УДК 620.3

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НАНОЭЛЕКТРОННЫХ СТРУКТУРАХ НА БАЗЕ МЕМРЕЗИСТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

© 2021 А. В. Бондарев[1], В.Н. Ефанов[2]

[1] Оренбургский государственный университет" (Кумертауский филиал)
[2] Уфимский государственный авиационный технический университет

Статья поступила в редакцию 12.04.2021

Появление в последнее время широкого спектра наноэлектронных компонентов расширяют возможности информационно-вычислительных систем. В первую очередь это касается суперкомпьютеров с петафлопсовой производительностью. Для достижения такой производительности на базе современных микроэлектронных устройств создаются вычислительные комплексы, объединяющие до 100 тыс. процессоров, потребляющие около 100 мегаватт электрической энергии и занимающие порядка 300 кв. метров площади. Существенное увеличение производительности, снижение энергопотребления и уменьшение массо-габаритных показателей можно обеспечить при переходе от микроэлектронной к наноэлектронной элементной базе. К числу таких перспективных наноэлектронных компонентов относятся мемристоры. Мемристор (англ. memristor, от memory — память, и resistor — электрическое сопротивление) – пассивный элемент в микроэлектронике, способный изменять своё сопротивление в зависимости от протекавшего через него заряда. Длительное время мемристор считался теоретической моделью [7], которую нельзя реализовать практически, пока первый образец элемента, демонстрирующий свойства мемристора не был создан в 2008 году коллективом учёных во главе с Р. С. Уильямсом в исследовательской лаборатории фирмы Hewlett-Packard. Устройство не накапливает заряд как конденсатор, не поддерживает магнитный поток, как катушка индуктивности. Изменение свойств устройства обеспечивается химическими реакциями в тонкой двухслойной плёнке диоксида титана (5 нм). Один слой пленки устройства слегка обеднен кислородом и кислородные вакансии мигрируют между слоями при изменении напряжения. Данную реализацию мемристора относят к классу наноионных устройств. Наблюдающееся явление гистерезиса в мемристоре позволяет использовать его в том числе и в качестве ячейки памяти [9, 10-15, 20-21]. Уже изученные свойства мемристоров позволяют говорить о том, что на их основе можно создавать компьютеры принципиально новой архитектуры, по производительности значительно превышающие полупроводниковые. Благодаря регулярной структуре из пересекающихся нанопроводников изготовление мемристора достаточно простое, особенно в сравнении со сложной структурой современных процессоров на основе КМОП-технологии. В результате время записи/чтения в ячейке мемристорной памяти не превышает 5 нс. Число циклов записи/чтения превышает 1012, а время хранения информации больше 10 лет. Все это позволяет считать, что память на мемристорах станет единственным типом компьютерной памяти. Однако, применение подобных элементов в условиях реальной эксплуатации приводит к тому, что электрические параметры данных устройств меняются в широких пределах. Подобная неопределенность характеристик затрудняет схемотехнический анализ и весь процесс проектирования электронных устройств, в состав которых входят мемристорные компоненты. В связи с этим актуальной является задача оценки стабильности наноэлектронных структур на базе мемрезистивных элементов в условиях неопределенных внешних воздействий.

Ключевые слова: динамический режим, математическая модель электрического многополюсника, мемрезистивные ветви, условия интервальной неопределенности, мемристорные информационно-вычислительные системы, мемристорные модули, мемрезистивные ветви, наноэлектроника, квазилинейный режим, динамический режим, гибридный базис, приращения напряжений и токов, матрицы эквивалентных сопротивлений и проводимостей, статический режим, реактивные элементы, эквивалентная схема.

DOI: 10.37313/1990-5378-2021-23-2-84-90

Бондарев Андрей Владимирович, кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электроснабжения промышленных предприятий.
E-mail: bondarevav@kfosu.edu.ru
Ефанов Владимир Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электроники и биомедицинских технологий. E-mail:efanov@mail.ru

В связи с тем, что мемристор из разряда гипотетических компонентов перешел в область практической реализации и уже значительное время применяется ведущими производителями наноэлектроники, на повестку дня выходит задача разработки математической модели, позволяющей исследовать процессы в электронных схемах, в состав которых входят мемристоры. Дело в том, что в отличие от обычных элементов электрических многополюсников, таких как линейные и нелинейные резисторы, емкости и индуктивности, параметрическое уравнение мемристора связывает изменение величины магнитного потока Φ и изменение заряда Q

$$\mathrm{d}\Phi = M(Q)\cdot \mathrm{d}Q, \tag{1}$$

здесь $M(Q)$ - параметр, получивший название мемристивность, оценивается следующим образом [25]:

$$M(Q) = R_{OFF}\left(1 - \frac{\mu_u \cdot R_{ON}}{D^2}\right)\cdot Q(t), \tag{2}$$

где R_{ON} и R_{OFF} - соответственно, низкое сопротивление проводящей области (недоокисленный слой Ti) и высокое сопротивление слоя диэлектрика TiO_2; μ_u – подвижность кислородных вакансий; D - размер мемристора.

Чтобы получить параметрическое уравнение мемристора, позволяющее использовать его совместно с параметрическими уравнениями других элементов электрических многополюсников, т.е. записанное относительно тока и напряжения, воспользуемся аналитическим описанием его вольт-амперной характеристики. Учитывая, что мемристор имеет ВАХ подобную фигуре Лиссажу [26], опишем эту характеристику следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} u(t) = \alpha \cdot \sin \omega t \\ i(t) = \beta \cdot \sin(\omega t + \varphi)' \end{cases} \tag{3}$$

где α и β - постоянные коэффициенты ширины петли фигуры ВАХ; ω - частота тока и напряжения; φ - угол наклона фигуры ВАХ.

Используя разложение синуса суммы во втором уравнении системы (3), получим параметрическое уравнение мемристора для номинального режима:

$$i(t) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\cdot \cos\varphi - u(t)\cdot \frac{\beta}{\alpha}\cdot \sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2(t)}{\alpha^2}}\right)\cdot u(t). \tag{4}$$

Назовем выражение $M^{-1}(q) = \left(\frac{\beta}{\alpha}\cdot \cos\varphi - u(t)\cdot \frac{\beta}{\alpha}\cdot \sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2(t)}{\alpha^2}}\right)$ по аналогии с (1) обратной мемристивностью. Тогда параметрическое уравнение мемристора можно записать в таком компактном виде

$$i(t) = M^{-1}(q)\cdot u(t). \tag{5}$$

Для оценки стабильности наноэлектронных структур на базе мемрезистивных элементов в условиях неопределенных внешних воздействий рассмотрим уравнение (5) для возмущенного режима в конечных приращениях:

$$\Delta i(t) = \Delta M^{-1}(q)\cdot \Delta u(t) - J_{\text{Н}}^{\text{ЗАВ}} - J_{\text{Н}}^{\text{НЕЗ}}, \tag{6}$$

где $\Delta M^{-1}(q) = \frac{\beta}{\alpha}\cdot \cos\varphi$ - приращение обратной мемрезистивности; $J_{\text{Н}}^{\text{ЗАВ}} = \Delta u(t)\cdot \frac{\beta}{\alpha}\cdot \sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{(u+\Delta u)^2(t)}{\alpha^2}}$ - аналог зависимого источника тока; $J_{\text{Н}}^{\text{НЕЗ}} = u(t)\cdot \frac{\beta}{\alpha}\cdot \sin\varphi \cdot \sqrt{1 - \frac{(u+\Delta u)^2(t)}{\alpha^2}}$ - аналог независимого источника тока.

1. ПОЛНОРАЗМЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОПОЛЮСНИКА С МЕМРЕЗИСТИВНЫМИ ВЕТВЯМИ

Полноразмерная математическая модель электрического многополюсника с мемрезистивными ветвями будет состоять из топологических и параметрических уравнений. Однако, в отличие от известного подхода [23] мы будем рассматривать эти уравнения в конечных приращениях. Так топологические уравнения в конечных приращениях принимают следующий вид

$$\begin{cases} D \cdot \Delta I = 0 \\ B \cdot \Delta U = 0' \end{cases} \tag{7}$$

где D – матрица главных сечений, $\dim D = (k\text{-}1)$; B – матрица главных контуров, $\dim B = (n\text{-}k\text{+}1)$ уравнений; n - число ветвей и k - число узлов топологического графа электрического многополюсника; $\Delta I, \Delta U$ - приращения токов и напряжений в ветвях этого графа.

В соответствии с характерными типами электрических ветвей осуществим декомпозицию векторов приращений токов и напряжений:

$$\begin{cases} \Delta U = [\Delta U_L^X, \Delta U_H^X, \Delta U_R^X, \Delta U_M^X, \Delta U_C^P, \Delta U_H^P, \Delta U_R^P, \Delta U_M^P] \\ \Delta I = [\Delta I_L^X, \Delta I_H^X, \Delta I_R^X, \Delta I_M^X, \Delta I_C^P, \Delta I_H^P, \Delta I_R^P, \Delta I_M^P] \end{cases}, \tag{8}$$

где ΔU_L^X, ΔI_L^X – приращения напряжений и токов на индуктивных хордах; ΔU_C^P, ΔI_C^P – приращения напряжения и тока на емкостных ребрах; ΔU_R^X, ΔU_R^P, ΔI_R^P, ΔI_R^X - приращения напряжения и тока на резистивных ребрах и хордах; ΔU_H^X, ΔU_H^P, ΔI_H^P, ΔI_H^X - приращения напряжения и тока на нелинейных ребрах и хордах; ΔU_M^X, ΔU_M^P, ΔI_M^X, ΔI_M^P - приращения напряжения и тока на мемрезистивных ребрах и хордах.

При этом матрицы D и B приобретают следующий блочный вид

$$D=\begin{bmatrix} D_I & D_{II} & D_{III} & D_{IV} & \vec{e} & 0 & 0 & 0\\ D_V & D_{VI} & D_{VII} & D_{VIII} & 0 & \vec{e} & 0 & 0\\ D_{IX} & D_X & D_{XI} & D_{XII} & 0 & 0 & \vec{e} & 0\\ D_{XIII} & D_{XIV} & D_{XV} & D_{XVI} & 0 & 0 & 0 & \vec{e}\end{bmatrix};$$

$$B=\begin{bmatrix} \vec{e} & 0 & 0 & 0 & B_I & B_{II} & B_{III} & B_{IV}\\ 0 & \vec{e} & 0 & 0 & B_V & B_{VI} & B_{VII} & B_{VIII}\\ 0 & 0 & \vec{e} & 0 & B_{IX} & B_X & B_{XI} & B_{XII}\\ 0 & 0 & 0 & \vec{e} & B_{XIII} & B_{XIV} & B_{XV} & B_{XVI}\end{bmatrix}, \qquad (9)$$

где $\vec{e}$ - единичная матрица.

В результате система топологических уравнений (7) относительно токов принимает вид:

$$\begin{bmatrix}\Delta I_C^P\\ \Delta I_H^P\\ \Delta I_R^P\\ \Delta I_M^P\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} D_I & D_{II} & D_{III} & D_{IV}\\ D_V & D_{VI} & D_{VII} & D_{VIII}\\ D_{IX} & D_X & D_{XI} & D_{XII}\\ D_{XIII} & D_{XIV} & D_{XV} & D_{XVI}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta I_L^X\\ \Delta I_H^X\\ \Delta I_R^X\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}, \qquad (10)$$

аналогично относительно напряжений:

$$\begin{bmatrix}\Delta U_L^X\\ \Delta U_H^X\\ \Delta U_R^X\\ \Delta U_M^X\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} B_I & B_{II} & B_{III} & B_{IV}\\ B_V & B_{VI} & B_{VII} & B_{VIII}\\ B_{IX} & B_X & B_{XI} & B_{XII}\\ B_{XIII} & B_{XIV} & B_{XV} & B_{XVI}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta U_H^P\\ \Delta U_R^P\\ \Delta U_M^P\end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Дополним топологические уравнения совокупностью параметрических уравнений для рассмотренных выше типов электрических ветвей многополюсника.

Для реактивных ветвей:

$$\begin{bmatrix}\Delta U_L^X\\ \Delta I_C^P\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \hat{L}\\ \hat{C} & 0\end{bmatrix}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+$$
$$+\begin{bmatrix}0 & Z_{ЭКВ}\\ V_{ЭКВ} & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}E_{ЭКВ}^L\\ J_{ЭКВ}^C\end{bmatrix}, \qquad (12)$$

где $\hat{L}=\begin{bmatrix}diag\{L_k+\Delta L_k\} & 0\\ 0 & diag\{L_i^{НЕЗ}+L_i^{ЗАВ}(\Delta i)\}\end{bmatrix}$ - матрица индуктивностей ($k=\overline{1,n_{ЛL}^X}$, $l=\overline{1,n_{HL}^X}$, $n_{ЛL}^X+n_{HL}^X=dim\Delta U_L^X$);

$\hat{C}=\begin{bmatrix}diag\{C_k+\Delta C_k\} & 0\\ 0 & diag\{C_i^{НЕЗ}+C_i^{ЗАВ}(\Delta i)\}\end{bmatrix}$ - матрица емкостей ($k=\overline{1,n_{ЛC}^X}$, $l=\overline{1,n_{HC}^X}$, $n_{ЛC}^X+n_{HC}^X=dim\Delta I_C^P$);

$Z_{ЭКВ}=\left[[0]_{n_L^X\times n_{ЛL}^X}\quad diag\{(Z_{НЕЗ}^L+Z_{ЗАВ}^L(\Delta i))_l\}\right]$ – матрицы эквивалентных сопротивлений и $V_{ЭКВ}=\left[[0]_{n_C^P\times n_{ЛC}^P}\quad diag\{(G_{НЕЗ}^C+G_{ЗАВ}^C(\Delta u))_l\}\right]$- эквивалентных проводимостей в схемах замещения нелинейных индуктивностей и емкостей; $E_{ЭКВ}^L=\left[[(E_{НЕЗ})_k]_{n_{ЛL}^X\times 1}\quad [(E_{НЕЗ}^L+E_{ЗАВ}^L(\Delta i))_k]_{n_{HL}^X\times 1}\right]^T$, $J_{ЭКВ}^C=\left[[(J_{НЕЗ})_k]_{n_{ЛC}^P\times 1}\quad [(J_{НЕЗ}^C+J_{ЗАВ}^C(\Delta u))_k]_{n_{HC}^P\times 1}\right]^T$ - эквивалентные векторы источников токов и напряжений [1-4].

Для резистивных ветвей:

$$\begin{bmatrix}\Delta U_R^X\\ \Delta I_R^P\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \hat{R}\\ \hat{Y} & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}E_{НЕЗ}^R\\ J_{НЕЗ}^R\end{bmatrix}, \qquad (13)$$

где $\hat{R}=R+\Delta R$ - матрица сопротивлений ветвей, $\hat{Y}=Y+\Delta Y$- матрица проводимостей ветвей; $E_{НЕЗ}^R, J_{НЕЗ}^R$ - эквивалентные векторы независимых источников напряжения и тока на резистивных ветвях [1-4].

Для нелинейных ветвей с учетом нелинейных мемрезистивностей (6) система гибридных уравнений примет вид:

$$\begin{bmatrix}\Delta U_H^X\\ \Delta I_H^P\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Delta M^{-1} & Z_X(\Delta I_H^X)\\ G_P(\Delta U_H^P) & \Delta M\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\Delta U_H^P\\ \Delta I_H^X\end{bmatrix}+F^I, \qquad (14)$$

где $F^I=\begin{bmatrix}\vec{e} & \vec{e} & 0 & 0 & -\vec{e} & -\vec{e} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \vec{e} & \vec{e} & 0 & 0 & -\vec{e} & -\vec{e}\end{bmatrix}\cdot\left[E_H^H\ \ E_X^H\ \ J_H^H\ \ J_P^H\ \ E_H^{ЗАВ}\ \ E_H^{НЕЗ}\ \ J_H^{ЗАВ}\ \ J_H^{НЕЗ}\right]^{Т}$; $Z_X(\Delta I_H^X)$ и $G_P(\Delta U_H^P)$ - диагональные матрицы эквивалентных сопротивлений и проводимостей; ΔM^{-1} и ΔM - диагональные матрицы эквивалентных обратных и прямых мемрезистивностей; $\vec{e}$ - единичная матрица; E_H^H, E_X^H, J_H^H,J_P^H, $E_H^{ЗАВ}$, $E_H^{НЕЗ}$, $J_H^{ЗАВ}$и $J_H^{НЕЗ}$- эквивалентные источники ЭДС и тока на нелинейных хордах и ребрах.

Объединяя (10)-(14), получим с использованием метода декомпозиции ветвей направленного графа схемы, описанного в [20-23], полноразмерную математическую модель в конечных приращениях токов и напряжений в гибридном базисе:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}0 & \hat{L}\\ \hat{C} & 0\end{bmatrix}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}=Q_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+Q_2\begin{bmatrix}\Delta U_H^P\\ \Delta I_H^X\end{bmatrix}+Q_3\begin{bmatrix}E_{НЕЗ}^R\\ J_{НЕЗ}^R\end{bmatrix}+Q_4\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}E_{ЭКВ}^L\\ J_{ЭКВ}^C\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}\Delta U_H^P\\ \Delta I_H^X\end{bmatrix}=A_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+A_2\begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}+A_3\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}-H\cdot F^I\\ \begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}=G_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+G_2\begin{bmatrix}\Delta U_H^P\\ \Delta I_H^X\end{bmatrix}+G_3\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}-W\begin{bmatrix}E_{НЕЗ}^R\\ J_{НЕЗ}^R\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}=S_I\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+S_2\begin{bmatrix}\Delta U_H^P\\ \Delta I_H^X\end{bmatrix}+S_3\begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}-K\begin{bmatrix}E_{НЕЗ}^M\\ J_{НЕЗ}^M\end{bmatrix}\end{cases} \qquad (15)$$

где $Q_1=\begin{bmatrix}-B_I & Z_{ЭКВ}\\ V_{ЭКВ} & -D_I\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-B_{IV} & 0\\ 0 & -D_{IV}\end{bmatrix}\cdot G_1$, $Q_2=\begin{bmatrix}-B_{II} & 0\\ 0 & -D_{II}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-B_{IV} & 0\\ 0 & -D_{IV}\end{bmatrix}\cdot G_2$, $Q_3=\begin{bmatrix}-B_{II} & 0\\ 0 & -D_{II}\end{bmatrix}\cdot W$ и $Q_4=\begin{bmatrix}-B_{III} & 0\\ 0 & -D_{III}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-B_{IV} & 0\\ 0 & -D_{IV}\end{bmatrix}$;

$Z_{ЭКВ}=\left[[0]_{n_L^X\times n_{ЛL}^X}\quad diag\{(Z_{НЕЗ}^L+Z_{ЗАВ}^L(\Delta i))_l\}\right]$ – матрицы эквивалентных сопротивлений и $V_{ЭКВ}=\left[[0]_{n_C^P\times n_{ЛC}^P}\quad diag\{(G_{НЕЗ}^C+G_{ЗАВ}^C(\Delta u))_l\}\right]$ - эквивалентных проводимостей нелинейных индуктивностей и емкостей; $E_{ЭКВ}^L=\left[[(E_{НЕЗ})_k]_{n_{ЛL}^X\times 1}\quad [(E_{НЕЗ}^L+E_{ЗАВ}^L(\Delta i))_k]_{n_{HL}^X\times 1}\right]^T$, $J_{ЭКВ}^C=\left[[(J_{НЕЗ})_k]_{n_{ЛC}^P\times 1}\quad [(J_{НЕЗ}^C+J_{ЗАВ}^C(\Delta u))_k]_{n_{HC}^P\times 1}\right]^T$ - эквивалентные векторы источников токов и напряжений; $A_1=\begin{bmatrix}\Delta M^{-1} & Z_X(\Delta I_H^X)\\ G_P(\Delta U_H^P) & \Delta M\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-B_V & 0\\ 0 & -D_V\end{bmatrix}$, $A_2=\begin{bmatrix}\Delta M^{-1} & Z_X(\Delta I_H^X)\\ G_P(\Delta U_H^P) & \Delta M\end{bmatrix}\cdot$

$\begin{bmatrix}-B_{VII} & 0\\ 0 & -D_{VII}\end{bmatrix}$, $A_3=\begin{bmatrix}-B_{VIII} & 0\\ 0 & -D_{VIII}\end{bmatrix}$ и $H=\begin{bmatrix}\Delta M^{-1} & Z_X(\Delta I_H^X)\\ G_P(\Delta U_H^P) & \Delta M\end{bmatrix}$; $G_1=\begin{bmatrix}B_{XI} & \hat{R}\\ \hat{Y} & D_{XI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{IX} & 0\\ 0 & -D_{IX}\end{bmatrix}$, $G_2=\begin{bmatrix}B_{XI} & \hat{R}\\ \hat{Y} & D_{XI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{X} & 0\\ 0 & -D_{X}\end{bmatrix}$, $G_3=\begin{bmatrix}B_{XI} & \hat{R}\\ \hat{Y} & D_{XI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{XII} & 0\\ 0 & -D_{XII}\end{bmatrix}$; $W=\begin{bmatrix}B_{XI} & \hat{R}\\ \hat{Y} & D_{XI}\end{bmatrix}^{-1}$;

$S_1=\begin{bmatrix}-B_{XVI} & \widehat{M}\\ \widehat{M}^{-1} & -D_{XVI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{XIII} & 0\\ 0 & -D_{XIII}\end{bmatrix}$,

$S_2=\begin{bmatrix}-B_{XVI} & \widehat{M}\\ \widehat{M}^{-1} & -D_{XVI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{XIV} & 0\\ 0 & -D_{XIV}\end{bmatrix}$,

$S_3=\begin{bmatrix}-B_{XVI} & \widehat{M}\\ \widehat{M}^{-1} & -D_{XVI}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}-B_{XV} & 0\\ 0 & -D_{XV}\end{bmatrix}$ и

$K=\begin{bmatrix}-B_{XVI} & \widehat{M}\\ \widehat{M}^{-1} & -D_{XVI}\end{bmatrix}^{-1}$.

Теперь на основе полученной полноразмерной математической модели сформируем математическую модель многополюсника с мемрезистивными ветвями в динамическом режиме.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОПОЛЮСНИКА С МЕМРЕЗИСТИВНЫМИ ВЕТВЯМИ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Расчет динамических характеристик электронных схем во временной области заключается в определении вида переходных процессов в их структуре, возникающих под действием источников переменных сигналов и импульсных последовательностей. В результате подобного расчета находятся временные интервалы, необходимые для перевода схемы из одного статического режима в другой, или время, за которое токи и напряжения достигают заданного уровня. Часто представляет интерес форма переходного процесса. Развитие электромагнитных процессов во времени определяется не только характером изменения напряжений на емкостях и токов в индуктивностях, но и конечными приращениями этих параметров.

В тех случаях, когда уровни переменных сигналов в схеме значительно меньше уровней постоянных токов и напряжений статического режима, анализ переходных процессов проводится в линеаризованной схеме, где все нелинейные элементы заменяются их малосигнальными моделями. При этом система уравнений состояния также становится линейной. Чтобы получить такую модель исследуемой схемы, описанную в [20, 21], необходимо сформировать гибридный базис, содержащий переменные состояния, и исключить все остальные переменные, относящиеся к резистивным ветвям эквивалентной схемы.

Используя установленные в [21] условия существования математических моделей электрических многополюсников, построим линеаризованную модель для динамического режима электронной схемы.

Реактивные элементы эквивалентной схемы - емкости и индуктивности - выделим в особые ветви. В результате оставшаяся часть эквивалентной схемы будет представлять собой линейный многополюсник с резистивными и мемрезистивными ветвями, включающий также зависимые и независимые источники. Емкости, параметрическое описание которых соответствует z-ветвям, должны быть отнесены к ребрам, что всегда может быть обеспечено при выполнении предположения об отсутствии главных емкостных контуров. Аналогично этому индуктивности должны быть отнесены к хордам. Чтобы обеспечить сформулированные требования нумерация ветвей должна начинаться с емкостей, а завершаться - индуктивностями. Исходя из вышесказанного, математическая модель многополюсника с мемрезистивными ветвями (15) в динамическом режиме примет вид:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}0 & \hat{L}\\ \hat{C} & 0\end{bmatrix}\cdot\dfrac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}=Q_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+Q_3\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^R\\ J_{\text{НЕЗ}}^R\end{bmatrix}+Q_4\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}E_{\text{ЭКВ}}^L\\ J_{\text{ЭКВ}}^C\end{bmatrix};\\ \begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}=G_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+G_3\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}-W\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^R\\ J_{\text{НЕЗ}}^R\end{bmatrix};\\ \begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix}=S_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix}+S_3\begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix}-K\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^M\\ J_{\text{НЕЗ}}^M\end{bmatrix}.\end{cases}\qquad(16)$$

Отличие модели (16) от обычных линеаризованных моделей, которые используются при оценке чувствительности электронных схем, заключается в том, она относится к классу интервальных систем линейных дифференциальных и алгебраических уравнений. Следовательно, она позволяет описывать поведение многополюсника во всем диапазоне изменения параметров электронного устройства. Для решения такой системы уравнений необходимо использовать специальные интервальные методы Эйлера и Хука-Дживса, основанные на интервальной арифметике Кахана.

Суть интервальной арифметики Кахана состоит в том, что операции с интервалами, содержащими ноль, имеют тот же результат, что и в случае с другими интервалами. Это позволяет основную причину расширения интервальных оценок при выполнении вычислений за счет соблюдения определенных условий, которые не только гарантируют дистрибутивность операций, но и обеспечивают их монотонность по включению [21, 24].

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВНЕШНЕГО ОЦЕНИВАНИЯ МНОЖЕСТВ РЕШЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МНОГОПОЛЮСНИКА С МЕМРЕЗИСТИВНЫМИ ВЕТВЯМИ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Учитывая интервальный характер полученной модели, в данном алгоритме используется метод Эйлера для интегрирования дифференциальных уравнений и метод конфигураций (метод Хука-Дживса), который является методом нулевого порядка и не требует вычисления интервальных производных при решении системы алгебраических уравнений [24].

Шаг 1. Полагаем $t_0 = 0$ и $l = 0$. Задаем начальные приближения искомых параметров.

Шаг 2. Используя правила арифметики Кахана, находим внешнюю интервальную оценку производных

$$\frac{d}{dt}\Delta I_L^X = \hat{L}^{-1}Q_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix} + \hat{L}^{-1}Q_3\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^R\\ J_{\text{НЕЗ}}^R\end{bmatrix} + \hat{L}^{-1}Q_4\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix} - \hat{L}^{-1}\begin{bmatrix}E_{\text{ЭКВ}}^L\\ J_{\text{ЭКВ}}^C\end{bmatrix};$$

$$\frac{d}{dt}\Delta U_C^P = \hat{C}^{-1}Q_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix} + \hat{C}^{-1}Q_3\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^R\\ J_{\text{НЕЗ}}^R\end{bmatrix} + \hat{C}^{-1}Q_4\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix} - \hat{C}^{-1}\begin{bmatrix}E_{\text{ЭКВ}}^L\\ J_{\text{ЭКВ}}^C\end{bmatrix}.$$

Шаг 3. Находим интервальное расширение векторов

$$\Delta U_C^P = \Delta U_C^P + \frac{d\Delta U_C^P}{dt}\times\Delta,$$

$\Delta I_L^X = \Delta I_L^X + \dfrac{d\Delta I_L^X}{dt}\times\Delta$, где Δ – шаг интегрирования.

Шаг 4. Подставляем найденные вектора ΔU_C^P и ΔI_L^X во второе и третье уравнения системы (16), после чего исключаем вектор $[\Delta U_R^P \quad \Delta I_R^X]^{\text{T}}$. В результате получаем интервальную систему алгебраических уравнений следующего вида

$$(\vec{\mathrm{e}} - S_3G_3)\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix} = (S_1 + S_3G_1)\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix} - (S_3W + K)\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^M\\ J_{\text{НЕЗ}}^M\end{bmatrix}.$$

Шаг 5. Решаем линейную интервальную систему, полученную на шаге 4, используя интервальный метод Гаусса. В результате находим интервальное расширение вектора $[\Delta U_M^P \quad \Delta I_M^X]^{\text{T}}$

Шаг 6. Находим интервальное расширение вектора $[\Delta U_R^P \quad \Delta I_R^X]^{\text{T}}$

$$\begin{bmatrix}\Delta U_R^P\\ \Delta I_R^X\end{bmatrix} = G_1\begin{bmatrix}\Delta U_C^P\\ \Delta I_L^X\end{bmatrix} + G_3\begin{bmatrix}\Delta U_M^P\\ \Delta I_M^X\end{bmatrix} - W\begin{bmatrix}E_{\text{НЕЗ}}^R\\ J_{\text{НЕЗ}}^R\end{bmatrix}.$$

Шаг 7. Принимаем $l = l + 1$, $t_l = t_l + \Delta$.

Шаг 8. Процесс закончен? Если «да», идти к шагу 9; иначе – к шагу 2.

Шаг 9. Конец.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в данной статье математическая модель подтверждает алгоритмическую разрешимость задачи исследования динамического режима для электрического многополюсника с мемрезистивными ветвями. Такая возможность появляется за счет декомпозиции исходной полноразмерной математической модели, в результате чего задача сводится к поэтапному решению интервальных систем дифференциальных и алгебраических уравнений. Изложенный подход раскрывает перспективы исследования характеристик наноэлектронных схем не только в составе отдельных компонентов, таких как элементы памяти, но и при оценке стабильности архитектуры информационно-вычислительных систем в целом.

Дальнейшие направления исследований в этой области связаны с верификацией полученной модели применительно к конкретным типам наноэлектронных схем, одобренных для практического применения в высокопроизводительных вычислительных комплексах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bondarev A.V.* Research problem of a robustness of electronic schemes by methods of interval calculations in the conditions of uncertainty / Proc. of the 17th International Workshop on Computer Science and Information Technologies. 2015. p. 145-149.
2. *Bondarev A., Efanov V.* The Principles of Forming of the Mathematical Model of Nanoelectronic Components of Quantum Computer Systems with Memresistance Branches // Proc. of the 21st International Workshop on Computer Science and Information Technologies (CSIT 2019). Atlantis Highlightsin Computer Sciences, volume 3. p. 17-22.

3. Bondarev A.V. Research problem of a robustness of electronic schemes by methods of interval calculations in the conditions of uncertainty/ Всборнике: CSIT'2015 Proceedings of the 17th International Workshop on Computer Science and Information Technologies. 2015. С. 145-149.
4. Bondarev A.V., Muravyova E.A., Kadyrov R.R., Rahman P.A. The analysis of opportunities of construction and use of avionic systems based on COTS-modules/ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. 2016. Т. 11. № 1. С. 78-92.
5. Borghetti J., Snider G.S., Kuekes P.J. et al. 'Memristive' switches enable 'stateful' logic operations via material implication. – Nature letters, 2010, v.464, p.873–876.
6. Bourzac K. Memristor Memory Readied for Production. – www.technologyreview.com/computing/25018/.
7. Chua L.O. Memristor – the missing circuit element. – IEEE Trans. CircuitTheory, 1971, v.18, p.507–519.
8. G. Alefeld, G. Mayer, "Interval analysis: theory and applications" // Journal of Computational Applied Mathematics. – 2000. – Vol. 121. – P. 421-464.
9. http://www.nanonewsnet.ru/articles/2011/memristor-nedostayushchii-element
10. https://eduherald.ru/ru/article/view?id=17265
11. Johnson R.C. End of the CPU? HP demos configurable memristor. – 4/9/2010, www.eetimes.com/electronicsnews/4088557/End-of-the-CPU-HP-demos-configurablememristor.
12. Kuekes P. J., Snider G. S., Williams R. S. Crossbar nanocomputers. – Scientific American, 2005, v.293, p.72–78.
13. Markoff J. H.P. Sees a Revolution in Memory Chip. – www.nytimes.com/2010/04/08/science/08chips.html?_r=1.
14. Memristor. – en.wikipedia.org/wiki/Memristor.
15. Merritt R. HP researcher predicts memory-centric processors. – 6/2/2010, www.eetimes.com/electronicsnews/4199856/HP-researcher-predicts-memory-centricprocessors.
16. Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R., Williams R. S. The missing memristor found. – Nature letters, 2008, v.453, p.80–83.
17. Бондарев А.В. Обзор алгоритмов квантовых вычислений// Перспективы науки. № 7(118).2019. с. 27-31.
18. Бондарев А.В. Обзор элементной базы квантовых компьютеров// XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2019. Т. 8. №3(47) с. 96-100.
19. Бондарев А.В. Особенности построения архитектуры квантовых компьютеров// Современная наука: Серия Естественные и технические науки. № 6 июнь 2019 г. с. 52-55.
20. Бондарев А.В., Ефанов В.Н. Принципы формирования математической модели наноэлектронных компонентов квантовых вычислительных комплексов с мемрезистивными ветвями// Системы управления и информационные технологии. 2020. № 1 (79). С. 4-10.
21. Бондарев А.В. Система поддержки принятия решений при оценке робастности сложных бортовых радиоэлектронных систем на базе COTS-продуктов/ диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук/ Уфимский государственный авиационно-технический университет. Уфа, 2011.
22. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. - М.: Советское радио, 1976, 608 с.
23. Чуа Л. О., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы. Пер с англ. -М.: Энергия, 1980, 640 с.
24. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – http://www.ns c.ru/interval.
25. Елисеев Н. Мемристоры и кроссбары: нанотехнологии для процессоров / Электроника: Наука, Технология, Бизнес. № 8, 2010. - с.: 84-89.
26. Mazumder P. et al Memristors: Devices, Models and Applications. – Proceedings of the IEEE, 2012, v. 100, №6, p.1911–1916.

ANALYSIS OF DYNAMIC PROCESSES IN NANOELECTRONIC STRUCTURES BASED ON MEMRESISTIVE ELEMENTS

 A.V. Bondarev[1], V. N. Efanov[2]

[1] Orenburg State University (Kumertau Branch)
[2] Ufa State Aviation Technical University

The emergence of recently a wide range of nanoelectronic components is expanding the possibilities of information and computing systems. First of all, it concerns supercomputers with Petaflopovaya productivity. To achieve such performance on the basis of modern microelectronic devices, computing complexes are created, combining up to 100 thousand processors that consume about 100 megawatts of electrical energy and occupy about 300 square meters. A significant increase in productivity, reduction of energy consumption and a decrease in mass-dimensional indicators can be ensured in the transition from microelectronic to a nanoelectronic element base. For such promising nanoelectronic components include memristors. A memristor (from memory — memory, and resistor-electrical resistance) is a passive element in microelectronics that can change its resistance depending on the charge flowing through it. For a long time, the memristor was considered a theoretical model [7], which cannot be implemented in practice, until the first sample of the element demonstrating the properties of the memristor was created in 2008 by a team of scientists led by R. S. Williams in the research laboratory of Hewlett-Packard. The device does not store charge like a capacitor, does not support magnetic flux like an inductor. The change in the properties of the device is provided by chemical reactions in a thin two-layer film of titanium dioxide (5 nm). One layer of the device film is slightly depleted of oxygen and oxygen vacancies migrate between the layers when the voltage changes. This implementation of the memristor belongs to the class of nanoion devices. The observed phenomenon of hysteresis in the memristor allows it to be used, among other things, as a memory cell [9, 10-15, 20-21]. The already studied properties of memristors allow us to say that on their basis it is possible to create computers of a fundamentally new architecture, significantly exceeding semiconductor ones in performance. Due to the regular structure of intersecting nanowires, memristor fabrication is quite simple, especially in comparison with the complex structure of modern processors based on CMOS technology. As a result, the write / read time in the memristor memory cell does not exceed 5 ns. The number of read / write cycles exceeds 1012, and the storage time of information is more than 10 years. All this suggests that memristor memory will become the only type of computer memory. However, the use of such elements in real-life conditions leads to the fact that the electrical parameters of these devices vary over a wide range. This uncertainty in characteristics complicates circuit analysis and the entire design process for electronic devices that include memristor components. In this regard, the problem of assessing the stability of nanoelectronic structures based on memresistive elements under conditions of uncertain external influences is urgent.

Keywords: dynamic mode, mathematical model of an electric multipole, memresistive branches, interval uncertainty conditions, memristor information and computing systems, memristor modules, memresistive branches, nanoelectronics, quasi-linear mode, dynamic mode, hybrid basis, voltage and current increments, matrices of equivalent resistances and conductivities, static mode, reactive elements, equivalent circuit.

DOI: 10.37313/1990-5378-2021-23-2-91-97

Andrei Bondarev, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Power Supply of Industrial Enterprises. E-mail: bondarevav@kfosu.edu.ru
Vladimir Efanov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Electronics and Biomedical Technologies. E-mail: efanov@mail.ru