

ОЦЕНКА СТАБИЛЬНОСТИ ВИБРАЦИЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ОБОБЩЕННОЙ ДИСПЕРСИИ

© 2018 В.Н. Клячкин, А.В. Алексеева

Ульяновский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 01.11.2018

При контроле вибраций агрегата датчики обычно устанавливаются в нескольких точках, при этом показатели вибраций коррелированы. Для контроля стабильности вибраций могут быть использованы методы многомерного статистического контроля процессов. Мониторинг среднего уровня процесса проводят на основе алгоритма Хотеллинга. Для мониторинга рассеяния вибраций может быть применен алгоритм обобщенной дисперсии. Для оценки эффективности контроля многомерного рассеяния на основе обобщенной дисперсии необходимо проведение специальных испытаний. Основными видами нарушения процесса по критерию рассеяния вибраций являются скачкообразное увеличение и тренд. Чувствительность контроля к возможным нарушениям оценивается с помощью средней длины серий – количества наблюдений от момента нарушения процесса до момента обнаружения этого нарушения. Для проведения статистических испытаний необходимо смоделировать множество выборок, идентичных реальному процессу вибраций, а также возможные нарушения процесса. Для смоделированных выборок строятся карты обобщенной дисперсии, с помощью которых и оценивается средняя длина серий. При необходимости для повышения эффективности контроля могут использоваться специальные методы.

Ключевые слова: вибрации, многомерный статистический контроль процесса, обобщенная дисперсия, средняя длина серий.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ
и Правительства Ульяновской области, проект 18-48-730001*

Рассматривается процесс вибраций агрегата [1-3], при этом датчики обычно устанавливаются в нескольких точках, и показатели вибраций частично коррелированы. Контроль стабильности независимых вибраций проводится с помощью карт Шухарта. Для контроля среднего уровня коррелированных вибраций используется алгоритм Хотеллинга [4-7]. При необходимости контроля рассеяния процесса применяется алгоритм обобщенной дисперсии. Эффективность контроля оценивается с помощью специальной характеристики – средней длины серий: это количество наблюдений от момента нарушения процесса до момента обнаружения этого нарушения. При этом средняя длина серий иногда может быть найдена аналитически, чаще ее приходится оценивать по результатам статистических испытаний. Для проведения таких испытаний моделируется последовательность векторов данных процесса, а также задаются различные виды нарушений. В работе рассмотрены вопросы, связанные с проведением статистических испытаний по оценке чувствительности алгоритма обобщенной дисперсии. Моделирование данных проводится на основе

*Клячкин Владимир Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail: v_kl@mail.ru
Алексеева Анастасия Валерьевна, аспирант.
E-mail: age-89@mail.ru*

многомерного нормального распределения с последующей проверкой параметров: вектора математических ожиданий и ковариационной матрицы. В качестве исходных данных используются показатели реального процесса. Основные нарушения процесса – скачкообразное и постепенное увеличение рассеяния вибраций.

Пусть в процессе контролируется множество p показателей вибраций X_1, X_2, \dots, X_p . Через определенные (как правило, равные) промежутки времени берутся выборки из n наблюдений (n – объем мгновенной выборки, $n = 1 \dots 10$).

С целью оценки параметров контроля всего берется m выборок. По общей (обучающей) выборке mn наблюдений оценивается вектор средних $\mu_0 = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)^T$ и ковариационная матрица S . Оценки компонент вектора средних:

$$\mu_j = \frac{1}{mn} \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ijt}, \quad j = 1 \dots p, \quad (1)$$

(x_{ijt} – результат i -го наблюдения в t -й выборке по j -му параметру; $i = 1 \dots n$; $t = 1 \dots m$);

оценки элементов ковариационной матрицы S :

$$s_{jk} = \frac{1}{m(n-1)} \sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n (x_{ijt} - \mu_j)(x_{ikt} - \mu_k), \quad (2)$$

$$j = 1 \dots p, \quad k = 1 \dots p.$$

Предполагается, что выборка взята из генеральной совокупности с многомерным нормальным распределением. Для моделирования выборок можно использовать алгоритм генерирования псевдослучайных нормальных векторов [8-10].

Предположим, что совокупность случайных величин Z_t имеет стандартное нормальное распределение с параметрами (0, 1). Тогда значения X_t , распределенные по многомерному нормальному закону с вектором средних m и ковариационной матрицей S , могут быть найдены с помощью линейного преобразования:

$$X_T = AZ_T + M, \tag{3}$$

где A – нижняя треугольная матрица

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1} & a_{p2} & \dots & a_p \end{bmatrix}, \tag{4}$$

коэффициенты a_{jk} которой определяются рекуррентной процедурой:

$$a_{jk} = \frac{s_{jk} - \sum_{r=1}^{j-1} a_{kr} a_{jr}}{\sqrt{s_{jj} - \sum_{r=1}^{j-1} a_{jr}^2}}; \quad 1 \leq k \leq j \leq p \tag{5}$$

(значения s_{jk} определяются по формуле (2)).

Для анализа чувствительности контрольных карт к нарушениям процесса, как отмечалось, необходимо проведение статистических испытаний. С этой целью надо иметь множество аналогичных выборок (с вектором средних и ковариационной матрицей, соответствующими

обучающей выборке, полученной в реальном процессе): объективная оценка средней длины серий возможна лишь по множеству выборок.

Испытания повторяют N раз. Обычно $N = 100 \dots 1000$ – количество смоделированных выборок; оценивается в зависимости от необходимой точности; длина серий оценивается с точностью до одной выборки.

Качество смоделированных выборок может быть оценено по соответствию вектора математических ожиданий и ковариационной матрицы исходным характеристикам для обучающей выборки. Для проверки гипотезы о равенстве векторов средних значений $H_0: \mu_1 = \mu_2$ при объемах сравниваемых выборок соответственно n_1 и n_2 может быть использована статистика Хотеллинга, а для проверки гипотезы о равенстве ковариационных матриц $H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2$ используется специальный критерий [9].

Для оценивания средней длины серий при различных вариантах контроля необходимо смоделировать возможные нарушения процесса. Наиболее распространенным нарушением является увеличение рассеяния вибраций по одному или нескольким параметрам на некоторое постоянное значение, также возможно постепенное увеличение рассеяния (тренд).

Для смоделированных данных строятся карты обобщенной дисперсии, по которым и находится длина серий для данного нарушения. Усредняя результат по множеству выборок, получим среднюю длину серий. Полученный результат полезно сравнить с результатами теоретического расчета: в предположении нормальности распределения обобщенной дисперсии ее средняя длина серий может быть найдена

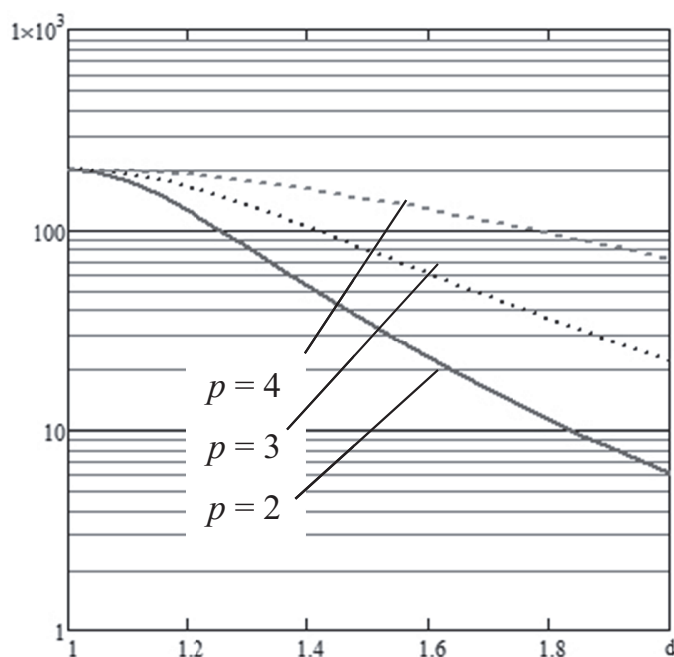


Рис. 1. Кривые средней длины серий для карты обобщенной дисперсии

аналитически. На рис. 1 показаны соответствующие кривые (в полулогарифмических координатах) при количестве контролируемых показателей вибраций p , построенные в системе Mathcad. Из рис. 1 следует, например, что для обнаружения увеличения обобщенной дисперсии в $d = 1,5$ раза при контроле двух показателей потребуется в среднем 34 выборки.

Если найденная средняя длина серий не удовлетворяет предъявляемым требованиям по своевременности обнаружения нарушения стабильности вибраций, возможно применение специальных мер. Это или увеличение объема мгновенных выборок при контроле, или анализ неслучайных структур на карте обобщенной дисперсии, применение предупреждающей границы, расчете кумулятивных сумм или экспоненциально взвешенных скользящих средних по обобщенной дисперсии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стандарт организации ОАО РАО «ЕЭС России». Методика оценки технического состояния основного оборудования гидроэлектростанций. СТО 17330282.27.140.001-2006
2. Владиславлев Л. А. Вибрация гидроагрегатов гидроэлектрических станций. М. : Энергия, 1972. 153 с.
3. Клячкин В.Н., Кувайскова Ю.Е., Иванова А.В. Система статистического анализа и контроля стабильности вибраций гидроагрегата // Программные продукты и системы. 2018. №3. С. 620-625.
4. Уилер Д., Чамберс Д. Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта. М. : Альпина Бизнес Букс, 2009. 409 с.
5. Ryan T.P. Statistical methods for quality improvement. New York: John Wiley and Sons, 2011. 687 p.
6. Montgomery D.C. Introduction to statistical quality control. New York: John Wiley and Sons, 2009. 754 p.
7. Боровиков В. STATISTICA: искусство анализа данных. Для профессионалов. СПб.: Питер, 2001. 656 с.
8. Мартышенко С.Н., Мартышенко Н.С., Кустов Д.А. Моделирование многомерных данных и компьютерный эксперимент. // Техника и технология. 2007. №2.
9. Клячкин В.Н., Святова Т.И., Кравцов Ю.А. Моделирование данных технологического процесса для анализа эффективности многомерного статистического контроля // Автоматизация процессов управления. 2015. №1(39). С. 57-62
10. Кувайскова Ю.Е., Алешина А.А. Повышение эффективности системы управления техническими объектами при использовании адаптивного динамического регрессионного моделирования временных рядов // Автоматизация процессов управления. 2013. № 4 (34). С. 77-83.

EVALUATION OF STABILITY OF VIBRATION BASED ON THE ALGORITHM OF GENERALIZED VARIANCE

© 2018 V.N. Klyachkin, A.V. Alekseeva

Ulyanovsk State Technical University

Vibration control unit sensors are typically installed at several points, with indicators of vibrations are correlated. To monitor the stability of the vibrations can be used techniques multivariate statistical process control. Middle-tier monitoring process shall be carried out on the basis of Hotelling's algorithm. To monitor the dispersion of vibration can be applied the algorithm of generalized variance. To assess the effectiveness of monitoring of the multidimensional scattering based on generalized variance for special tests. The main types of violation of process parameter of scattering vibrations are normally increase and trend. Testing sensitivity to possible violations is estimated using the average length of a series is the number of observations from the moment of violation process until the discovery of the breach. To conduct statistical tests must simulate a lot of samples of identical real process vibrations, as well as possible violations of process. For simulated samples built maps generalized dispersion, by which and estimated the average length of the series. If you need to increase the effectiveness of control methods can be used. *Keywords:* vibration, multivariate statistical process control, generalized variance, average run length.

Vladimir Klyachkin, Doctor of Technics, Professor at the Applied Mathematics and Informatics Department.

E-mail: v.kl@mail.ru

Anastasia Alekseeva, Postgraduate Student.

E-mail: age-89@mail.ru