УДК 621.317.7

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЕМКОСТНОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ УРОВНЯ ТОПЛИВА В БАКАХ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ С УЧЁТОМ ПОЛЕЙ РАССЕИВАНИЯ

© 2019 Р.С. Захаров, Б.В. Скворцов, Д.Р. Таипова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва

Статья поступила в редакцию 14.03.2019

В статье рассматривается электрофизическая модель емкостного метода измерения уровня в системах измерения уровня заправки различных модификаций ракет-носителей «Союз». Рассмотренная методика исследований позволяет проводить расчеты информационных характеристик датчика при различных конструктивных параметрах датчика и электрофизических показателей жидкости, Рассмотренный алгоритм позволяет с высокой точностью анализировать трёхмерные электрические поля в неоднородных средах.

Ключевые слова: емкостной датчик, ракета-носитель, измерение уровня топлива. DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00051

В настоящее время в аэрокосмической технике, в частности в баках ракет-носителей «Союз», применяются ёмкостные датчики уровня топлив, состоящие из плоских электродов, образующих конденсатор, заполняемый контролируемой жидкостью [1]. Не смотря на стремительное развитие ракетно-космической и электронной техники, прослеживается жёсткий консерватизм в их использовании, что обусловлено простотой конструкции и высокой надёжностью. Процесс заправки РН инерционный и взрывоопасный. Случаются переливы топлива, но ещё хуже его недолив, так как это приводит к потери аппарата. В связи с этим актуально повышение точности конструкционных расчётов датчика, которое необходимо проводить с учётом полей рассеивания и реальных свойств контролируемой среды.

Теоретические основы емкостных методов измерений уровня топлив изложены в работах [3-4]. Электрофизическую модель емкостного метода измерения уровня можно представить в виде группы (минимум двух) плоских электродов, помещённых в сосуд с жидкостью ортогонально контролируемому уровню, образующих конденсаторы, изменяющих свою емкость в зависимости от перемещения горизонтального зеркала жидкости (рисунок 1).

В дублированном или троированном вариантах, применяемых в баках PH, таких конденсаторов может быть два или три соответственно. В общем случае плоские электроды могут иметь произвольную форму, что будет определять функцию преобразования датчика C = F(h) – зависимость изменения ёмкости

Захаров Роман Сергеевич, ведущий инженер. Скворцов Борис Владимирович, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник. E-meil: aps@ssau.ru Таипова Дилара Раисовна, инженер.



Рис. 1. Иллюстрация к обобщённой математической модели ёмкостного датчика уровня: 1– топливный бак, 2– электроды, 3– жидкость,

от уровня жидкости или обратную функцию h=f(C) – зависимость уровня от ёмкости. К обкладкам конденсатора подводится переменное напряжение заданной амплитуды и частоты. В результате в датчике создаётся переменное электрическое поле, определяющее в ней суммарный ток через электроды, амплитуда и фаза которого зависит от общей емкости и проводимости контролируемой среды, которая в свою очередь зависит от уровня жидкости в баке. При разработке математической модели примем следующие допущения.

1. Удельная проводимость материала электродов, и стенки бака намного больше проводимости жидкости и воздушной подушки над ней. Это означает, что электроды и стенки бака являются эквипотенциальными.

2. Все слои изотропны, стационарны и линейны с точки зрения электрических свойств.

3. Расстояние от электродов до стенки бака много больше расстояние между электродами. Стенки бака имеют нулевой потенциал.

4. Геометрические размеры электродов, расстояния между ними, а также толщину слоёв считаем известными.

5. Диэлектрические проницаемости и удельные электрические проводимости жидкости и газовой подушки считаем известными.

Целью математического моделирования является расчет и анализ электрического поля в конденсаторной структуре датчика с учётом полей рассеивания, определение на его основе функции преобразования датчика и формирование рекомендаций по его конструированию.

Отметим, что, несмотря на достаточно низкую проводимость топлива и газа $\sigma = 10^{-17} \div 10^{-14} [OM^{-1}M^{-1}]$, ею в расчётах нельзя пренебрегать, так как при большой площади электродов активные токи утечки в конденсаторном датчике могут быть вполне существенны и значительно влиять на результаты измерений при различных способах обработки информационных сигналов. Кроме того, поля рассеивания на границах электродов тоже должны учитываться при математическом моделировании измерительной процедуры. Рассмотрим структуру, показанную на рисунке 1, которая в целом образует конденсаторный датчик с неоднородной, с точки зрения проводимости и диэлектрической проницаемости, внутренней средой. К электродам датчика подведено напряжение.

В работах [7, 8] показано, что при питании электродов синусоидальным напряжением $U_0(t) = U_m \sin \omega t$ и выполнении принятых допущений, в топливном баке возникает переменное электрическое поле, описываемое уравнением

$$div[(\sigma + j\omega\varepsilon)gradU] = \frac{(G + j\omega C)U_m}{V}.$$
 (1)

Здесь U(x,y,z,t) – скалярный потенциал поля, [B] = [кг^{1/2}·м^{3/2}/сек²]; $\sigma(x,y,z)$ – проводимость каждой точки среды, [1/Ом·м]=[сек/м²];

 $\varepsilon(x,y,z)$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость каждой точки среды, [Φ /м]=[сек²/м²];

G – общая проводимость системы между
 электродами [1/Ом] = [сек/м];

C – общая емкость электродной системы [Ф] = [сек²/м];

V – объем электродов [M^3];

$$gradU = \frac{\partial U}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\bar{k}, \qquad (2)$$

 $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$ – орты декартовой системы координат. Уравнение (1) разбивается на два: относительно действительной *U* и мнимой *U*^{*} частей потенциала переменного электрического поля в среде:

$$div(\sigma gradU) = \frac{GU_m}{V}.$$
 (3)

$$div\left(\varepsilon gradU^{*}\right) = \frac{CU_{m}}{V}.$$
 (4)

Целью расчетов является определение компонентов электрического поля U(x,y,z), общей проводимости G и общей емкости C датчика и определение влияния на них уровня жидкости h, проявляющейся в изменении диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x,y,z)$ и проводимости $\sigma(x,y,z)$ наполняющей структуры датчика. Одной из важных задач при этом является также анализ влияния конструктивных размеров датчика на формирование информационных сигналов. Искомые параметры могут быть найдены из совместного решения уравнений (3), (4) при конкретных граничных условиях, определяемых конструктивными размерами датчика и уровнем жидкости. В результате решения определяется распределение поля U(x,y,z) внутри и вокруг датчика, которое в количественных параметрах удовлетворяло бы одновременно двум уравнениям (3) и (4). Так как *s*¹ *e* решение этих уравнений не могут дать одинаковых значений U(x,y,z). Однако, в совместном решении (3), (4) нет противоречия. При питании датчика синусоидальным напряжением, потенциал в каждой точке поля будет комплексной величиной, определяемой по формуле:

$$U(x, y, z) = U(x, y, z) + jU^{*}(x, y, z) =$$

= $\Phi(x, y, z)e^{j\phi(x, y, z)},$ (5)

где $\Phi = \sqrt{U^2 + (U^*)^2}$, $\varphi = arctg \frac{U^*}{U}$, причем U(x,y,z) – решение уравнения (3),

 $U^*(x, y, z)$ – решение уравнения (4). Общая проводимость *G* и емкость *C* определятся по формулам:

$$G = \frac{I_0}{U_m} , \qquad C = \frac{D_0}{U_m} , \qquad (6)$$

где
$$I_0 = \int_{S} J(x, y, z) dS$$
, $D_0 = \int_{S} D(x, y, z) dS$,(7)

суммарные токи проводимости и смещения через электроды датчика;

J(x, y, z, t) – вектор плотности тока в среде, [A/м²] = [кг/сек·м^{3/2}];

 $\overline{D}(x, y, z, t)$ – вектор плотности тока смещения, [Кл/M²] = [кг^{1/2} /м^{3/2}];

$$\overline{J} = \sigma gradU, \ \overline{D} = \varepsilon gradU^*.$$
(8)

Интегралы в выражениях (7), (8) берутся по поверхности электродов.

Решение этой задачи в расширенной области, охватывающей пространство вокруг электродов, позволяет учитывать боковые поля рассеивания.

Решение уравнений (3) – (4) с последующим определением полного тока, проводимости и ём-кости датчика по соотношениям (6) – (8) для неоднородной среды, содержащей границу раздела жидкости и газа, является целью математического моделирования измерительной процедуры.

В общем случае комплексный суммарный ток датчика зависит от уровня жидкости *h* и конструкционных параметров обобщённой функцией

$$I = F(h, S, d, \varepsilon_{*}, \varepsilon_{r}, \sigma_{*}, \sigma_{r}, \omega, U_{m}) =$$

= A(h, Q)e^{j\phi(h,Q)}, (9)

где *S*, *d* – площадь электродов и расстояние между ними;

 $\sigma_{\Gamma}, \mathcal{E}_{\Gamma}, \sigma_{\mathcal{K}}, \mathcal{E}_{\mathcal{K}}$ – проводимость и диэлектрическая проницаемость газа и жидкости,

 ω , U_m – частота и напряжение питания датчика;

 $Q = \{S, d, \varepsilon_{x}, \varepsilon_{z}, \sigma_{x}, \sigma_{z}, \omega, U_{m}\}$ – совокупность конструкционных параметров датчика.

Из выражения (9) следует, что от уровня жидкости h зависят амплитуда тока и фазовый сдвиг между током и напряжением. Таким образом, контролируя указанные параметры, можно определять h. В зависимости от способа измерения сигналов необходимо определить следующие функции преобразования датчика:

при измерении амплитуды тока –

$$h = F_A(A,Q); \tag{10}$$

при измерении фазового сдвига между током и напряжением –

$$h = F_{\omega}(\varphi, Q) \,. \tag{11}$$

Учитывая, что существуют специальные схемы измерения ёмкости, за основную функцию преобразования датчика может быть принята функция связывающая уровень с емкостью и конструктивными параметрами датчика:

$$h = \tilde{F}_C(C, \tilde{Q}), \tag{12}$$

В любом случае, по сути функции (10) – (12) есть результат одной измерительной процедуры. Совокупность рассмотренных формул представляют собой обобщённую физико- математическую модель предложенных методов измерения уровня. Поиск функций (10) – (12), связывающих сигналы датчика с уровнем жидкости и конструкционными параметрами является главной математической задачей диссертации.

Аналитическое решение уравнений (3)-(4) с учётом полей рассеивания затруднительно, так как рассматриваемая среда неоднородна. Аналитическая стыковка условий на границах сред неудобна и громоздка. Решение целесообразно проводить численными методами, в частности методом конечных разностей или конечных элементов. Для численного решения необходимо задаться конкретными размерами датчика, формой и числом электродов, а также ограничиться размером пространства вокруг него. Окружающее пространство вокруг электродов определяет поля рассеивания и их влияние на функцию преобразования можно оценить численным экспериментом. Общий подход к расчёту электрического поля в неоднородных средах сформулирован в работах [7 - 8]. В отличие от известных решений задача явно трёхмерная и достаточно просто сводится к плоской (двухмерной) только в случае, когда емкость образована двумя цилиндрическими коаксиальными цилиндрами. Конечно-разностный расчёт емкости, образованной коаксиальными цилиндрами, погружёнными в жидкость, с учётом полей рассеивания приведён в работе [8]. Для трёхмерной задачи выражения (3), (4) примут вид

σ	$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \right.$	$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} +$	$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right) +$	$\frac{\partial \sigma}{\partial x}$	$\frac{\partial U}{\partial x} +$	$\frac{\partial \sigma}{\partial y}$	$\frac{\partial U}{\partial y} +$	$\frac{\partial \sigma}{\partial z}$	$\frac{\partial U}{\partial z}$	= A;(13)
ε	$\left(\frac{\partial^2 U^*}{\partial x^2} + \right)$	$\frac{\partial^2 U^*}{\partial y^2} +$	$+\frac{\partial^2 U^*}{\partial z^2}$	$+\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}$	$\frac{\partial U^*}{\partial x}$	$+\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}$	$\frac{\partial U^*}{\partial y} +$	$+\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}$	$\frac{\partial U^*}{\partial z}$	= B.(14)

Для конечно-разностного решения задачи необходимо сделать следующее

1. Задаться кубической областью вокруг рассматриваемой системы, считая ее неоднородной, имеющей разную проводимость $\sigma(x,y,z)$ и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(x,z)$ в каждой точке.

 Заданную область считать достаточно удаленной от электродов, настолько, что можно принять потенциал на ее границах равным нулю.

 Разметить всю область квадратной конечно-разностной сеткой с координатами *i,j,k*, шагом *b*.

4. В каждой точке области задать проводимость $\sigma(i,j,k)$ и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(i,j,k)$.

Уровень жидкости определяется изменением проводимости $\sigma(i,j,k)$ и диэлектрической проницаемости $\varepsilon(i,j,k)$ на границе раздела сред. При таком подходе расчет сводится к решению задачи расчета поля [9] с граничными условиями Дирихле, задающими потенциалы поля на его границах и внутренних точках: нулевые на границах U(I) = 0, $U = U_m$ на электродах.

Разработанный алгоритм и методика реализованы в программе, написанной в среде МАТСАД, на основе которой проведены численные исследования влияния конструкционных параметров на емкость при различных уровнях жидкости *h*. При расчётах приняты следующие значения электрофизических параметров среды и конструкционных элементов датчика: электроды равны по длине и ширине; $\varepsilon_0 = 8.85416 \cdot 10^{-12}$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума; $U_p = 1 B$ – напряжение питания на электродах; H = 0, 2 m – высота электродов ; $\sigma_3 = 1 \cdot 10^8$, $\varepsilon_3 = 10^5$ – проводимость [1/Ом·м] и относительная диэлектрическая проницаемость электродов; размер зоны расчёта вокруг электродов $L \ge L \ge L \ge L = 0,4 \ge 0,4 \le 0,4 \le 0,4 \le 0,064 \le 0,064 \le 0,064 \le 0,001 \le 0,00$

В частности проведены следующие виды численного моделирования.

1. Расчёт полной емкости и сопротивления датчика при различных расстояниях между электродами и электрофизических параметров среды. Результаты расчётов приведены на рисунке 2.

Результаты расчетов показали ожидаемые зависимости и численные значения, которые получаются при использовании выражений для расчёта указанных параметров без учёта полей рассеивания по известным формулам [3,4].

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 g H}{d}, \quad R = \frac{\rho d}{S} = \frac{d}{\sigma S} \quad (15)$$

где S = gH – площадь электрода, $\rho = \frac{1}{\sigma}$ – удель-

ное электрическое сопротивление среды [Ом•м].

Графики на рисунке 2 показывают значения ёмкости и проводимости сухого (при $\varepsilon = 1$) и полностью заполненного жидкостью датчика с известной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon \neq 1$. Отметим, что численные значения ёмкости, полученные по конечно-разностной (полевой) методике расчёта на 10 – 15 % больше значений, полученных по формулам (15). Это объясняется тем, что полевые расчёты учитывают ёмкость, образованную полями рассеивания. Аналогично: вычисленное по разработанной программе полное активное сопротивление датчика на 10 – 15 % меньше, чем значения, полученные по формулам (2.41), так как они не учитывают токи рассеивания.. Результаты, приведённые на рисунке 2, подтверждают правильность разработанной программы расчета и дают основания доверять последующим исследованиям, связанным с численными экспериментами по конструированию и определению оптимальных параметров датчика.

2. Расчёт ёмкости датчика при изменении уровня и различных диэлектрических проницаемостях жидкости. Результаты расчётов приведены на рисунке 3. d=2·10⁻³ м, H= 0.2 м, g=4·10⁻³ м, ϵ_r =1,0

Анализ рисунка показывает, что в начале и в конце диапазона преобразования зависимость емкости от уровня носит нелинейный характер. Это объясняется влиянием емкостей рассеивания на границах электродов. Полученные результаты хорошо согласуются с данными, получаемыми по известной формуле расчёта емкости частично заполненного жидкостью идеального ёмкостного датчика с равными электродами, которую можно записать в виде

$$C = \frac{\varepsilon_0}{d} [\varepsilon_{\Gamma} S + (\varepsilon_{\mathcal{K}} - \varepsilon_{\Gamma}) gh] = \frac{\varepsilon_0 gH}{d} [\varepsilon_{\Gamma} + (\varepsilon_{\mathcal{K}} - \varepsilon_{\Gamma}) \frac{h}{H}] =$$

= $C_{cyx} + C_{cyx} (\frac{\varepsilon_{\mathcal{K}}}{\varepsilon_{\Gamma}} - 1) \frac{h}{H} \approx C_{cyx} + C_{cyx} (\varepsilon_{\mathcal{K}} - 1) \frac{h}{H} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\Gamma} A [1 + (\varepsilon_{\mathcal{K}} - 1) \frac{h}{H}], (16)$
где $C_{cyx} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\Gamma} gH}{d} = A \varepsilon_0 \varepsilon_{\Gamma} -$ емкость сухого датчи-

ка, $\mathcal{E}_{\tilde{A}} \approx 1$.







Рис. 3. Зависимость ёмкости датчика от уровня и диэлектрической проницаемости жидкости

3. Расчёт ёмкости датчика при изменении уровня жидкости и различных конструкционных параметрах датчика. Анализ формулы (16) показывает, что можно выделить универсальный конструкционный параметр, зависящий только от размеров электродов и расстояния между ними $A = \frac{gH}{d}$. На рисунке 4 показано семейство графиков, иллюстрирующих изменение ёмкости датчика от уровня топлива h при

различных значениях параметра А. Семейство графиков на рисунке 4 показывает возможности выбора конструкционных размеров датчика с целью обеспечения необходимой чувствительности устройства. Из графиков видно, что емкость датчика увеличивается с повышением уровня жидкости, что при ε_Γ < ε_ж соответствует теоретическим основам физических процессов формирования информационных сигналов.

Проведено исследование влияния удаленности границ расчётной зоны от электродов на результаты расчётов полного сопротивления и емкости датчика. Показано, что удаление границ расчётной зоны от электродов на величину равную и больше их размеров достаточно для обеспечения заданной погрешности расчётов (менее 1%). Показано также, что шаг сетки в конечно-разностной модели не должен превышать 0,1 от размера электрода. Исследования показали, что при ожидаемых геометрических параметрах датчика достаточно ограничиться матрицей с числом элементов 400 х 400, с шагом b = 0,001 м Численный эксперимент показал также, что изменение проводимости σ_{3} , и диэлектрической проницаемости ε_{3} электродов в диапазонах $1 < \sigma_{3} < 10^{6} [1/Oм \cdot M]$, $10 < \varepsilon_{3} < 10^{6}$, практически не влияет на результаты расчётов.

Показано, что активная составляющая полного комплексного сопротивления датчика много меньше его реактивной (емкостной) составляющей. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только емкость датчика, как информационную составляющую сигнала. Проведённые исследования соответствую основным физическим принципам функционирования датчика и демонстрируют корректность разработанной математической модели, описывающей электрические процессы формирования информационного сигнала. В целом можно сделать вывод, что чувствительность датчика к изменению уровня зависит от поля рассеяния, определяемого конструкцией датчика. Существуют такие конструкционные соотношения в датчике, при которых чувствительность датчика достаточна для обеспечения необходимого порога чувствительности.



Рис. 4. Зависимость ёмкости датчика от уровня жидкости в резервуаре при ε_{Γ} =1, ε_{π} =2 и различных значениях конструкционного параметра А

Другой способ расчёта с помощью программы расчета емкостей методом конечных элементов. Например, в программе Ansys это может быть выполнено с использованием специального макроса Cmatrix [10].

Рассмотренная методика исследований позволяет проводить расчеты информационных характеристик датчика при различных конструктивных параметрах датчика и электрофизических показателе жидкости, что позволяет получить зависимости выходных сигналов при различных схемах включения, то есть определить результирующую функцию преобразования прибора. Рассмотренный алгоритм позволяет с высокой точностью анализировать трёхмерные электрические поля в неоднородных средах. Он даёт возможность с общих позиций подойти к анализу неоднородных сред электрическими методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Мазуренко В.Б. Обзор применяемых методов измерения уровня жидкого топлива в баках нижних ступеней ракет-носителей // Системное проектирование и анализ характеристик аэрокосмической техники. 2013. Т. 16. С. 82-96.
- Пат. 2414681 Российская Федерация МПК G01В 11/14, Оптический способ измерения расстояния до подвижной отражающей поверхности в вы-

бранный момент времени / Чураков В.Л.; заявитель и патентообладатель: Научно-техническое учреждение «Инженерно-технический центр» открытого акционерного общества «Ижевский мотозавод «Аксион-холдинг» – № 2009147224/28; заявл. 18.12.2009; опубл. 20.03.2011, Бюл. № 8.

- 3. *Форейт Й*. Емкостные датчики неэлектрических величин. М.-Л.: Энергия, 1966. 162 с.
- 4. *Меркулов В.И.* Основы конденсаторостроения: учебное пособие. Томск: ТПУ, 2001. 121 с.
- 5. *Мишин А.И.* Математическое моделирование процессов рассеяния энергии в тонкопленочных электролюминесцентных конденсаторах: дис. ... канд. техн. наук: защищена 23.05.2007/ Мишин Александр Иванович. Ульяновск, 2007. 106 с.
- 6. Пассивные радиокомпоненты. Часть 1. Электрические конденсаторы: учебное пособие / С.Д. Ханин, А.И. Адер, В.Н. Воронцов, О.В. Денисова, В.Ю. Холкин. СПб.: СЗПИ, 2001. 26 с.
- 7. *Скворцов Б.В.* Расчет электрического поля в тонких неоднородных пленках // Электричество. 1985. №2. С. 55-57.
- Силов Е.А. Расчет электрического поля емкостного датчика измерения параметров жидких сред //Авиакосмическое приборостроение. 2011. № 1. С. 26-31
- 9. *Мак-Кракен Д., Дорн У.* Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. М.: Мир, 1977.
- Ansys, release 11. Documentation for Ansys [Электронный pecypc] / URL: https://www.sharcnet.ca/ Software/Ansys/15.0.7/en-us/help/ai_rn_0410.pdf (дата обращения 25.06.2019).

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODEL OF THE CAPACITIVE METHOD OF MEASURING THE FUEL LEVEL IN THE TANKS OF LAUNCH VEHICLES, TAKING INTO ACCOUNT THE FIELDS OF DISPERSION

© 2019 R.S. Zakharov, B.V. Skvortsov, D.R. Taipova

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

The article discusses the electrical model of the capacitive method of level measurement systems level measurement filling the different types of carrier rockets "Soyuz". The method of research allows to carry out calculations of information characteristics of sensor with different construction parameters of the sensor and electrophysical parameters of the liquid, the Considered algorithm allows with high accuracy to analyze the three-dimensional electric field in inhomogeneous media. *Keywords*: capacitive sensor, booster, fuel level measurement. DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00051

Roman Zakharov, Leading Engineer. Boris Skvortsov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Scientific Researcher. E-meil: aps@ssau.ru Dilara Taipova, Engineer.