

УДК 629.78 : 681.51

ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ КЛАСТЕРОМ ШЕСТИ ГИРОДИНОВ
ПРИ НАЧАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА© 2019 Е.И. Сомов^{1,2}, С.А. Бутырин^{1,2}, С.Е. Сомов^{1,2}¹ Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук² Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 10.10.2019

Рассматриваются вопросы начальной ориентации космического аппарата после отделения от ракеты-носителя с режимами успокоения, ориентации на Солнце, разгона роторов шести гироскопов, их включения в контур управления и приведения ориентации космического аппарата к заданной в орбитальной системе координат. Приводятся численные результаты по эффективности разработанных алгоритмов, применяемых для спутников и космических роботов.

Ключевые слова: космический аппарат, разгон роторов гироскопов, цифровое управление, начальная ориентация.

DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00049

Работа поддержана РФФИ, грант 17-08-01708.

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы синтеза и нелинейного анализа систем управления ориентацией (СУО) космических аппаратов (КА) в начальных режимах на солнечно-синхронной орбите (ССО) остаются актуальными для информационных спутников и космических роботов, оснащенных магнитным приводом (МП) и кластером гироскопов (ГД). Управление ориентацией КА выполняется МП и избыточным кластером шести ГД кратной схемы 3-SPE (группа 3 ножничных пар – 3 Scissored Pair Ensemble) с коллинеарными осями подвеса (рис. 1) по сигналам бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) с коррекцией от навигационных спутников GPS/ГЛОНАСС и звездных датчиков, а также сигналам трёхосного магнитометра и гироскопических датчиков угловой скорости (ДУС). Энергетические возможности системы электропитания КА в начале его миссии не позволяют выполнить одновременный разгон роторов всех ГД в составе силового гироскопического кластера (СГК) указанной схемы, доступен разгон гироскопов

до номинального значения h_g их собственного кинетического момента (КМ) лишь для пар ГД.

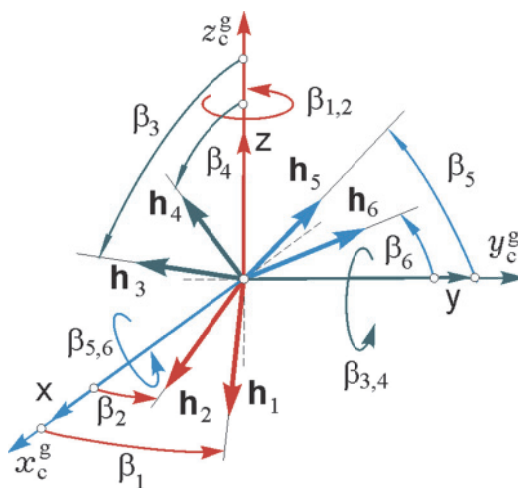


Рис. 1. Отсчет углов ГД в СГК по схеме 3-SPE

После отделения от ракеты-носителя КА начинает кувыркаться – вращаться с вектором угловой скорости ω изменяемого направления в базисе $\mathbf{B}$, связанного с его корпусом. Здесь выделяются следующие режимы начальной ориентации: (i) успокоение (остановка вращения) КА в инерциальном базисе с помощью МП; (ii) накопление измерительной информации, перевод ориентации КА к требуемой и стабилизация его положения с минимизацией усредненного за виток ССО углового рассогласования $\varphi_s^p = \arccos \langle \mathbf{n}^p, \mathbf{s} \rangle$ между ортом $\mathbf{n}^p$ к плоскости панелей солнечных батарей (СБ) и ортом $\mathbf{s}$ направления на Солнце с помощью МП и одноосного привода панелей СБ, когда выполняется разгон роторов гироскопов и приведение СГК парковое состояние; (iii) включение СГК в кон-

Сомов Евгений Иванович, ведущий научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail e_somov@mail.ru

Бутырин Сергей Анфимович, старший научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник лаборатории «Моделирования систем управления» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail butyrinsa@mail.ru

Сомов Сергей Евгеньевич, научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail s_somov@mail.ru

тур управления, автономное угловое наведение и управление КА с приведением его ориентации к заданной в орбитальном базисе $\mathbf{O}$ и последующей угловой стабилизацией.

В нашей статье [1], публикуемой в этом же номере журнала, аналогичная задача исследована для КА, управляемого минимально-избыточным кластером реактивных двигателей-маховиков, где отсутствует необходимость предварительного разгона их роторов, и, следовательно, длительной ориентации панелей СБ на Солнце для энергетического обеспечения такого разгона.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Инерциальными системами координат (ИСК), используемыми для описания перемещения центра масс и углового движения КА, являются геоцентрическая экваториальная система координат (СК) $\mathbf{I}_{\oplus}(\mathbf{O}_{\oplus}\mathbf{X}_e^i\mathbf{Y}_e^i\mathbf{Z}_e^i)$ и солнечно-эклиптическая СК $\mathbf{I}_s(\mathbf{O}_s\mathbf{X}_s^i\mathbf{Y}_s^i\mathbf{Z}_s^i)$, рис. 2.

Начало ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ расположено в центре Земли $\mathbf{O}_{\oplus}$, ось $\mathbf{X}_e^i$ направлена в точку весеннего равноденствия Υ , а ось $\mathbf{Z}_e^i$ – на Северный полюс мира $\mathbf{P}_N$ по оси суточного вращения Земли с угловой скоростью ω_e . ИСК $\mathbf{I}_s$ имеет начало в центре Солнца $\mathbf{O}_s$, ее ось $\mathbf{X}_s^i$ также направлена в точку Υ , а оси $\mathbf{Y}_s^i$ и $\mathbf{Z}_s^i$ получаются поворотом соответствующих осей $\mathbf{Y}_e^i$, $\mathbf{Z}_e^i$ на угол ε_e относительно оси $\mathbf{X}_e^i$ ($\mathbf{X}_s^i$). Угол ε_e между плоскостями земного экватора $\mathbf{X}_e^i\mathbf{O}_{\oplus}\mathbf{Y}_e^i$ и эклиптики $\mathbf{X}_s^i\mathbf{O}_s\mathbf{Y}_s^i$ равен 0.41015234 рад (23.44 град), см. рис. 1. В ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ орт $\mathbf{e}_s$ направления из центра Солнца к центру Земли имеет вид $\mathbf{e}_s^i(t) = [-\varepsilon_e]_1 [-\rho_s(t)]_3 \{1, 0, 0\}$, где $\rho_s(t) = \rho_s^0 + \omega_s(t - t_0)$, $\rho_s^0 = \rho_s(t_0)$, t_0 – некоторый начальный момент времени, $\omega_s = 0.19965 \cdot 10^{-6}$

с^{-1} – средняя угловая скорость обращения Земли вокруг Солнца в плоскости эклиптики за тропический год (365.2422 средних солнечных суток). Здесь и далее используются общепринятые обозначения $\{\cdot\} = \text{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \text{line}(\cdot)$, $\langle \cdot \rangle$, $(\cdot)^t$, $[\mathbf{a} \times]$ и $\circ, \sim$ для векторов, матриц и кватернионов, матрицы $[\alpha]_i$ элементарного поворота вокруг i -ой оси на угол α , $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$, а также $C_\alpha \equiv \cos \alpha$, $S_\alpha \equiv \sin \alpha$. Астрономическая долгота Солнца λ_s , которая определяется в ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ как угол между направлением на точку весны Υ и ортом $\mathbf{s} = -\mathbf{e}_s$ направления от центра Земли к центру Солнца, вычисляется по формуле $\lambda_s(t) = \pi + \rho_s(t)$.

Применяется геодезическая Гринвичская система координат (ГСК) $\mathbf{G}(\mathbf{O}_{\oplus}\mathbf{X}^e\mathbf{Y}^e\mathbf{Z}^e)$, связанная с Землей, которая вращается с угловой скоростью $\omega_e = 7.2921158 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$. Положение ГСК $\mathbf{E}$ относительно ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ определяется углом $\rho_e(t) = \rho_e^0 + \omega_e(t - t_0)$, где $\rho_e^0 = \rho_e(t_0)$ – угловое положение Гринвичского меридиана относительно направления на точку Υ при $t = t_0$ и ω_e – модуль вектора $\boldsymbol{\omega}_e = \{0, 0, \omega_e\}$ угловой скорости вращения Земли. Преобразование векторов столбцов расположения $\mathbf{r}_o$ и скорости $\mathbf{v}_o$ поступательного движения ЦМ О КА из ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ ($\mathbf{r}_o^i, \mathbf{v}_o^i$) в ГСК $\mathbf{G}$ ($\mathbf{r}_o^g, \mathbf{v}_o^g$) выполняется по соотношениям $\mathbf{r}_o^g = [\rho_e]_3 \mathbf{r}_o^i$; $\mathbf{v}_o^g = -[\boldsymbol{\omega}_e \times][\rho_e]_3 \mathbf{r}_o^i + [\rho_e]_3 \mathbf{v}_o^i$, а обратное преобразование – по соотношениям $\mathbf{r}_o^i = [\rho_e]_3^t \mathbf{r}_o^g$; $\mathbf{v}_o^i = [\rho_e]_3^t (\mathbf{v}_o^g + [\boldsymbol{\omega}_e \times] \mathbf{r}_o^g)$.

Плоскость орбиты КА в ИСК определяют долгота восходящего узла Ω_o и наклонение i_o , см. рис. 3. Положение центра масс КА на эллиптической орбите с эксцентриситетом e_o определяется вектором $\mathbf{r}_o(t)$ и истинной аномалией $\nu_o(t)$, отсчитываемой от перигелия орбиты π , который находится на угловом расстоянии ω_π от ее восходящего узла в направлении движения ЦМ.

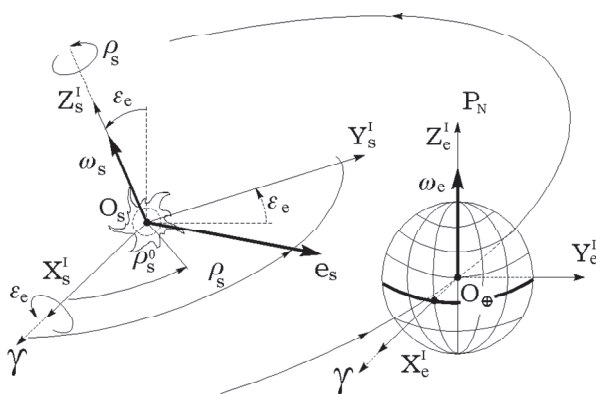


Рис. 2. Инерциальные СК

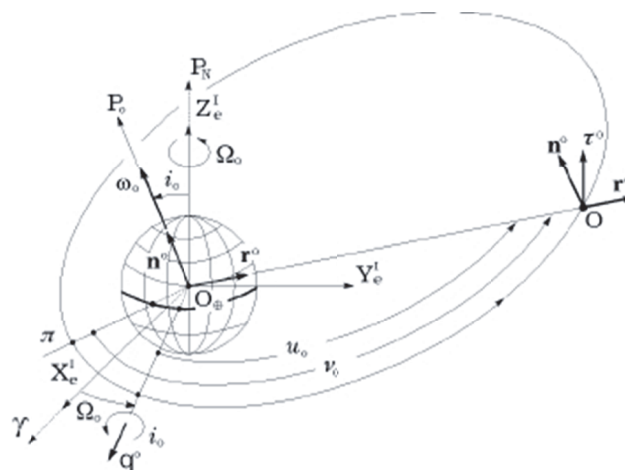


Рис. 3. Орбита КА и орбитальная СК

Орбитальная система координат (ОСК) $O(Ox^o y^o z^o)$ с началом в центре масс КА O и ортами $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2, \mathbf{o}_3$ имеет следующие направления осей и связанных с ними ортов: ось Oy^o и орт $\mathbf{o}_2$ совпадают по направлению с ортом $\mathbf{r}^o$ вектора $\mathbf{r}_o(t)$; ось Oz^o и орт $\mathbf{o}_3 = -\mathbf{n}^o$ направлены противоположно орту нормали $\mathbf{n}^o$ к плоскости орбиты; ось Ox^o с ортом $\mathbf{o}_1$ дополняет ОСК до правой – принадлежит плоскости орбиты, перпендикулярна оси Oy^o и направлена в сторону орбитального движения центра масс КА. Вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_o$ орбитального движения ЦМ КА определяется как $\boldsymbol{\omega}_o = \dot{\boldsymbol{\omega}}_o(t)\mathbf{n}^o \equiv \dot{\boldsymbol{\gamma}}_o(t)\mathbf{n}^o$.

Геоманнитная СК $\mathbf{MO}_{\oplus} X^m Y^m Z^m$ определяется с помощью вектора магнитного момента $\mathbf{M}_{\oplus} = M_{\oplus} \mathbf{m}_{\oplus}$ магнитного поля Земли (МПЗ) с модулем $M_{\oplus}$ следующим образом: ось $O_{\oplus} Z^m$ направлена по геомагнитной оси с ортом $\mathbf{m}_{\oplus}$, фиксированным в ГСК, а ось $O_{\oplus} X^m$ – по линии пересечения геодезического и геомагнитного экваторов. В простейшем случае МПЗ в точке O представляется магнитным потенциалом диполя, когда вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$ с модулем $B = \mu_e^m M_{\oplus} a_o^m / r_o^3(t)$, где μ_e^m – магнитная проницаемость вакуума и a_o^m – модуль вектора $\mathbf{a}_o^m = \mathbf{m}_{\oplus} - 3\langle \mathbf{m}_{\oplus}, \mathbf{r}^o \rangle \mathbf{r}^o$, который направлен по орту $\mathbf{b} = \mathbf{a}_o^m / a_o^m$.

Используется связанная с корпусом КА система координат (ССК) $\mathbf{B}(Oxyz)$ (body) с ортами $\mathbf{b}_i$, направленными по соответствующим осям ССК. Ориентация ССК $\mathbf{B}$ в ИСК $\mathbf{I}_{\oplus}$ определяется кватернионом $\boldsymbol{\Lambda} = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$, где $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i\}$, вектором параметров Эйлера $\boldsymbol{\Lambda} = \{\lambda_0, \boldsymbol{\lambda}\}$, который представляется в форме $\boldsymbol{\Lambda} = \{C_{\Phi/2}, \mathbf{e} S_{\Phi/2}\}$ с ортом $\mathbf{e}$ мгновенной оси Эйлера и углом Φ собственного поворота, а также вектором модифицированных параметров Родрига (МПП) $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\} = \mathbf{e} \operatorname{tg}(\Phi/4)$, который связан с кватернионом $\boldsymbol{\Lambda}$ прямыми $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda} / (1 + \lambda_0)$ и обратными $\lambda_0 = (1 - \sigma^2) / (1 + \sigma^2)$, $\boldsymbol{\lambda} = 2\boldsymbol{\sigma} / (1 + \sigma^2)$ соотношениями.

Связанная с панелями СБ система координат (РСК) $\mathbf{P}(O^p x^p y^p z^p)$ определяется так: ось $O^p y^p$ и орт $\mathbf{p}_2$ совпадают по направлению с нормалью $\mathbf{n}^p$ к плоскости фотоэлементов панелей СБ, ось $O^p z^p$ и орт $\mathbf{p}_3$ совпадают по направлению соответственно с осью Oz и ортом $\mathbf{b}_3$ ССК, а ось $O^p x^p$ дополняет РСК до правой ортогональной. Угловое положение панелей СБ относительно ССК определяется углом $\gamma^p \equiv \gamma$ их поворота вокруг оси Oz ССК. В парковом положении панелей СБ на корпусе КА угол

$\gamma^p = 0$, при этом направления осей РСК и ССК совпадают.

При составлении модели движения спутника начало ССК (точка O) считается полюсом, который совпадает с центром масс КА при недеформированном состоянии его конструкции. Кинематические соотношения для кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ и вектора МПП $\boldsymbol{\sigma}$ имеют соответственно вид

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega} / 2; \quad (1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4} (1 - \sigma^2) \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle \boldsymbol{\sigma},$$

динамика углового движения КА описывается уравнением

$$\mathbf{J}(\gamma) \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} + \mathbf{M}^p + \mathbf{M}^m + \mathbf{M}^g + \mathbf{M}^d. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{G} = \mathbf{J}(\gamma) \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$ является вектором КМ электромеханической СУО, где столбец $\mathbf{H} = \{H_i\}$ представляют КМ СГК; вектор $\mathbf{M}^g = \{M_i^g\}$ управляющего момента СГК формируется в виде $\mathbf{M}^g = -\mathbf{H}^*$, где $(\cdot)^*$ – символ локальной производной по времени; $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_i\}$ – вектор абсолютной угловой скорости КА, представленный в ССК $Oxyz$; $\mathbf{J}(\gamma) = \mathbf{J}^o + 2\mathbf{J}^p(\gamma)$ – тензор инерции КА при произвольном положении панелей СБ, при этом изменяемая часть тензора инерции каждой панели СБ в ССК представляется в виде

$$\mathbf{J}^p(\gamma) = \begin{bmatrix} J_x^p C_\gamma^2 + J_y^p S_\gamma^2 & J_{xy}^{pd} C_\gamma S_\gamma & 0 \\ J_{xy}^{pd} C_\gamma S_\gamma & J_x^p S_\gamma^2 + J_y^p C_\gamma^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_z^p \end{bmatrix},$$

где J_x^p, J_y^p и J_z^p – собственные моменты инерции каждой панели в ее центре масс и $J_{xy}^{pd} = J_x^p - J_y^p$; столбец

$$\mathbf{M}^p = \{ (J_{xy}^{pd} (S_{2\gamma} \omega_1 - C_{2\gamma} \omega_2) - 2J_z^p \omega_2) \dot{\gamma}, \\ - (J_{xy}^{pd} (C_{2\gamma} \omega_1 - S_{2\gamma} \omega_2) + 2J_z^p \omega_2) \dot{\gamma}, - 2J_z^p \ddot{\gamma} \}$$

представляет вектор момента инерционно-гиропических сил из-за подвижности двух панелей СБ; $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\}$ – вектор управляющего механического момента магнитного привода (МП), а вектор $\mathbf{M}^d$ представляет внешние возмущающие моменты. Вектор управляющего механического момента МП формируется по формуле $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, где вектор электромагнитного момента (ЭММ) $\mathbf{L} = \{L_i\}$ с ограниченными компонентами $|L_i| \leq l^m$ и вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B}$ с ортом $\mathbf{b}$ определены в ССК.

Вводятся также ортогональная гироскопическая система координат (ГСК) $Ox_c^g y_c^g z_c^g$ силового гироскопического кластера, для простоты

совпадающая с ССК $Oxyz$, отсчет углов ГД β_p относительно осей их подвеса, см. рис. 1, и обозначения проекций ортов КМ каждого ГД на оси системы координат СГК

$$\begin{aligned} x_1 = C_1 \equiv \cos \beta_1; \quad x_2 = C_2 \equiv \cos \beta_2; \quad y_1 = S_1 \equiv \sin \beta_1; \\ y_2 = S_2 \equiv \sin \beta_2; \quad x_3 = S_3 \equiv \sin \beta_3; \quad x_4 = S_4 \equiv \sin \beta_4; \\ z_3 = C_3 \equiv \cos \beta_3; \quad z_4 = C_4 \equiv \cos \beta_4; \quad y_5 = C_5 \equiv \cos \beta_5; \\ y_6 = C_6 \equiv \cos \beta_6; \quad z_5 = S_5 \equiv \sin \beta_5; \quad z_6 = S_6 \equiv \sin \beta_6. \end{aligned}$$

Тогда вектор нормированного кинетического момента СГК $\mathbf{h}(\beta) = \mathbf{H}(\beta)/h_g$, где столбец $\beta = \{\beta_p\}$, $p = 1 \div 6$, и градиентная матрица $\mathbf{A}_h(\beta) = \partial \mathbf{h} / \partial \beta$ представляются в виде

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + S_3 + S_4 \\ S_1 + S_2 + C_5 + C_6 \\ C_3 + C_4 + S_5 + S_6 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_h(\beta) = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & C_3 & C_4 & 0 & 0 \\ C_1 & C_2 & 0 & 0 & -S_5 & -S_6 \\ 0 & 0 & -S_3 & -S_4 & C_5 & S_6 \end{bmatrix}.$$

Вектором цифрового управления СГК $\mathbf{u}_k^g(t) = \{\mathbf{u}_{pk}^g(t)\}$ с периодом T_u , $\mathbf{u}_{pk}^g(t) = \mathbf{u}_{pk}^g$ $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, $t_{k+1} = t_k + T_u$, $k \in \mathbb{N}_0$, считается вектор $\dot{\beta}_k \equiv \{\dot{\beta}_{pk}\} = \mathbf{u}_k^g$ скоростей ГД относительно осей их подвеса с ограниченными по модулю компонентами $|\beta_p(t)| \leq \beta^m$, кусочно-непрерывный управляющий момент СГК формируется по соотношениям

$$\mathbf{M}_k^g(t) = -h_g \mathbf{A}_h(\beta(t)) \mathbf{u}_k^g(t); \quad \dot{\beta}(t) = \mathbf{u}_k^g(t). \quad (3)$$

Сингулярные состояния этой схемы возникают при таких угловых положениях ГД, когда матрица Грамма $\mathbf{G}(\beta) \equiv \mathbf{A}_h(\beta) \mathbf{A}_h^T(\beta)$ теряет полный ранг, т.е. при $G = \det(\mathbf{G}(\beta)) = 0$. Важной проблемой управления СГК избыточной структуры является выбор функции распределения вектора КМ СГК между ГД – закона настройки СГК. Наиболее рациональными [2] являются явные законы настройки, когда все характеристики движения ГД получаются по аналитическим соотношениям. При обозначениях

$$x_{12} = x_1 + x_2; \quad x_{34} = x_3 + x_4; \quad y_{12} = y_1 + y_2;$$

$$y_{56} = y_5 + y_6; \quad z_{34} = z_3 + z_4; \quad z_{56} = z_5 + z_6;$$

$$\tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{4 - y_{12}^2}}; \quad \tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{4 - z_{34}^2}}; \quad \tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{\sqrt{4 - x_{12}^2}};$$

$$\tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{\sqrt{4 - z_{56}^2}}; \quad \tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{\sqrt{4 - x_{34}^2}}; \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{\sqrt{4 - y_{56}^2}}$$

и компоненты явного векторного закона настройки $\mathbf{f}_p(\beta) = \{f_{p1}, f_{p2}, f_{p3}\} \equiv \mathbf{0}$ СГК схемы 3-SPE принимаются в виде [2]

$$f_{p1}(\beta) \equiv \tilde{x}_{12} - \tilde{x}_{34} + \rho(\tilde{x}_{12}\tilde{x}_{34} - 1);$$

$$f_{p2}(\beta) \equiv \tilde{y}_{56} - \tilde{y}_{12} + \rho(\tilde{y}_{56}\tilde{y}_{12} - 1);$$

$$f_{p3}(\beta) \equiv \tilde{z}_{34} - \tilde{z}_{56} + \rho(\tilde{z}_{34}\tilde{z}_{56} - 1),$$

где постоянный параметр ρ удовлетворяет условию $0 < \rho < 1$. Для представления условий однозначной разрешимости уравнения $\mathbf{h}(\beta) = \mathbf{h}$, где $\mathbf{h} = \{x, y, z\}$ является известным столбцом, относительно синусов и косинусов углов β_p всех шести гиродинов, вводятся обозначения

$$p_{12} = \sqrt{4 - (x_{12})^2}; \quad q_{12} = \sqrt{4 - (y_{12})^2};$$

$$p_{34} = \sqrt{4 - (z_{34})^2}; \quad q_{34} = \sqrt{4 - (x_{34})^2};$$

$$p_{56} = \sqrt{4 - (y_{56})^2}; \quad q_{56} = \sqrt{4 - (z_{56})^2};$$

$$x_{12} = \frac{x + \Delta_x}{2}; \quad x_{34} = \frac{x - \Delta_x}{2}; \quad x_{56} = \frac{y + \Delta_y}{2};$$

$$y_{12} = \frac{y - \Delta_y}{2}; \quad z_{34} = \frac{z + \Delta_z}{2}; \quad z_{56} = \frac{z - \Delta_z}{2};$$

$$d_x = q_{12} + p_{34}; \quad d_y = q_{56} + p_{12}; \quad d_z = q_{34} + p_{56}.$$

Условия разрешимости векторного уравнения $\mathbf{h}(\beta(t)) = \mathbf{h}(t)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta_x &= d_x \{1 - [1 - 4\rho((q_{12} - p_{34})(x/2) + \\ &\quad + \rho(q_{12}p_{34} - (x/2)^2))/d_x^2]^{1/2}\} / \rho; \\ \Delta_y &= d_y \{1 - [1 - 4\rho((q_{56} - p_{12})(y/2) + \\ &\quad + \rho(q_{56}p_{12} - (y/2)^2))/d_y^2]^{1/2}\} / \rho; \\ \Delta_z &= d_z \{1 - [1 - 4\rho((q_{34} - p_{56})(z/2) + \\ &\quad + \rho(q_{34}p_{56} - (z/2)^2))/d_z^2]^{1/2}\} / \rho \end{aligned} \quad (3)$$

и при введении столбца $\Delta = \{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\}$ очевидным образом преобразуются к нелинейному векторному уравнению $\Delta = \Phi(\mathbf{h}, \Delta)$. Получить аналитическое решение этого уравнения для определения углов β_p^* ГД при парковом состоянии СГК весьма затруднительно, но его численное решение достигается практически мгновенно по методу простой итерации – при рациональном выборе начальной точки достаточно лишь 2-3 итераций для получения результата с приемлемой точностью.

Далее при введении обозначений

$$a_1 = \frac{x + \Delta_x}{2}; \quad b_1 = \frac{y - \Delta_y}{2}; \quad c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2};$$

$$d_1 = \sqrt{4 - c_1^2} / c_1; \quad a_2 = \frac{z + \Delta_z}{2}; \quad b_2 = \frac{x - \Delta_x}{2};$$

$$c_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}; \quad d_2 = \sqrt{4 - c_2^2} / c_2; \quad a_3 = \frac{y + \Delta_y}{2};$$

$$b_3 = \frac{z - \Delta_z}{2}; \quad c_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2}; \quad d_3 = \sqrt{4 - c_3^2} / c_3$$

вычисление синусов и косинусов углов β_p всех шести ГД выполняется по явным аналитическим соотношениям

$$\begin{aligned} \text{1-я пара (ГД1 и ГД2):} \quad & x_1 = \frac{a_1 - d_1 b_1}{2}; \\ & y_1 = \frac{b_1 + d_1 a_1}{2}; x_2 = \frac{a_1 + d_1 b_1}{2}; y_2 = \frac{b_1 - d_1 a_1}{2}; \\ \text{2-я пара (ГД3 и ГД4):} \quad & x_3 = \frac{b_2 + d_2 a_2}{2}; \\ & z_3 = \frac{a_2 - d_2 b_2}{2}; x_4 = \frac{b_2 - d_2 a_2}{2}; z_4 = \frac{a_2 + d_2 b_2}{2}; \\ \text{3-я пара (ГД5 и ГД6):} \quad & y_5 = \frac{a_3 - d_3 b_3}{2}; \\ & z_5 = \frac{b_3 + d_3 a_3}{2}; y_6 = \frac{a_3 + d_3 b_3}{2}; z_6 = \frac{b_3 - d_3 a_3}{2}. \end{aligned}$$

Положение нечетных ($p=1,3,5$) и четных ($p=2,4,6$) ГД в трех парах $i=1 \div 3$ удобно представить углами $\alpha_i = (\beta_{2i-1} + \beta_{2i})/2$ и $\delta_i = (\beta_{2i-1} - \beta_{2i})/2$, $i=1 \div 3$, которые поясняют применяемое выше наименование «ножничной пары» – угол α_i определяет центральную линию a_i «ножниц», а углы $\pm \delta_i$ – положения векторов КМ $\mathbf{h}_{2i-1}$ и $\mathbf{h}_{2i}$ относительно линии a_i в i -ой паре ГД. Парковое состояние СГК, которому соответствует значение вектора его КМ $\mathbf{H} = \Sigma \mathbf{h}_p = \mathbf{0}$ при $h_p = |\mathbf{h}_p| = h_g$, приведено на рис. 4. Здесь векторы КМ всех 3 пар ГД $\mathbf{h}_i = \mathbf{h}_{2i-1} + \mathbf{h}_{2i}$ с одинаковыми модулями и концами в точках А, В и С принадлежат плоскости Р, которая содержит начало О системы координат СГК, причем векторы $\mathbf{h}_i$ направлены по линиям a_i .

Детальный топологический анализ сингулярных состояний схемы 3-SPE и проходимости внутренних сингулярных поверхностей данной схемы показывает [2], что все эти поверхности проходи-

мы. При этом наибольшую сложность в исследовании доставляет именно начало ГСК – центра сгустка сингулярных поверхностей, см. рис. 5.

Явный векторный закон настройки СГК принимается в виде

$$\mathbf{A}_\beta(\beta) \dot{\beta} = -\Phi(\beta) \equiv -\text{sat}(\phi_p, \mu_p \mathbf{f}_p(\beta)), \quad (4)$$

где матрица $\mathbf{A}_\beta(\beta) = \partial \mathbf{f}_p(\beta) / \partial \beta$ и векторная функция $\text{sat}(\phi_p, \mu_p \mathbf{f}_p(\beta)) = \{\text{sat}(\phi_p, \mu_p f_{pi}(\beta))\}$, $i=1 \div 3$ имеет параметры ограничения ϕ_p и усиления μ_p . Данный закон настройки обеспечивает отсутствие сингулярных состояний СГК по схеме 3-SPE для всех внутренних точек области $\mathbf{S}$ вариации вектора его суммарного кинетического момента. Здесь рационален выбор параметра $\rho = 0.65$.

При известном значении вектора $\mathbf{M}^g$ управляющего момента СГК вектор цифрового управления всеми шестью ГД $\mathbf{u}_k^g = \beta_k^g$ рассчитывается так: сначала вычисляется вектор

$$\dot{\beta}^g = -(\{\mathbf{A}_h(\beta), \mathbf{A}_\beta(\beta)\})^{-1} \{\mathbf{M}^g / h_g, \Phi(\beta)\}$$

и затем с учетом условия $\max |\dot{\beta}_{pk}^g| \leq \dot{\beta}^m$ формируется вектор цифрового управления ГД $\mathbf{u}_k^g = \beta_k^g$.

Бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), корректируемая сигналами навигационных спутников ГЛОНАСС/GPS и звездных датчиков, измеряет в моменты времени $t_{l+1} = t_l + T_p$, $l \in \mathbb{N}_0 \equiv [0, 1, 2, 3, \dots]$ как векторы расположения и скорости поступательного движения центра масс КА, так и кватернион его ориентации, которые преобразуются в их значения относительно ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ по аналитическим соотношениям.

При определении ортов $\mathbf{r}^0 = \mathbf{r}_0 / r_0$ и $\mathbf{v}^0 = \mathbf{v}_0 / v_0$ положение ортов $\mathbf{o}_1, \mathbf{o}_2$ и $\mathbf{o}_3$ ОСК О в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ вычисляется на борту КА по алгоритму

$$\mathbf{o}_3 = (\mathbf{r}^0 \times \mathbf{v}^0) / |\mathbf{r}^0 \times \mathbf{v}^0|; \mathbf{o}_2 = \mathbf{r}^0; \mathbf{o}_1 = \mathbf{o}_3 \times \mathbf{o}_2.$$

Пусть в моменты времени t_s с периодом T_q , $t_{s+l} = t_s + T_q$, $s \in \mathbb{N}_0$ с помощью магнитометра измеряется вектор индукции МПЗ $\mathbf{B} = B\mathbf{b}$, а в моменты времени t_r с периодом T_u^m , $t_{r+1} = t_r + T_u^m$, $r \in \mathbb{N}_0$ формируется цифровое управление МП, когда значения компонентов вектора ЭММ $\mathbf{L} = \{l_i\}$ фиксируются $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$. Цифровое управление СГК формируется в моменты времени t_k с периодом T_u , $t_{k+1} = t_k + T_u$, $k \in \mathbb{N}_0$.

Задача статьи состоит в (i) анализе процесса успокоения КА в ИСК с помощью МП; (ii) применении авторских алгоритмов автономного наведения и управления ориентацией КА

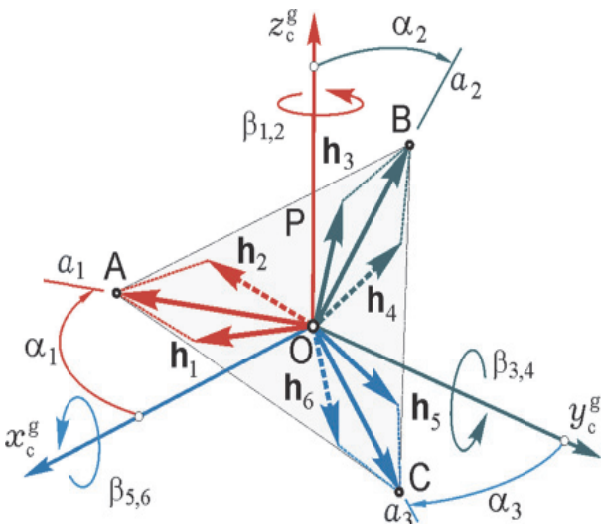


Рис. 4. Парковое состояние СГК

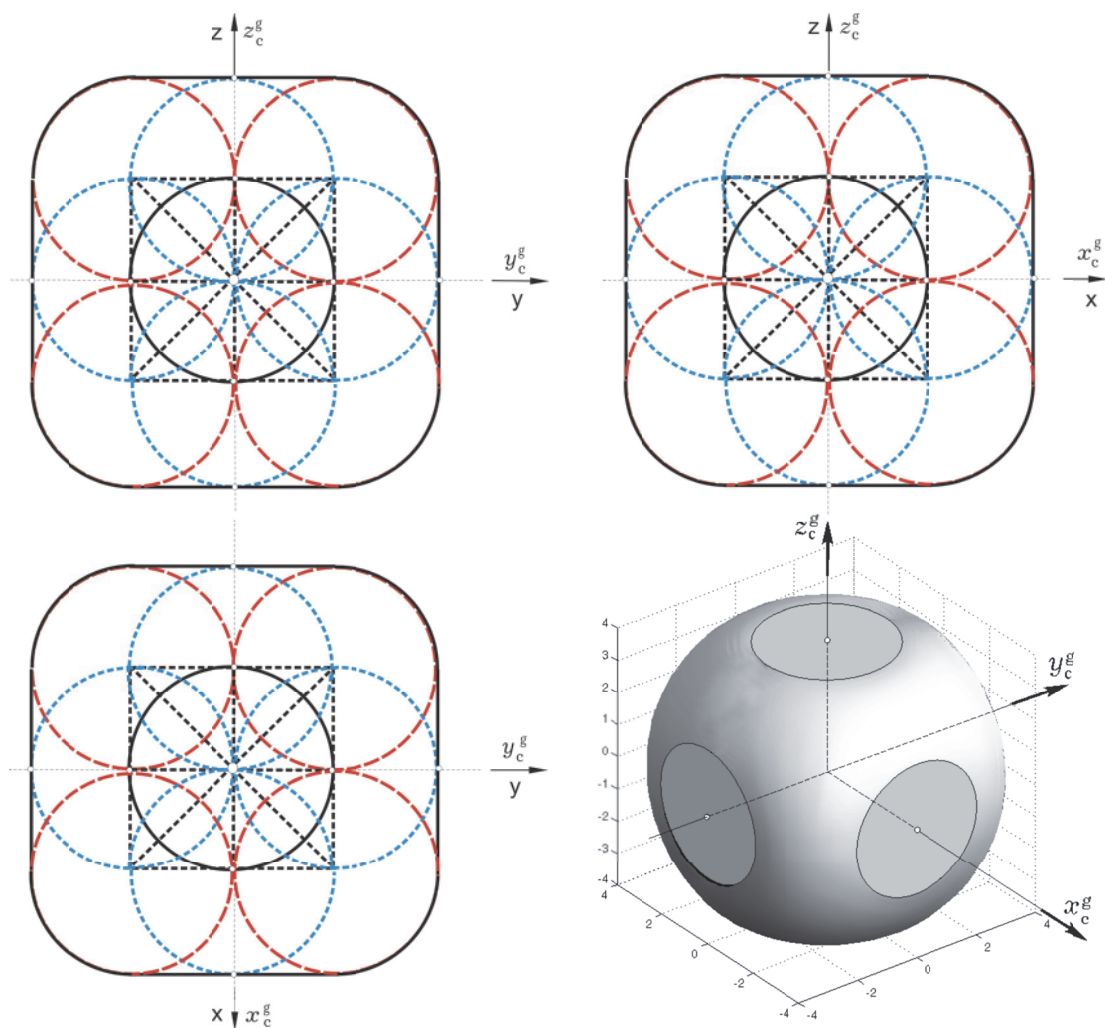


Рис. 5. Множества сингулярных состояний и оболочка области вариации КМ СГК

с помощью МП при переводе его углового положения из произвольного, достигнутого при завершении режима успокоения, в такое угловое положение, при котором орт $\mathbf{n}^p$ нормали к плоскости панелей СБ направлен на Солнце; (iii) применении авторского метода разгона роторов ГД и приведения СГК в парковое состояние, при котором обеспечивается значение $\mathbf{H} = \mathbf{0}$ его вектора КМ; (iv) анализе процессов при включении СГК в СУО, автономном угловом наведении и управлении КА с приведением его ориентации к заданной в ОСК и последующей угловой стабилизацией.

АВТОНОМНОЕ УГЛОВОЕ НАВЕДЕНИЕ

Если считать, что СУО при отсутствии внешних возмущений и неподвижных панелях СБ со значением $\gamma^p \equiv \gamma = 0$ является сбалансированной по вектору суммарного КМ ($\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H} = \mathbf{0}$), то пространственное угловое движение КА описывается уравнениями

$$\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}/2; \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}^g = \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{u}. \quad (5)$$

Пусть для формирования вектора управляющего углового ускорения $\mathbf{u} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$ применяются измерения кватерниона $\Lambda(t)$, которые используются для вычисления вектора МПР $\boldsymbol{\sigma}(t)$, и вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$. Тогда модель (5) представляется в непрерывной векторной форме

$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4}(1 - \boldsymbol{\sigma}^2)\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle \boldsymbol{\sigma}; \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{u} \quad (6)$
с заданными начальными условиями $\boldsymbol{\sigma}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}_0$ при $t_0 = 0$, где при обозначении $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}(t_0)$ вектор $\boldsymbol{\omega}(t) = \{\omega_i(t)\}$ является произвольным с условием $|\Phi_0| < 2\pi$. Будем считать, что вектор $\mathbf{u} = \{u_i\}$ ограничен по модулю $|\mathbf{u}(t)| \equiv u(t) \leq u^m, u^m > 0$, а вектор $\boldsymbol{\omega}(t) = \{\omega_i(t)\}$ ограничен по модулю $|\boldsymbol{\omega}(t)| \equiv \omega(t) \leq \omega^m, \omega^m > 0$, естественно $\omega_0 = |\boldsymbol{\omega}_0| \leq \omega^m$.

Для эталонной модели автономного наведения (6) в нашей статье [1] решена задача формирования нелинейного цифрового управления

$$\mathbf{u}_k \equiv \mathbf{u}(\boldsymbol{\sigma}_k, \boldsymbol{\omega}_k) \quad (7)$$

в моменты времени t_k с периодом дискретности T_u и ограниченными модулями век-

торов управления и угловой скорости. В этой статье замкнутая модель автономного наведения (6), (7) применялась при переходе КА из произвольной ориентации, достигнутой при завершении режима успокоения КА, в орбитальную ориентацию. При этом ориентация ОСК $Ox^o y^o z^o$ в ИСК определялась матрицей C^o и кватернионом Λ^o , а угловое положение ССК в ОСК представлялось углами крена ϕ_1 , рыскания ϕ_2 и тангажа ϕ_3 в последовательности 312, кватернионом ошибки ориентации $\hat{E} = (\hat{e}_0, \hat{e}) = \tilde{\Lambda}^o \circ \Lambda$ с вектором $\hat{e} = \{\hat{e}_i\}$, которому соответствуют вектор параметров Эйлера $\hat{E} = \{\hat{e}_0, \hat{e}\}$, матрица ошибки ориентации $C^e(\hat{E}) \equiv I_3 - 2[\hat{e} \times] Q_e^t$, где $Q_e = I_3 \hat{e}_0 + [\hat{e} \times]$, вектор МПР $\sigma^e = \hat{e} / (1 + \hat{e}_0) = \hat{e} \operatorname{tg}(\Phi^e / 4)$ и вектор-столбец погрешности ориентации $\delta\phi = \{\delta\phi_i\} = \{2\hat{e}_0 \hat{e}_i\}$. Вектор погрешности угловой скорости вычисляется по соотношению $\delta\omega = \omega - C^e \omega^o$, где ω^o является измеряемым вектором абсолютной угловой скорости ОСК. Применяемая здесь стратегия автономного углового наведения КА содержит два этапа: (i) угловое наведение КА при его переходе из произвольной ориентации в малую окрестность требуемого углового положения орбитального базиса в назначенное время, когда используется эталонная модель (6), (7) с учетом ограничений и дискретные измерения кватерниона ориентации Λ_k и вектора ω_k угловой скорости КА; (ii) автономное угловое наведение КА в малой окрестности перемещения орбитального базиса на основе требования для кватерниона невязки $\hat{E}_k \equiv \tilde{\Lambda}_k^o \circ \Lambda_k = 1$ с единичным кватернионом 1 по измерениям кватернионов ориентации Λ_k^o и Λ_k , а также векторов угловой скорости ω_k^o и ускорения $\varepsilon_k^o = \dot{\omega}_k^o$ ОСК в инерциальном базисе.

В данной статье описанная стратегия автономного углового наведения применяется дважды: 1) при переходе КА от произвольной ориентации, достигнутой при завершении режима успокоения, к требуемой ориентации с наведением панелей СБ на Солнце; 2) после завершения разгона роторов гироскопов при переходе КА от ориентации на Солнце в орбитальную ориентацию.

РЕЖИМ УСПОКОЕНИЯ

Алгоритмы управления магнитным приводом в режиме успокоения КА детально представлены в статье [1]. Здесь применяется сочетание закона управления, оптимального по быстродействию на начальном этапе успокоения, с автоматическим переключением на локально-оп-

тимальный закон управления с минимальным принуждением. При этом направление вектора механического момента магнитного привода $M = M^m(\omega)$ определяется ортом k вектора КМ $K = J\omega$ корпуса КА. Пусть в момент времени $t_0 = 0$ известен вектор $\omega_0 = \omega(t_0)$ произвольного направления с модулем $|\omega_0| = \omega_0 \leq \bar{\omega}_0$ при заданном значении $\bar{\omega}_0$. Тогда при тензоре инерции J корпуса КА в этот момент времени становится известным значение вектора КМ $K(t_0) = K_0 \equiv J\omega_0$ с модулем K_0 . Задача успокоения вращательного движения КА состоит в разработке закона управления $M = M(\omega)$, который начиная с момента времени t_1^* обеспечивает выполнение условия

$$\omega(t) \in S_\omega \equiv \{\omega(t) : |\omega(t)| \leq \Delta_\omega^o \quad \forall t \geq t_1^*\},$$

где скалярная константа Δ_ω^o определяет размер множества S_ω . Будем считать, что в моменты времени $t_r = r T_u^m$ вектор индукции магнитного поля Земли $B_r \equiv B(t_r) = B_r b_r$ измеряется магнетометром. При формировании команды $M_r = -a K_r$ для вектора механического момента МП на каждом полуинтервале времени $t \in [t_r, t_{r+1})$ с заданным периодом T_u^m сначала определяется вектор потребной вариации импульса (*pulse*) управляющего момента

$$\begin{aligned} M_r^p &\equiv \int_{t_r}^{t_{r+1}} M(\tau) d\tau = -a \int_{t_r}^{t_{r+1}} K(\tau) d\tau \\ &= -K_r (1 - \exp(-a T_u^m)) k_r. \end{aligned}$$

Этот вектор представляется в виде $M_r^p = b_r \times (M_r^p \times b_r) + b_r (M_r^p \cdot b_r)$ и для энергетической экономичности МП назначается вектор $M_r^p = M_r^{pm} \equiv b_r \times (M_r^p \times b_r)$ с условием $(M_r^p \cdot b_r) = 0$.

Вектор потребной вариации импульса управляющего момента МП $M_r^{pm} \equiv -\Delta I_r^m k_r$ с модулем $\Delta I_r^m = K_r (1 - \exp(-a T_u^m))$ и ортом k_r далее используется для формирования цифрового управления ЭММ $L_r = \{l_{ir}\}$ МП с периодом T_u^m . При этом определяется взаимная ориентация ортов b_r и k_r , если $|(b_r, k_r)| > \cos(\pi/3)$, то на текущем периоде дискретности МП не включается, иначе формируется вектор ЭММ $L_r = (\Delta I_r^m / T_u^m) (b_r \times k_r) / B_r$ с ограниченными компонентами $|l_{ir}| \leq 1^m$.

Аналогичный алгоритм цифрового управления МП применяется для автоматической разгрузки кластера гироскопов от накопленного кинетического момента.

Режим успокоения (остановки вращения) КА начинается в момент времени $t_0 = 0$ с вектором ω_0 произвольного направления при его модуле $|\omega_0| = \omega_0 \leq \bar{\omega}_0$ и заканчивается в мо-

мент времени $t_0 = t_1^*$ при произвольных значениях кватерниона Λ^0 и вектора угловой скорости $\omega^0 \in S_\omega$ с заданной константой Δ_ω^0 .

НАВЕДЕНИЕ НА СОЛНЦЕ

В используемой концепции данного режима предусмотрено три этапа:

1) перевод ориентации корпуса КА к требуемой в ИСК относительно орта $\mathbf{s}$ направления на Солнце, когда угол $\phi_y^s = \arccos \langle \mathbf{b}_2, \mathbf{s} \rangle = 0$;

2) угловая стабилизация корпуса КА, накопление измерительной информации и перевод ориентации корпуса КА в такое усредненное за виток ССО угловое положение в ИСК, относительно которого устанавливаются устойчивые нелинейные угловые колебания КА, обусловленные влиянием внешних возмущающих моментов и управляющего момента магнитного привода;

3) продолжение угловой стабилизации корпуса КА с помощью МП и разворот панелей СБ с помощью одноосного шагового привода относительно корпуса КА к такому положению, где будет достигаться минимальное усредненное за виток ССО угловое рассогласование $\varphi_s^p = \arccos \langle \mathbf{n}^p, \mathbf{s} \rangle$ между ортом $\mathbf{n}^p$ в РСК $\mathbf{P}$ и ортом $\mathbf{s}$ направления на Солнце.

Угловое положение орта $\mathbf{s}$ относительно плоскости земного экватора в течение года изменяется в диапазоне $[-\varepsilon_e, \varepsilon_e]$. Для наглядного представления детальной информации о положении орта $\mathbf{n}^p$ относительно орта $\mathbf{s}$ вводится подвижная солнечно-эклиптическая система координат $O_\oplus x_e^s y_e^s z_e^s$ с началом в центре Земли $O_\oplus$, где ось $O_\oplus x_e^s$ направлена по орту $\mathbf{s}$, ось $O_\oplus z_e^s$ совпадает по направлению с осью $O_s Z_s^I$ инерциальной солнечно-эклиптической СК $\mathbf{I}_s$, а ось $O_\oplus y_e^s$ дополняет систему до правой ортогональной. Положение орта $\mathbf{n}^p$ относительно орта $\mathbf{s}$ в такой СК определяется углом α_2^p наклона орта $\mathbf{n}^p$ к плоскости земного экватора (аналог широты) и углом α_1^p отклонения проекции орта $\mathbf{n}^p$ на плоскость земного экватора от оси X_e^I ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ (аналог долготы). Для любой ССО высотой до 1000 км угловое рассогласование между направлениями из центра Земли $O_\oplus$ и из центра масс O спутника на центр Солнца O_s не превышает 10 угл. сек. Такое рассогласование в дальнейшем не учитывается.

В парковом положении панелей СБ направления осей РСК и ССК совпадают, при этом орт $\mathbf{n}^p = \mathbf{p}_2 = \mathbf{b}_2$. На основе значений орта $\mathbf{s}$ направления на Солнце и орта $\mathbf{n}^0$ нормали к плоскости орбиты в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ на борту КА определяется орбитальная солнечно-эклиптическая система координат (ОССК) $\mathbf{S}$ с ортами $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ и $\mathbf{s}_3$, которые формируются по соотношениям

$$\mathbf{s}_2 = \mathbf{s}; \mathbf{s}_3 = (\mathbf{s} \times \mathbf{n}^0) / |\mathbf{s} \times \mathbf{n}^0|; \mathbf{s}_1 = \mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_3. \quad (8)$$

Для вычисления требуемого углового положения ССК $\mathbf{B}$ с ортами $\mathbf{b}_i$ в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ формируется матрица $\mathbf{C}_1^s \equiv \mathbf{C}^s = \{[\mathbf{s}_i]\}$ в виде столбца, составленного из строк $[\mathbf{s}_i] \equiv \mathbf{s}_i^t$. Целевой кватернион $\Lambda^s = (\lambda_0^s, \lambda^s)$ ориентации ССК в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ определяется по матрице ориентации $\mathbf{C}^s = \{[c_{ij}^s]\}$, $i, j \in 1 \div 3$ на основе явных соотношений

$$\begin{aligned} \lambda_0^s &= (1 + \text{tr } \mathbf{C}^s)^{1/2} / 2; \\ \lambda_i^s &= (c_{i+1i+2}^s - c_{i+2i+1}^s) / (4\lambda_0^s); \\ i &= 1 \div 3, i+3 = i. \end{aligned} \quad (9)$$

Для исключения неопределенности типа $(0/0)$ в процессе вычисления λ_i^s , $i = 1 \div 3$ с помощью соотношений (9) при значении $\lambda_0^s = 0$ используется известный алгоритм С. Стенли. Кватернион $\tilde{\mathbf{E}}^s = \tilde{\Lambda}^s \circ \Lambda = (\tilde{e}_0^s, \tilde{\mathbf{e}}^s)$ и вектор МПР $\boldsymbol{\sigma}^{\text{es}} = \{\sigma_i^{\text{es}}\} = \text{tg}(\Phi^{\text{es}}/4) \tilde{\mathbf{e}}^s$ полностью определяют погрешность ориентации ССК $\mathbf{B}$ относительно ОССК $\mathbf{S}$.

На первом этапе выполняется переориентация КА из произвольного углового положения при $t_1 = t_0 = t_1^*$ к требуемому положению ССК в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$, которое определяется целевым кватернионом Λ^s . Здесь применяется эталонная модель автономного углового наведения [1] и управление ориентацией КА выполняется магнитным приводом, при этом на каждом витке орбитального движения КА, начиная с момента времени t_1 , определяется среднее значение $\tilde{e}_0^{\text{sm}}$ скалярной части $\tilde{e}_0^s$ кватерниона углового рассогласования $\tilde{\mathbf{E}}^s$. Длительность этого этапа определяется моментом времени t_{ii} , когда удовлетворяется условие $\tilde{e}_0^{\text{sm}} \geq 0.9$. При рациональном назначении параметра I^m МП переходный процесс при любом значении угла $\varphi_s^p(t_1) = \Phi^{\text{es}}(t_1) \leq \pi$ гарантированно завершается в момент времени начала витка с номером $n = 4$. Здесь и далее отсчет номеров n витков ССО выполняется от момента времени очередного прохождения восходящего узла. В результате устанавливаются устойчивые нелинейные угловые колебания КА в окрестности «усредненного» положения орта $\mathbf{b}_2 = \mathbf{n}^p$ ССК. Разгон роторов в парах ГД начинается в этот же момент времени t_{ii} .

На втором этапе, по-прежнему при парковом положении панелей СБ ($\mathbf{n}^p = \mathbf{b}_2$), начиная с момента времени t_{ii} на каждом $n \geq 4$ витке ССО в моменты времени t_r по значениям ортов $\mathbf{b}_2(t_r)$ в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$ накапливается сумма $\Xi^b = \sum \mathbf{b}_2(t_r)$, вычисляются ее модуль $\Xi^b = |\Xi^b|$ и усредненное за виток ССО зна-

чение орта $\mathbf{b}_{2n}^m = \Xi^b / \Xi^b$. Значение орта $\mathbf{b}_{2n}^m$ подставляется вместо орта $\mathbf{s}$ в соотношения (8) и (9) для формирования очередного значения целевого кватерниона $\Lambda_{n+1}^{sm} = (\lambda_{0n+1}^{sm}, \lambda_{n+1}^{sm})$ для следующего витка ССО с номером $n+1$.

Третий этап начинается в момент $t = t_{iii} \geq t_i$, здесь на каждом $n \geq 4$ витке ССО выполняется разворот панелей СБ на угол $\gamma = \gamma_s^p$ относительно оси Oz ССК. Этот угол определяет положение орта $\mathbf{p}_2 = \mathbf{n}^p$ нормали к плоскости панелей СБ, который в ССК представляется в виде столбца $\mathbf{p}_2^b(\gamma) = \{-S_\gamma, C_\gamma, 0\}$. В момент времени $t = t_{iii}$ известно усредненное на предыдущем витке значение орта $\mathbf{b}_{2n}^m$ в ИСК $\mathbf{I}_\oplus$, который в ССК $\mathbf{B}$ имеет представление

$$\mathbf{b}_{2n}^{mb} \equiv \{b_{2nx}^{mb}, b_{2ny}^{mb}, b_{2nz}^{mb}\} = \tilde{\Lambda}(t_{iii}) \circ \mathbf{b}_{2n}^m \circ \Lambda(t_{iii}).$$

Оптимальное значение угла $\gamma = \gamma_s^p$ определяется из условия

$$f(\gamma) \equiv \langle \mathbf{p}_2^b(\gamma), \mathbf{b}_{2n}^{mb} \rangle = -S_\gamma b_{2nx}^{mb} + C_\gamma b_{2ny}^{mb} \Rightarrow \max, \text{ что при } df(\gamma)/d\gamma = 0 \text{ дает соотношение } -C_\gamma b_{2nx}^{mb} - S_\gamma b_{2ny}^{mb} = 0 \text{ и в результате получается}$$

$$\gamma_s^p = \arctg_2(-b_{2nx}^{mb}/b_{2ny}^{mb}). \quad (10)$$

Нетрудно сообразить, что в общем случае ось Oz и орт $\mathbf{b}_3$ ССК не ортогональны плоскости, которая содержит усредненное на предыдущем витке ССО значение орта $\mathbf{b}_{2n}^m$, соответствующее направлению на Солнце. Поэтому такой разворот панелей СБ может лишь свести к минимуму усредненное угловое рассогласование $\varphi_s^p = \arccos \langle \mathbf{n}^p, \mathbf{s} \rangle$ между ортом $\mathbf{n}^p$ к плоскости панелей СБ и ортом $\mathbf{s}$ направления на Солнце.

На витках ССО с номерами $n \geq 4$ на борту КА рассчитываются очередные значения целевого кватерниона Λ^{sm} и потребного угла поворота γ^p панелей СБ, однако их фактический разворот можно выполнять не на каждом витке [3], так как положение орта $\mathbf{s}$ относительно плоскости земного экватора изменяется со средней угловой скоростью ≈ 3.91 град/месяц.

РАЗГОН РОТОРОВ И ПРИВЕДЕНИЕ СГК В ПАРКОВОЕ СОСТОЯНИЕ

Для СГК по схеме 3-SPE в плоскости изменения КМ каждой i -ой пары ГД введем линии b_i , ортогональные линиям a_i , рис. 6а, и будем считать, что направления осей роторов нечетных ($p=1,3,5$) и четных ($p=2,4,6$) ГД в парах $i=1 \div 3$ зафиксированы в корпусе КА с помощью арретиров по линиям b_i при углах ГД относительно осей их подвеса $\beta_{2i-1} = \beta_{2i} - \pi$, так как согласно применяемой стратегии отсчета углов гиродинов нечетные ГД в парах всегда перемещаются впереди четных, см. рис. 1 и рис. 6а.

При последовательном разгоне двух гироскопов в каждой паре ГД с одинаковыми ускорениями в противоположных направлениях вплоть до номинального значения h_g их собственных КМ инерционные возмущающие моменты компенсируются. В результате КМ роторов всех шести ГД принимают значения h_g без влияния их инерционных возмущающих моментов на угловое движение корпуса КА и при отключении арретиров гиродинов СГК готов для приведения его в парковое состояние.

При развороте двух ГД с противоположными векторами КМ в i -ой паре в разные стороны с одинаковыми скоростями относительно осей подвеса создаваемые ими гироскопические моменты складываются, а вектор КМ $\mathbf{h}_i(t)$ этой пары ГД изменяется вдоль центральной линии a_i , см. рис. 6б. Поэтому приведение СГК в парковое состояние с условиями $\mathbf{H}(t) \equiv \mathbf{0}$ и $\mathbf{M}^g(t) = -\mathbf{H}^*(t) \equiv \mathbf{0}$ рационально выполнять указанные развороты гиродинов во всех трех парах одновременно в следующей последовательности:

1) все шесть ГД разворачиваются в соответствующих направлениях с одинаковыми постоянными угловыми скоростями до значений их углов $\hat{\beta}_{2i-1} = \beta_{2i-1}^* - \chi$, $\hat{\beta}_{2i} = \beta_{2i}^* + \chi$ в парах $i=1 \div 3$ с заданным постоянным углом χ , далее принимается $\chi = 1$ град;

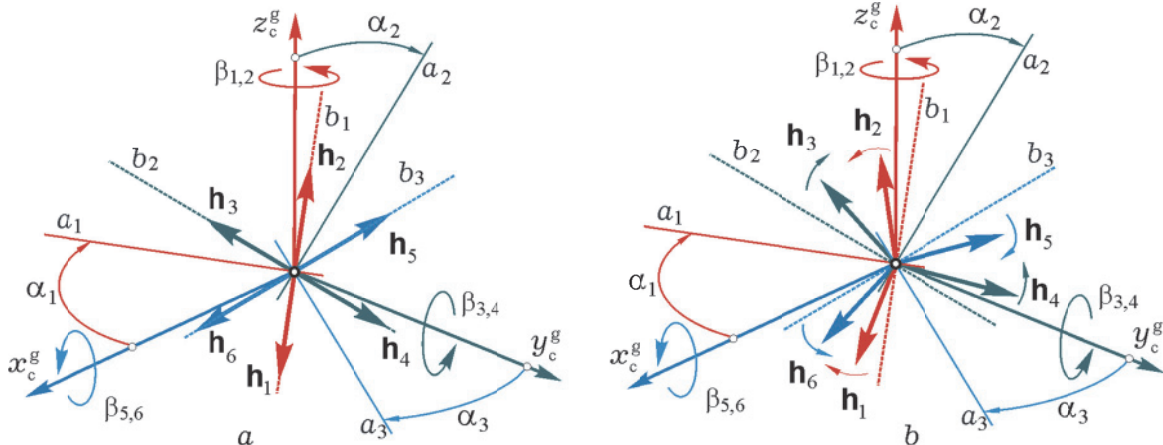


Рис. 6. Схемы разгона роторов в парах гиродинов (а) и приведения СГК в парковое состояние (б)

2) задается потребный управляющий гироскопический момент СГК $\mathbf{M}^g \equiv \mathbf{0}$ и включается закон его настройки, который автоматически приводит СГК точно в парковое состояние.

В статьях [4,5] подробно представлены результаты исследования динамических процессов при разгоне роторов шести гироскопов и последующем приведении СГК в парковое состояние.

В момент времени $t = t_2^*$ рассматриваемый режим заканчивается и СУО переходит в режим приведения ориентации КА к заданной в ОСК с последующей угловой стабилизацией.

ОРБИТАЛЬНАЯ ОРИЕНТАЦИЯ

По измеренным БИНС в момент времени t_2^* значениям векторов расположения $\mathbf{r}_0$ и скорости $\mathbf{v}_0$ поступательного движения центра масс КА (шесть координат состояния) на его борту по явным аналитическим соотношениям вычисляются сначала значения кватерниона $\Lambda^o(t_2^*) = \Lambda_*^o$, шести кеплеровых элементов орбиты и вектора угловой скорости $\omega^o(t_2^*) = \omega_*^o$, а затем прогнозируемые значения постоянного кватерниона $\Lambda^o(\hat{t}_*) = \Lambda_*^o$ и вектора угловой скорости $\omega^o(\hat{t}_*) = \omega_*^o$ в инерциальном базисе $\mathbf{I}_\oplus$ для момента времени $\hat{t}_* = t_2^* + T_*$, подробности представлены в [1].

Приведение углового положения КА к орбитальной ориентации выполняется в два этапа:

1) в момент времени t_2^* СГК включается в контур управления и $\forall t \in [t_2^*, t_3^*)$ требуемое изменение ориентации КА реализуется вектором управляющего момента СГК

$$\mathbf{M}_k^g = \mathbf{J} \mathbf{u}_k + \omega_k \times \mathbf{G}_k, \quad (11)$$

где $\mathbf{G}_k = \mathbf{J} \omega_k + \mathbf{H}_k$, с использованием дискретных значений вектора $\mathbf{u}_k$ эталонной модели автономного углового наведения [1] и распределением вектора $\mathbf{M}_k^g$ между шестью ГД с учетом ограниченности модулей $|\dot{\beta}_p(t)| \leq \dot{\beta}^m$, $p = 1 \div 6$ угловых скоростей вокруг осей подвеса ГД; здесь $t_3^* > t_2^*$ является моментом времени, когда выполняется двойное условие

$$\Phi^e(t_3^*) \leq \Phi_*^e \ \& \ \omega(t_3^*) \leq \Delta_\omega^o$$

с заданным малым углом Φ_*^e вектора МПР $\sigma^e = \hat{\mathbf{e}}/(1 + \hat{e}_0) = \hat{\mathbf{e}} \operatorname{tg}(\Phi^e/4)$;

2) в момент времени $t = t_3^*$ при малой погрешности углового положения базиса $\mathbf{B}$ относительно базиса $\mathbf{O}$ работа эталонной модели автономного углового наведения прекращается и начинается фильтрация значений вектора углового рассогласования $\hat{\mathbf{e}}_l = -\delta\phi_l = -2\hat{e}_{0l}\hat{\mathbf{e}}_l$, $l \in N_0$ с формированием векторов $\hat{\mathbf{e}}_k^f$, $k \in N_0$,

которые используются в законе управления СГК

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B} \mathbf{g}_k + \mathbf{C} \hat{\mathbf{e}}_k^f; \quad \tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}(\mathbf{g}_k + \mathbf{P} \hat{\mathbf{e}}_k^f); \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_k^g = \omega_k^f \times \mathbf{G}_k^f + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^e \mathbf{e}_k^o + [\mathbf{C}_k^e \omega_k^o \times] \omega_k^f + \tilde{\mathbf{m}}_k)$$

с периодом T_u , где $\mathbf{G}_k^f = \mathbf{J} \omega_k^f + \mathbf{H}_k^f$ и при обозначениях

$$d_u \equiv 2/T_u, \quad a \equiv (d_u \tau_1 - 1)/(d_u \tau_1 + 1)$$

элементы диагональных матриц $\mathbf{B}$, $\mathbf{P}$ и $\mathbf{C}$ вычисляются в виде

$$b \equiv (d_u \tau_2 - 1)/(d_u \tau_2 + 1); \quad p \equiv (1 - b)/(1 - a);$$

$$c \equiv p(b - a) \text{ с настраиваемыми параметрами } \tau_1, \tau_2, \text{ а также } k \text{ в диагональной матрицы } \mathbf{K}.$$

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИМИТАЦИЯ

Рассматривался КА массой 1000 кг, который выведен на ССО высотой 720 км и долготой восходящего узла 30 град, при раскрытых панелях СБ его тензор инерции $\mathbf{J} = \operatorname{diag}\{812, 587, 910\}$ кг м².

Будем считать, что применяемый магнитный привод имеет ограничение $1^m = 150 \text{ Ам}^2$ для компонентов вектора ЭММ и период цифрового управления $T_u^m = 4 \text{ с}$, причем МП работает во всех режимах начальной ориентации КА, в том числе при его орбитальном полете в тени Земли; номинальное значение собственного кинетического момента каждого из шести ГД $h_g = 10 \text{ Нмс}$, ограничение скорости его поворота $\beta^m = 10 \text{ град/с}$, а период цифрового управления ГД $T_u = 0.25 \text{ с}$.

На рис. 7 представлена угловая скорость КА на всем интервале компьютерной имитации, где цветами выделены компоненты вектора угловой скорости – синим по крену, зеленым по рысканию и красным по тангажу, а черным цветом отмечены изменения модуля этого вектора.

При модуле $|\omega_0| = \omega_0 = 3 \text{ град/с}$ вектора начальной угловой скорости режим успокоения КА выполняется на интервале времени $t \in [0, t_1^*)$, где момент времени $t_1^* = 13248 \text{ с}$, когда начинается переход СУО в режим ориентации на Солнце. Соответствующие изменения электромагнитного и механического моментов магнитного привода, а также вектора угловой скорости КА, представлены на рис. 8 и 9.

Режим приведения ориентации панелей СБ космического аппарата на Солнце и последующей длительной стабилизации такого положения КА с разгоном роторов гироскопов и приведением СГК в парковое состояние выполняется на интервале времени $t \in [t_1^*, t_2^*) \text{ с}$, где момент времени $t_2^* = 47616 \text{ с}$, когда начинается переход СУО в режим орбитальной ориентации КА. Соответствующие изменения угла ϕ_y^s отклонения орта $\mathbf{b}_2$ от направления на Солнце и угла γ^p пе-

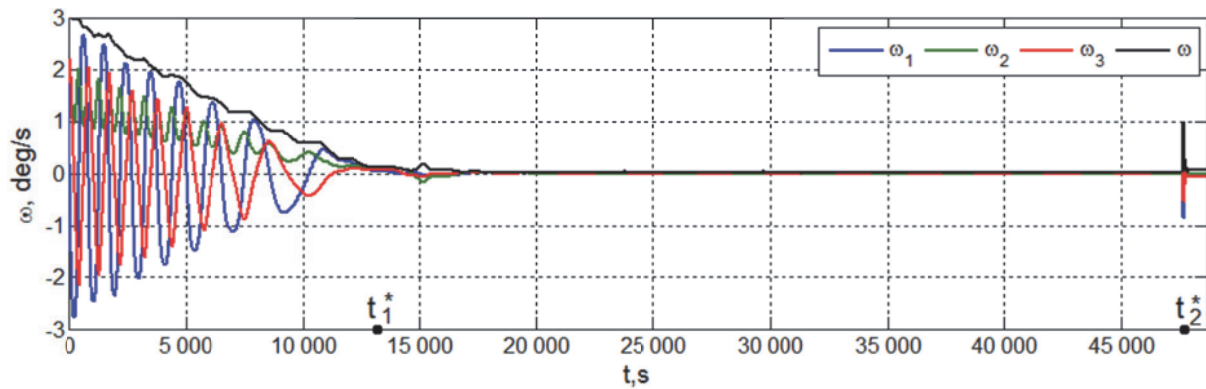


Рис. 7. Угловая скорость КА на всем интервале компьютерной имитации

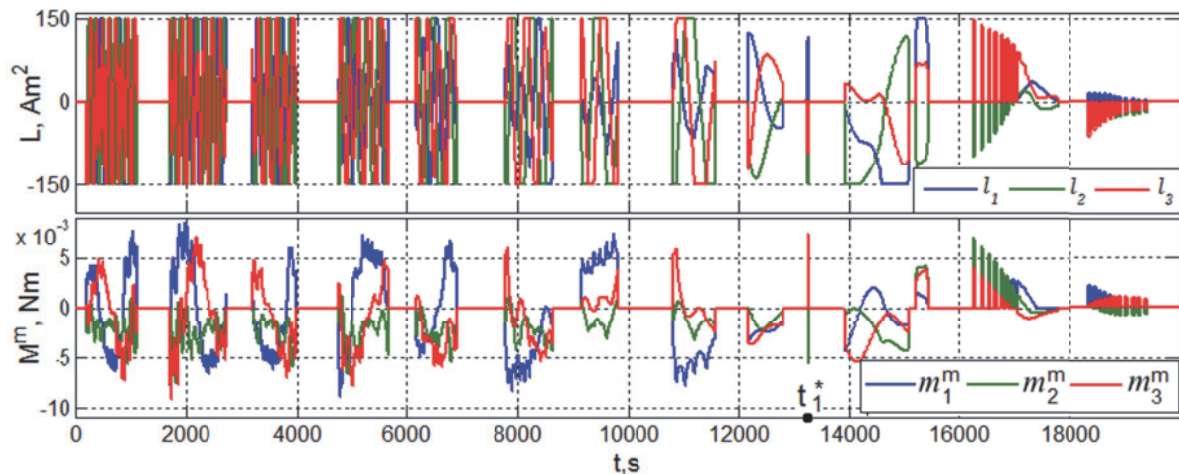


Рис. 8. Электромагнитный и механический моменты магнитного привода при успокоении КА и переходе СУО в режим ориентации на Солнце

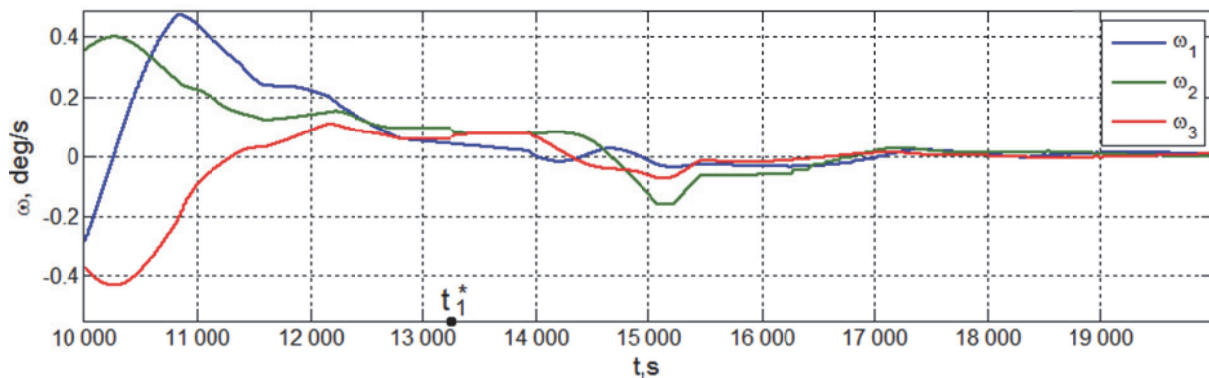


Рис. 9. Угловая скорость при завершении успокоения КА и переходе СУО в режим ориентации на Солнце

ремещения панелей СБ, а также углы α_1^p и α_2^p ориентации орта $\mathbf{n}^p$ относительно направления на Солнце, представлены на рис. 10 и 11. Картина такой ориентации орта $\mathbf{n}^p$ на интервале времени $t \in [19000, 47616]$ с приведена на рис. 12, где красным цветом выделен символ Солнца.

Режим включения SGK в контур управления и приведения КА в орбитальную ориентацию с последующей угловой стабилизацией космического аппарата в ОСК выполняется на интервале времени $t \in [47616, 48616]$ с. При этом на

начальном интервала времени $t \in [t_2^*, t_3^*)$, где $t_2^* = 47616$ с и $t_3^* = 47724.5$ с, используется закон автономного углового наведения с ограничениями $\omega^m = 1$ град/с, $u^m = 0.15$ град/с² и закон управления (11), а $\forall t \geq t_3^*$ применяется закон управления (12).

Рис. 13 и 14 представляют общую картину изменения угловых скоростей и углов ориентации КА при его переходе в орбитальную систему координат. Изменения цифровых команд управления гиродинами на начальном и завершающем

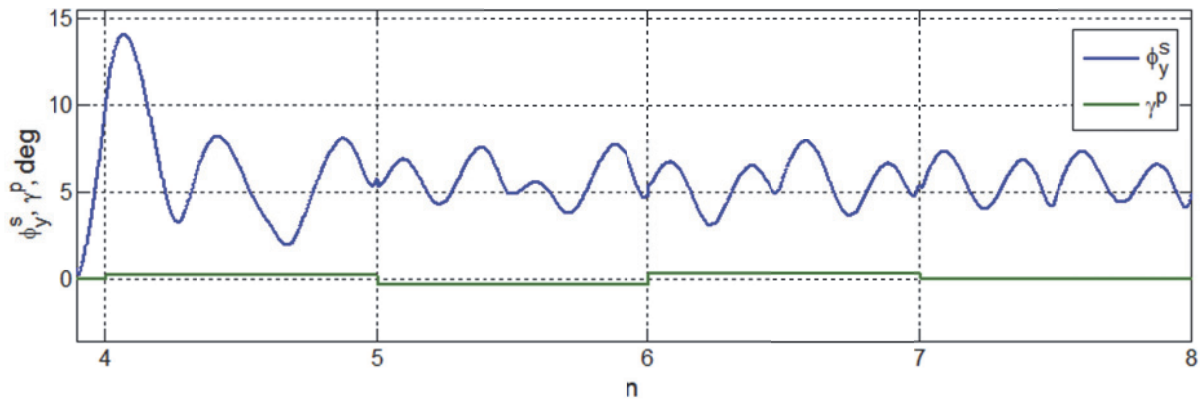


Рис. 10. Угол ϕ_y^s отклонения орта $\mathbf{b}_2$ от направления на Солнце и угол γ^p перемещения панелей СБ

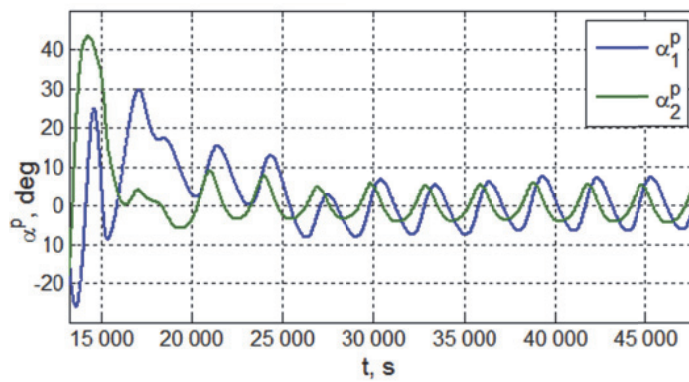


Рис. 11. Изменения углов ориентации орта $\mathbf{n}^p$ в ССК

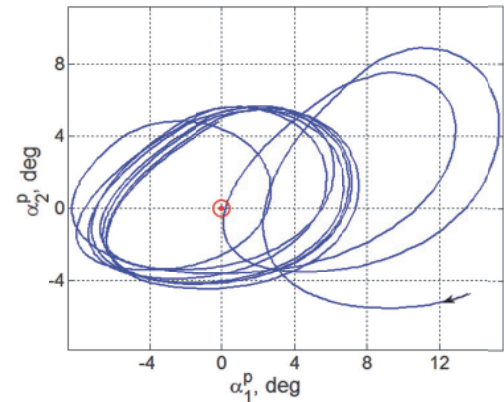


Рис. 12. Ориентации орта $\mathbf{n}^p$ в ССК

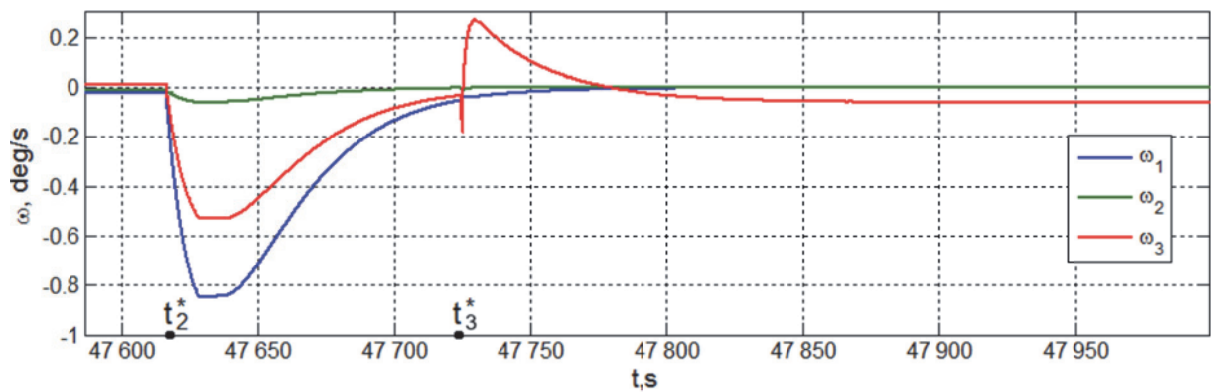


Рис. 13. Угловые скорости КА при переходе в орбитальную ориентацию

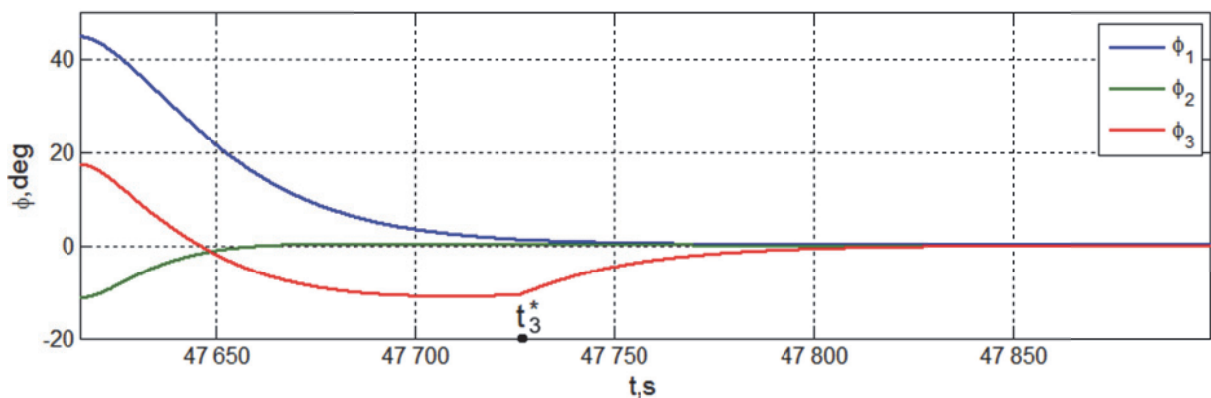


Рис. 14. Углы ориентации КА относительно орбитальной системы координат

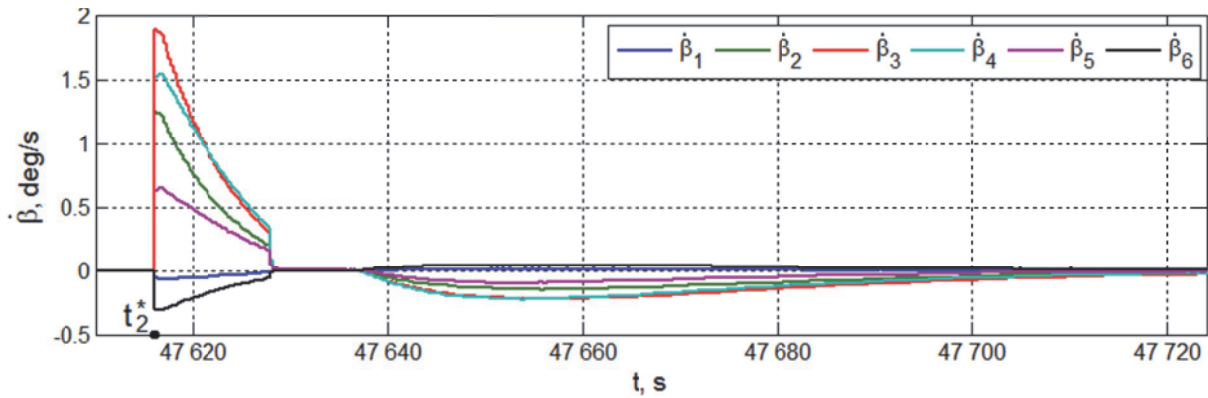


Рис. 15. Угловые скорости гироскопов при начале перехода КА в орбитальную ориентацию

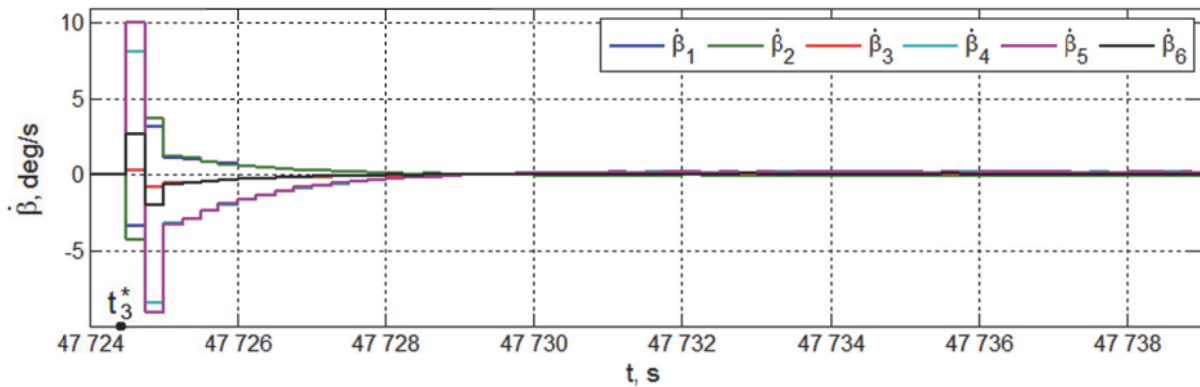


Рис. 16. Угловые скорости гироскопов при завершении перехода КА в орбитальную ориентацию

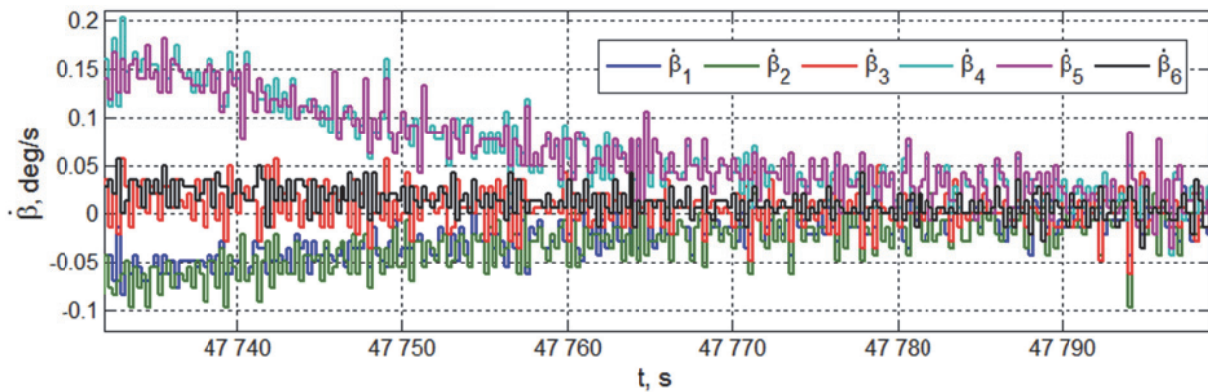


Рис. 17. Угловые скорости гироскопов при стабилизации КА в орбитальной ориентации

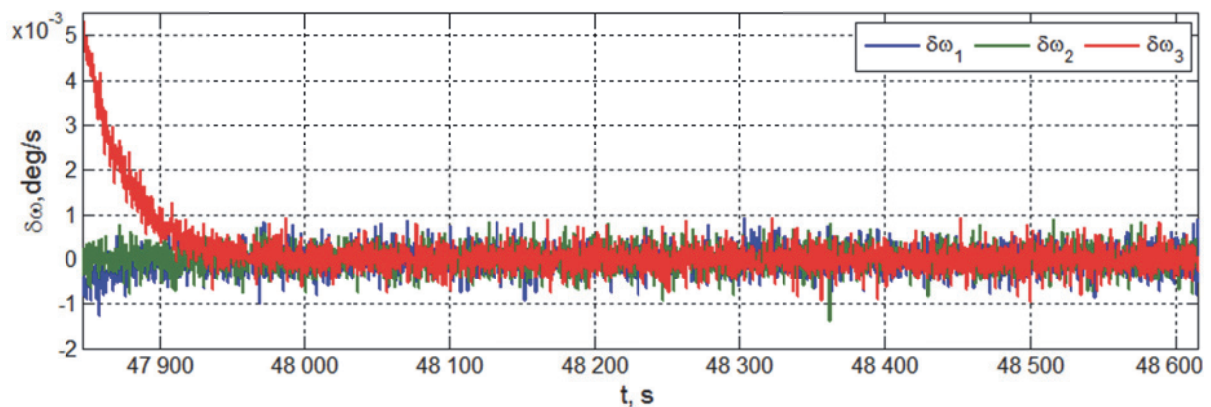


Рис. 18. Погрешности угловых скоростей КА при стабилизации в орбитальной ориентации

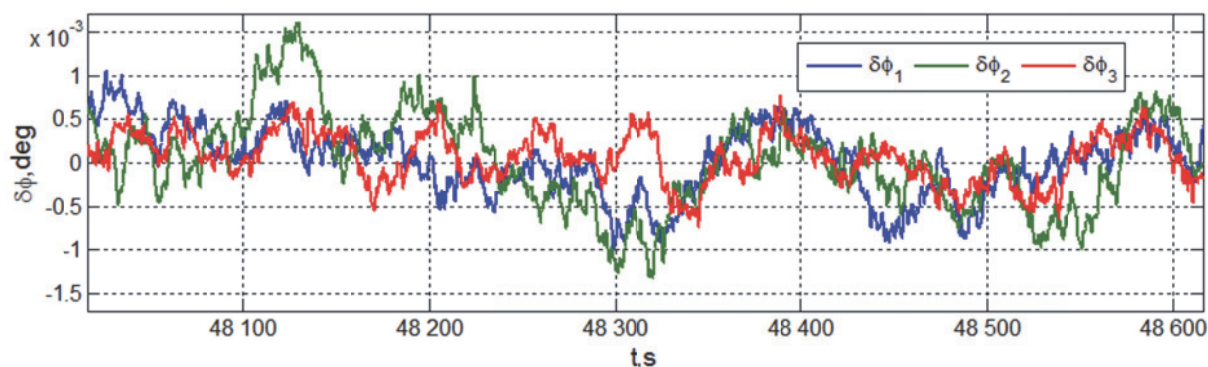


Рис. 19. Погрешности угловой стабилизации КА в орбитальной ориентации

этапах этого режима представлены на рис. 15 и 16, соответственно, а также на рис. 17. Наконец, погрешности установившейся стабилизации КА в орбитальной ориентации по угловым скоростям и углам приведены на рис. 18 и 19.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана новая стратегия начальной ориентации космического аппарата, оснащенного кластером шести гиродинов, после отделения его от ракеты-носителя с режимами успокоения, ориентации на Солнце, разгона роторов гиродинов и приведения кластера в парковое состояние, включения силового гироскопического кластера в контур цифрового управления космическим аппаратом и приведения его ориентации к заданной в орбитальной системе координат. Представлены численные результаты, демонстрирующие эффективность разработанных алгоритмов, которые могут применяться для информационных спутников и космических роботов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е. Автономное наведение и управление ориентацией космического аппарата в режиме слежения // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. Том 21. № 5. С. 96-107.
2. Сомов Е.И. Анализ сингулярных состояний и синтез явных законов настройки гироскопических кратных схем // Гироскопия и навигация. 2013. № 1(80). С. 134-148.
3. Сомов Е.И., Бутырин С.А. Энергосберегающее цифровое управление магнитным приводом в аварийном режиме ориентации спутника // Известия Самарского научного центра РАН. 2018. Том 20. № 1. С. 37-44.
4. Сомов С.Е. Разгон гироскопов и включение избыточного кластера гиродинов в контур управления ориентацией информационного спутника // Известия Самарского научного центра РАН. 2017. Том 19, № 4. С. 130-138.
5. Somov S., Somov Ye., Butyrin S., Somova T. A spin-up of the rotors and enable a control gyro cluster into the spacecraft attitude system // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2019. Vol. 10, no. 3. P. 451-462.

DIGITAL CONTROL OF SIX GYRODINE CLUSTER AT THE SPACECRAFT INITIAL ORIENTATION

© 2019 Ye.I. Somov^{1,2}, S.A. Butyrin^{1,2}, S.Ye. Somov^{1,2}

¹ Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences

² Samara State Technical University

The problems of the initial orientation of the spacecraft after separation from the launch vehicle with the modes of calming, orientation to the Sun, acceleration of the rotors of the six gyrodiodes with their inclusion in the control loop, and bringing the spacecraft orientation to the specified in orbital coordinate system are considered. Numerical results on the efficiency of the developed algorithms used for satellites and space robots are presented.

Keywords: spacecraft, initial orientation modes, six gyrodiode cluster, digital control.

DOI: 10.24411/1990-5378-2019-00049

Yevgeny Somov, Leading Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences; Head of Department for "Navigation, Guidance, and Motion Control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail e_somov@mail.ru
Sergey Butyrin, Senior Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences; Head of Laboratory

for "Modeling of Control Systems", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail butyrinsa@mail.ru

Sergey Somov, Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences; Researcher of Department "Navigation, Guidance, and Motion Control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail s_somov@mail.ru