УДК 536.21 : 678.7

РАЗРАБОТКА ТЕПЛОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В АВИАСТРОЕНИИ В УСЛОВИЯХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУР

© 2019 Г.В. Дмитриенко, Е.Н. Згуральская, Г.Л. Ривин, А.А. Федоров

Ульяновский государственный технический университет,
обособленное структурное подразделение «Институт авиационных технологий и управления»,
г. Ульяновск

Статья поступила в редакцию 22.08.2019

В статье рассматривается тепловая модель ПКМ для диагностики ее температурных характеристик. Предложена тепловая модель, сформирован расчетный алгоритм температурных зависимостей.
Ключевые слова: тепловая модель, математическая модель, полимерные композиционные материалы.
DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00052

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Ульяновской области в рамках научного проекта № 18-48-732005\18

ВВЕДЕНИЕ

В авиации полимерные композиционные материалы (ПКМ) очень часто эксплуатируются в условиях нестационарных температур. Поэтому возникает вопрос о проверки соответствия материалов условиям эксплуатации. Основные преимущества углеродных ПКМ состоят в высокой теплостойкости, малой плотности, стойкости к тепловому удару и облучению. Они длительное время могут работать при температурах до 773 °К в окислительной среде и 3273 °К – в инертной среде и вакууме. При этом их прочность с ростом температуры повышается в 1,5 – 2 раза.

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Для проведения всесторонней диагностики свойств ПКМ, требуется рассмотреть тепловую модель, описывающую поведение ПКМ в условиях нестационарного нагрева. По своим структурам ПКМ большинство материалов состоят из некоторого числа слоев, поэтому интерес представляет поведение температуры как внутри слоя, так и внутри самого материала. Основными параметрами образца ПКМ являются ε – диэлектрическая проницаемость и $tg\delta$ – тангенс угла потерь.

ПУТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Исследуемый материал подвергается одностороннему нестационарному нагреву, вследствие которого образуется неравномерное распределение температуры нагрева диагностируемого образца по толщине. Запишем уравнение теплопроводности с целью получения выражения описывающего распределение температуры нагрева по толщине.

Для упрощения описательного процесса рассмотрим один слой, который будет являться базовым элементом для многослойной модели. Слои между собой будут сшиваться через граничные условия температур на их поверхности. Границы раздела слоем могут быть реальными или условными.

Будем считать, что температура в каждой точке (x, y, z) образца ПКМ в момент времени t описывается функцией $T(x, y, z)$. В начальный момент времени $(t = 0)$ все части тела имеют одинаковую температуру (температуру тела в нормальных условиях). Для решения поставленной задачи составим теплофизическое уравнение для образца ПКМ, считая, что образец-тело однородное по толщине и не имеет на поверхности изломов, трещин, ребер и т.д. В случае наличие различных неоднородностей температурный рельеф будет отличен в местах неоднородностей.

Уравнение распространения тепла в произвольном объеме V, ограниченный гладкой

Дмитриенко Герман Вячеславович, доктор технических наук, профессор кафедры «Самолетостроение».
E-mail: dmitrienko.german@yandex.ru
Згуральская Екатерина Николаевна, старший преподаватель кафедры «Самолетостроение».
Георгий Леонидович Ривин, кандидат технических наук, доцент кафедры «Самолетостроение».
E-mail: avia@ulstu.ru
Федоров Александр Александрович кандидат технических наук, доцент кафедры «Самолетостроение».

поверхностью S, можно представить в виде нескольких слагаемых [1,2]:

1) Изменение количества тепла в объеме V за промежуток времени $\left(t_1, t_2\right)$

$$Q_1 = -\int_{t_1}^{t_2} dt \iint_S k(x, y, z) \frac{dT}{dn} dS, \qquad (1)$$

где k – коэффициент внутренней теплопроводности,

n – внутренняя нормаль к поверхности S,

T – температура нагрева тела.

2) На изменение температуры объема на ΔT за промежуток времени Δt надо потратить количество тепла

$$Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \gamma\rho \frac{dT}{dn} dV, \qquad (2)$$

где $\gamma\left(x, y, z\right)$ – теплоемкость вещества,

$\rho\left(x, y, z\right)$ – плотность вещества.

3) Функцией $F\left(x, y, z\right)$ обозначим плотность тепловых источников находящихся в теле (количество выделяемого тепла в единицу времени в единицу объема). Количество поглощенной или выделяемой энергии за промежуток времени $\left(t_1, t_2\right)$ равно

$$Q_3 = \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V F(x, y, z) dV, \qquad (3)$$

Полный баланс энергии для заданного объема будет представлен в виде:

$$Q_2 = Q_1 + Q_3. \qquad (4)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \gamma\rho \frac{dT}{dn} dV = -\int_{t_1}^{t_2} dt \iint_S k(x, y, z) \frac{dT}{dn} dS + \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V F(x, y, z) dV$$

Применив для второго интеграла теорему Остроградского, в целом получили уравнение теплопроводности для неоднородного изотропного тела.

$$\gamma\rho \frac{dT}{dt} = div\left(kgradT\right) + F\left(x, y, z, t\right). \qquad (5)$$

Будем считать, что тело однородное и параметры γ, ρ и $k = const$

$$\frac{dT}{dt} = a^2 \left(\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{d^2T}{dy^2} + \frac{d^2T}{dz^2}\right) + f\left(x, y, z, t\right). \qquad (6)$$

где $a = \sqrt{\dfrac{k}{\gamma\rho}}$; $\quad f\left(x, y, z, t\right) = \dfrac{F\left(x, y, z, t\right)}{\gamma\rho}$.

По теории теплопроводности для нахождения температуры внутри тела в любой момент времени необходимо знать начальное условие и граничное условие (тепловой режим на границе тела).

Граничные условия могут задаваться разными способами в зависимости от того, что известно. Граничные условия на поверхности тела обычно задается тепловым потоком q

$$q = -k \frac{dT}{dn}\ ; \qquad (7)$$

или в каждой точке на поверхности тела задается температура $T\big|_S = f\left(S, t\right)$ – известная функция точки на поверхности и времени.

Начальные условия это распределение температуры по толщине тела.

$$T\big|_{t=0} = \varphi\left(x, y, z\right). \qquad (8)$$

Будем считать: нагрев производится СВЧ энергией, для связывания в единую систему электродинамические модели ПКМ и тепловую модель; тепловой поток производящий нагрев распространяется вдоль одной координаты (координаты z см. рис. 1), перпендикулярной поверхности тела, вглубь тела. Вследствие этого будем считать, что распространения тепла по двум другим координатам не происходит и температура нагрева тела имеет распределение только по координате z. В силу сделанных утверждений можно перейти от решения трехмерной задачи теплопроводности к решению одномерной.

Для решения поставленной задачи потребуется уточнение характеристик условий нагрева и физического процесса нагрева. Для простоты описания будем считать:

- излучение монохроматическое (источник нагрева –электромагнитная волна);
- состояние тела равновесное, перенос тепла осуществляется за счет теплопроводности;
- теплоотдачей всех видов пренебрегаем, в силу быстротечности процесса нагрева;
- для исследуемого материала берется модель неограниченной пластины (рис.1) [3,4].

Решение уравнения теплопроводности будем производить в духе электродинамики. Нагревательная энергия, которая поглощается образцом ПКМ будет равна:

$$P_{погл} = \frac{E_0^2}{2\left|Z_c\right|} e^{-2\alpha Z}, \qquad (9)$$

где E_0 – напряженность электрического поля, производящего нагрев импедансного тела;

Z_c – импеданс исследуемого тела, определяемый как

$$Z_c = \frac{W_0}{\sqrt{\dot{\varepsilon}}} = \frac{\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon(1 - jtg\delta)}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon(1 - jtg\delta)}}, \qquad (10)$$

α – коэффициент затухания электромагнитной волны в импедансном теле

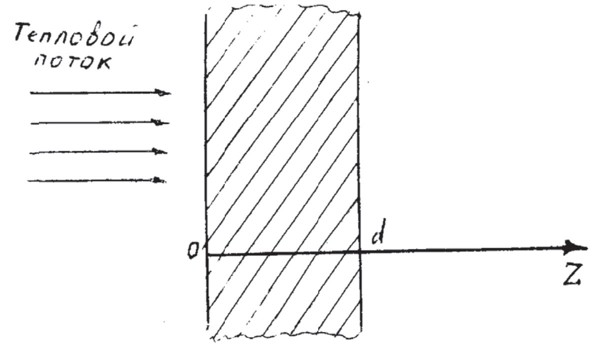

Рис. 1. Модель неограниченной пластины

$$\alpha = 2\pi f\sqrt{\frac{\varepsilon_a \mu_a}{2}\left(\sqrt{1+tg^2\delta}-1\right)}, \quad (11)$$

где
$\mu_a = \mu_0, \ \ \varepsilon_a = \varepsilon_0$.

Теперь составим одномерное уравнение теплопроводности для ПКМ образца, считая, что температура нагрева (избыточная температура) распространяется только вдоль одной координаты (координаты Z).

$$\frac{dT}{dt} = \alpha^2\frac{dT}{dz} + \frac{1}{c\gamma}\frac{E_0^2}{2|Z_c|}e^{-2\alpha Z}, \quad (12)$$

T – избыточная температура, $T = T_{нагр} - T_0$;

α^2 – коэффициент температуропроводности, $\alpha^2 = \frac{\aleph}{c\gamma}$;

$\aleph$ – коэффициент теплопроводности;

c – теплоемкость;

γ – плотность вещества;

t – Время облучения (нагрева) материала;

Z – координата распространения электромагнитной волны, $0 \le z \le d$;

d – толщина ПКМ образца.

Это типичное уравнение теплопроводности, в котором первый член в правой части отвечает за количество тепла прошедшее путем теплопередачи через границу перпендикулярную плоскости XY. Второй член правой части отвечает за количество тепла поглощенное материалом за время облучения.

Для конкретного решения уравнения теплопроводности (1) необходимо уточнить начальные и граничные условия.

Начальное условие: задается начальная температура по всей поверхности материала, в данном случае

$$T_{нагр}(z,0) = \varphi_0(z) = T_0 \text{ или } T(z,0) = \psi_0(z) = 0. \quad (13)$$

Граничные условия: без учета теплоотдачи нагреваемого тела применяются граничные условия второго рода

$$\frac{dT}{dz}(0,t) = -\frac{E^2}{2|Z_c|\aleph}; \ \frac{dT}{dz}(d,t) = 0, \quad (14)$$

Решением уравнения (13) в общем виде [1,2] имеет вид (12) и будет искаться через фундаментальную функцию:

$$T(z,t) = T_0 + T_{нагр}, \quad (15)$$

где

$$T_0 = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}\int_0^d \varphi(z)e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2 t}}d\xi, \quad (16)$$

$$T_{нагр} = \int_0^t\int_0^d \frac{E_0^2}{2|Z_c|\aleph}\frac{1}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}}e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}}e^{-2\alpha(z-\xi)}d\xi d\tau \quad (17)$$

Выражение (16) представляет собой распределение начальной температуры тела по его толщине. Численное решение выражения (16) приводится ниже.

$$T_0 = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\varphi_0(z)e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2 t}}\Bigg|_0^d. \quad (18)$$

Выражение (18) показывает распределение начальной температуры тела по толщине непосредственно перед началом исследуемого нагрева.

Распределение избыточной или нагреваемой температуры по толщине имеет вид (17) ниже приведено численное решение:

$$T_{нагр} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{2\alpha}\frac{E_0^2}{2|Z_c|\aleph}e^{-\frac{(z-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}}e^{-2\alpha(z-\xi)}\Bigg|_0^d\Bigg|_0^t. \quad (19)$$

Выражение (19) качественно показывает дискретный прирост температуры нагрева по толщине тела и по времени нагрева.

Задавшись дискретами по толщине и по времени мы получаем временное распределение приращенной температуры по толщине образца ПКМ. Точность вычисления температурного распределения будет зависеть от точности выбранного численного метода, и от шага дискретов по толщине и времени.

Полученные результаты справедливы для поглощающих материалов, для полупрозрачных материалов математическая модель будет представлена как поглощающей, рассеивающей и испускающей. По этому в математической модели для полупрозрачных материалов необходимо рассматривать процессы рассеивания, испускания и переноса энергии [5].

РАСЧЕТНЫЙ АЛГОРИТМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ε И $tg\delta$ ПКМ

Как отмечалось раннее, при одностороннем нагреве диэлектрического материала происходит распределение температуры по толщине исследуемого материала. Из-за повышения температуры тела происходит изменение ε и

$tg\delta$. Поэтому при измерении температурных зависимостей ε и $tg\delta$ необходимо учитывать их изменение. Изменение электродинамических параметров импедансного тела ε и $tg\delta$ от первоначальных (в нормальных условиях) будет представлено как:

- относительную диэлектрическую проницаемость в виде линейной аппроксимации от температуры нагрева: $\varepsilon(T) = \varepsilon_0 + \alpha T$;

- тангенс угла диэлектрических потерь в виде параболической аппроксимации: $tg\delta(T) = tg_0 + \beta T^2$,

где ε_0 и $tg\delta_0$ – параметры ПКМ в нормальных условиях.

Для теоретического исследования температурных зависимостей ε и $tg\delta$ необходимо решить систему уравнений, состоящую из уравнений электродинамики и уравнений теплофизики. Решение уравнения теплофизики дает распределение температуры нагрева образца ПКМ по толщине при заданных параметрах нагревательного излучения и длительности воздействия на тело, тем самым производя моделирование теплового режима. Решение уравнений электродинамики позволяет определить комплексную диэлектрическую проницаемость в условиях нагрева по комплексным коэффициентам отражения или прохождения.

Алгоритм последовательность действий вычисления температурных зависимостей приведен ниже:

Входные данные:

1. Измеренные значения: $\varepsilon_0, tg\delta_0, r_i, \tau_i$

Задание: погрешности : $\Delta\tau, \Delta r, \Delta\varepsilon, \Delta tg\delta$

интервалов: $\Delta t, \Delta d, \Delta T$

2. Вычислить температуру T_i

3. Задание аппроксимаций

$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \alpha T_i;\ tg\delta_i = tg\delta_0 + \beta T_i^2$

4. Вычислить τ_i, r_i

5. Оценка τ_i, r_i плохо – вернуться на корректировку п.3

6. Оценка T_i плохо – вернуться на корректировку п.2

7. Вывод $\varepsilon_i, tg\delta_i, \tau_i, r_i$

Описание алгоритма вычисления. Во-первых, производиться измерение комплексной диэлектрической проницаемости образца ПКМ и его температуры в обычных условия. Следующим шагом производится задание параметров нагревательного излучения или элемента в времени воздействия, аппаратура нагрева. В процессе нагрева образца ПКМ, через заданные временные интервалам производятся измерения температуры нагрева образца ПКМ (поверхности и внутри тела на заданных глубинах), и комплексных коэффициентов отражения и прохождения измерительного излучения. Контрольные измерения температуры позволяют производить корректировку точности вычисления распределения температуры по толщине исследуемого тела. Для чистоты диагностики измерение температуры проводится бесконтактным методом (пирометром)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кошляков Н.С.* Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970, 710 с.
2. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 443 с.
3. *Григорьев Б.А.* Импульсный нагрев излучениями. М.: Наука, 1974. 1040 с.
4. *Григорьев Б.А., Нужный В.А., Шибанов Б.В.* Таблицы для расчета нестационарных тел при нагреве излучениями. М.: Наука, 1971. 708 с.
5. *Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П.* Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.: Энергия, 1974. 264 с.

DEVELOPMENT OF A THERMAL MATHEMATICAL MODEL FOR THE DIAGNOSIS OF POLYMER COMPOSITE MATERIALS USED IN AIRCRAFT MANUFACTURING AT NON-STATIONARY TEMPERATURES

Ulyanovsk State Technical University,
Separate Structural Unit "Institute of Aviation Technologies and Management", Ulyanovsk

The article discusses the thermal model of PCM for diagnostics
its temperature characteristics. A thermal model is proposed, a calculation algorithm of temperature dependencies is formed.

Keywords: thermal model, mathematical model, polymer composite materials.
DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00052

German Dmitrienko, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Aircraft Engineering E-mail: dmitrienko.german@yandex.ru
Ekaterina Zguralskaya, Senior Lecturer at the Department of Aircraft Engineering.
Georgy Rivin, Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor at the Department of Aircraft Engineering.
E-mail: avia@ulstu.ru
Alexander Fedorov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Aircraft Engineering.