------------|-----------|------------|-------------------|
| 1 | ξ | 2,5,6,7 | 15373 | 5210 |
| | η | 2,5,6,7,8 | -17403 | 2572 |
| 2 | ξ | 2,3,4,6,9 | 212 | 53 |
| | η | 2,3,4,5 | 121 | 45 |
| 3 | ξ | 2,4,6,7,8 | 20830 | 6877 |
| | η | 5,6,9,10 | 6041 | 1506 |
| 4 | ξ | 2,3,4,6,9 | -90 | 23 |
| | η | 2,3,4,8,9 | -95 | 21 |

Таблица 9. Оптимальные модели

| Модель по | Номера выборок | | | |
|-----------|----------------|-----|-----|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| ξ | 3.6 | 1.9 | 3.8 | 25.3 |
| η | 3.5 | 1.9 | 9.7 | 41.1 |

предполагает формирование множества конкурирующих структур на основе исходной перспективной модели и поиск оптимальной структуры по заданному критерию качества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киселев А.А. Теоретические основания фотографической астрометрии. М.: Наука, 1989. 260 с.
2. Ризванов Н.Г. Фотографическая астрометрия: Учебное пособие. Казань: КГУ, 1991. 156 с.
3. Яцкiv Я.С., Курьяновa A.H. Об одном возможном способе обработки измерений астрофотографий // Кинематика и физика небесных тел. 1985. Т. 1. № 1. С. 18-26.
4. Безменов В.М. Фотограмметрия. Построение и уравнивание аналитической фототриангуляции: Учебно-методическое пособие для студентов физического факультета КГУ, обучающихся по специальности «Астрономогеодезия». Казань: КГУ, 2009. 86 с.
5. Краснопевцев Б.В. Фотограмметрия. М.: Репрография МИИГАиК, 2008. 160 с.
6. Бугаевский Л.М., Вахрамеева Л.А. Картографические проекции. М.: Недра, 1992. 295 с.
7. Дубиновский В.Б. Калибровка снимков. М.: Недра, 1982. 224 с.
8. Лобанов А.Н. Калибровка фототелевизионных снимков // Геодезия и картография. 1975. № 5. С. 36-40.
9. Лобанов А.Н. и др. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. М.: Недра, 1975. 262 с.
10. Любивая Л.С. Пути оптимизации выбора дополнительных параметров при самокалибровке снимков // Сб. научн.тр.НИИ прикладной геодезии. 1981. Вып.5. С. 53-66.
11. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. М.: Наука, 1991. 272 с.
12. Валеев С.Г. О применении метода множественной регрессии в астрометрии // Задачи современной астрометрии в создании инерциальной системы координат. Ташкент: ФАН, 1981. С. 125-129.
13. Себер Д. Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. 450 с.
14. Валеев С.Г., Кадырова Г.Р. Система поиска оптимальных регрессий // Вестник Ульяновского государственного технического университета. 1998. № 1 (2). С. 32-37.
15. Кадырова Г.Р. Оценка и прогнозирование состояния технического объекта по регрессионным моделям // Автоматизация процессов управления. 2015. № 4 (42). С. 90-95.
16. Валеев С.Г., Родионова Т.Е. Программное обеспечение для решения задач структурно-параметрического оценивания при обработке данных // Известия высших учебных заведений. Сер.: Геодезия и аэрофотосъемка. 2004. № 1. С. 24-34.
17. Большаков В.Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов. М.: Недра, 1983. 223 с.
18. Агапов С.В. Фотограмметрия сканерных снимков. М.: Изд-во Картгеоцентр-Геодезиздат, 1996. 176 с.
19. Валеев С.Г. Калибровка фотоснимков методом множественной регрессии // Известия высших учебных заведений. Сер.: Геодезия и аэрофотосъемка. 1982. №2. С. 121-122.
20. Валеев С.Г. Кадырова Г.Р. Оптимальные редукционные модели в фотографической астрометрии // Известия высших учебных заведений. Сер.: Геодезия и аэрофотосъемка. 2002. № 3. С. 58-69.

OBTAINING THE OPTIMAL REDUCTION OF FORECAST MODELS FOR SPACE IMAGES

© 2018 G.R. Kadyrova, T.E. Rodionova

Ulyanovsk State Technical University

The article discusses the results of the study of classical models for the processing of aerospace images and the application of the regression modeling approach to solving problems of coordinate transformation using small samples of reference points on personnel and scanner aerospace images. Estimation of the parameters of mathematical models used to convert images on aerospace images into given cartographic projections is an important step, both in constructing the corresponding maps and in solving scientific and technical problems. Obtaining maps for various purposes for the surface of the Earth is impossible without solving the problem of the coordinate reference, which involves determining the coordinates of objects in a certain reference system. The coordinate reference problem, which is solved by aerospace images, does not fundamentally differ from astrophotographic one. Nevertheless, in some cases, especially when creating maps, the range of its application is much wider - not only geodetic points, but also many points of contours of various images (coastline, forests, etc.) can be transferred to the core network system. A common and important procedure for processing measurements on aerospace images is to estimate the parameters of mathematical models used in particular for image conversion. Instead of the classical approach to parameter estimation, which provides for a rigidly fixed model, it is proposed to use the methodology of regression modeling implemented in the package "System of search for optimal regressions". The effectiveness of this approach for solving the problem of coordinate transformation on aerospace images of the Earth's surface, new in its application, has been experimentally confirmed. Improving the accuracy of using this approach is provided by the procedure of structural identification, which involves the formation of a set of competing structures based on the original perspective model and the search for the optimal structure according to a given quality criterion.

Keywords: regression modeling, reference problem, aerospace images, coordinate transformation, System of Searching of Optimum Regressions.

Gulnara Kadyrova, Candidate of Technics, Associate Professor
at the Applied Mathematics and Informatics Department.
E-mail:gulya@ulstu.ru

Tatiana Rodionova, Candidate of Technics, Associate Professor at the Applied Mathematics and Informatics Department. E-mail: t.rodionova@ulstu.ru