

УДК62-251

МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА НА ОПОРАХ С АНИЗОТРОПНЫМИ УПРУГИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© 2022 А.Ф. Денисенко¹, М.В. Якимов¹, Н.Б. Кротинов¹, К.Р. Борисова²

¹Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

²АО «РКЦ «Прогресс», г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 20.06.2022

В статье рассмотрены вопросы, связанные с влиянием вариантов конструктивного исполнения шпиндельного узла (ШУ), анизотропии радиальной жесткости опор, а также частоты вращения шпинделя на показатели динамического качества станка. Постановка задачи формулируется следующим образом: необходимо определить степень влияния каждого из указанных выше параметров на собственные частоты и формы колебаний ШУ. Для выявления закономерностей проводилось численное конечно-элементное моделирование в среде ANSYS Workbench. Варианты исполнения шпиндельного узла рассматривались на примере четырех расчетных моделей ШУ токарного станка с ЧПУ модели 16Б16Т1, отличающиеся числом конструктивных элементов и их расположением по длине шпинделя. При моделировании, опоры шпинделя представлялись в виде сплошных колец с определенными упругими свойствами, варьируя которые реализовывалась анизотропия жесткости опор. В ходе численного эксперимента учитывалась частота вращения шпинделя в диапазоне от 0 до 20000 об/мин. При анализе результатов рассматривались значения шести собственных частот и форм колебаний для каждой из расчетных моделей при изменении жесткости передней опоры; получены диаграммы Кэмпбелла, иллюстрирующие зависимость динамических характеристик шпинделя от частоты вращения в указанном диапазоне. В результате проведенных исследований установлено, что конструктивные факторы оказывают существенное влияние на формы колебаний и собственные частоты шпиндельного узла. Моделирование показало, что при обработке в центрах на точность будет влиять четвертая собственная частота и форма колебаний, а при использовании патрона – первая. С учетом того, что разница между ними составляет более чем 2,5 раза, то обработка в центрах может вестись при существенно больших скоростях резания. Изменение жесткости передней опоры приводит к возникновению диапазона собственных частот для каждой формы колебаний, который может составлять до 200 Гц. В пределах указанного диапазона собственные частоты изменяются в зависимости от скорости вращения шпинделя.

Ключевые слова: шпиндельный узел, динамическое качество, собственные частоты, формы колебаний, анизотропия жесткости, модельный анализ, диаграмма Кэмпбелла.

DOI: 10.37313/1990-5378-2022-24-3-14-21

ВВЕДЕНИЕ

Шпиндельный узел является элементом конструкции металлорежущего станка, непосредственно влияющим на точность и шероховатость изготавливаемых деталей [1]. Среди критериев работоспособности ШУ немаловажным является динамическое качество, опреде-

ляющееся такими характеристиками как собственная частота, демпфирование, амплитуда колебаний с собственной частотой (резонансная амплитуда) [2-4]. Резонансная амплитуда в большей степени зависит от статической жесткости опор шпиндельного узла и ее постоянства в различных направлениях – анизотропии [5-7]. Формы колебаний дают представление об участках шпинделей с наибольшим размахом колебаний, что следует принимать во внимание при проектировании ШУ, в частности при выборе оптимального размещения конструктивных элементов.

В работе [8] представлена математическая модель, показавшая, что анизотропия жесткости опор приводит к появлению диапазона собственных частот. Однако указанная модель не обладает возможностью учета влияния всех конструктивных особенностей исполнения ШУ, а также скорости вращения шпинделя на его динамические характеристики, а именно собственные частоты и формы колебаний.

Денисенко Александр Федорович, доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения, станки и инструменты».

E-mail: sammortor@yandex.ru

Якимов Михаил Владимирович, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения, станки и инструменты».

E-mail: mikya@yandex.ru

Кротинов Николай Борисович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения, станки и инструменты». E-mail: ruslogos@gmail.com

Борисова Ксения Романовна, инженер-конструктор АО «РКЦ «Прогресс», г. Самара.

E-mail: ksushkaborisova@yandex.ru.

МЕТОДИКА МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для оценки влияния различных вариантов исполнений ШУ, анизотропии жесткости опор и частоты вращения шпинделя на собственные частоты и формы колебаний, выполнен модальный анализ динамических характеристик шпиндельного узла токарного станка 16Б16Т1 методом конечных элементов для четырех расчетных моделей (рис. 1). Каждая из указанных моделей включает тело шпинделя и опоры, выполненные в виде сплошных колец, моделирующих упругие характеристики [9] роликового двухрядного конического подшипника с буртом на наружном кольце 4-697713Л (передняя опора) и роликового

однорядного конического подшипника с широким наружным кольцом 2-17814Л (задняя опора). Модель I (рис. 1, а) состоит только из тела шпинделя и опор, в модель II (рис. 1, б) добавлены приводная шестерня и полумуфта, модель III (рис. 2, а) помимо указанных выше конструктивных элементов включает неподвижный центр, базирующийся в коническом отверстии переднего конца шпинделя, модель IV (рис. 2, б) вместо неподвижного центра содержит трехкулачковый патрон.

Усредненные значения жесткости опор ШУ получены аналитически по зависимостям работы [10]. В ходе моделирования для учета анизотропии упругих характеристик передней опоры шпиндельного узла расчет проводился для трех вариантов значений жесткостей: усредненное c_{II} , повышенное $c_{II} = \frac{4c_{II}}{3}$ и пониженное

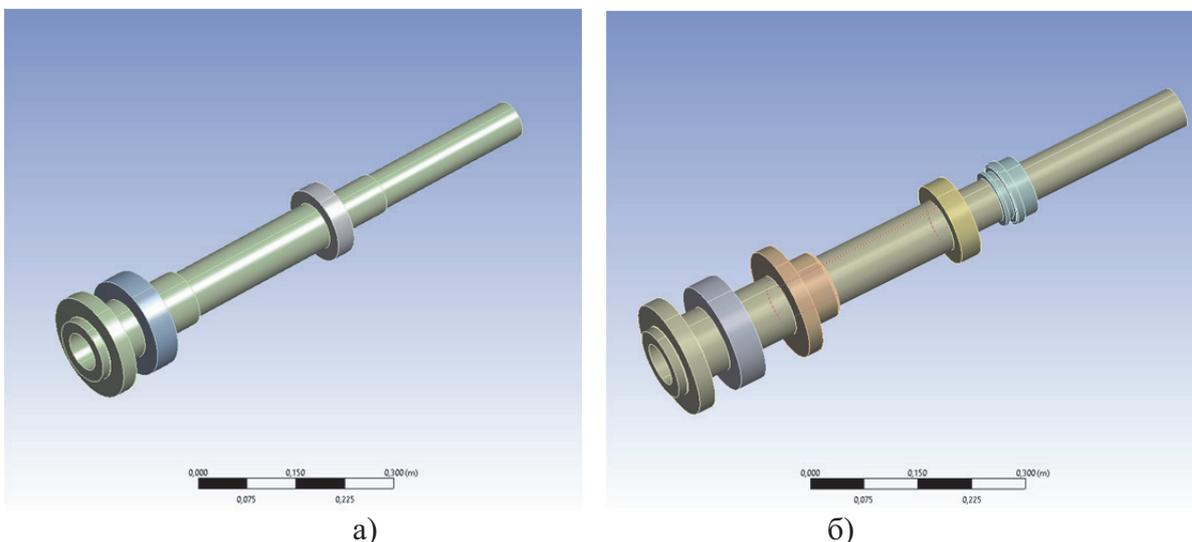


Рис. 1. Геометрические модели шпиндельного узла токарного станка, не учитывающие наличие технологической оснастки:
а – модель I; б – модель II

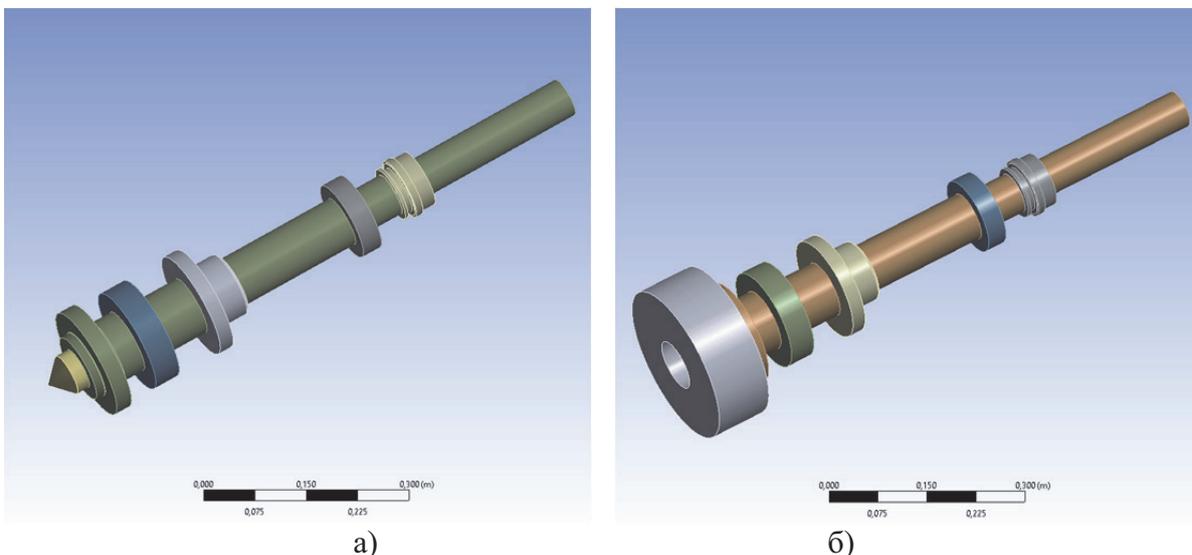


Рис. 2. Геометрические модели шпиндельного узла токарного станка с технологической оснасткой:
а – модель III; б – модель IV

$c_{П2} = \frac{2c_{П1}}{3}$. Жесткость задней опоры принималась постоянной с усредненным значением c_3 .

Модули упругости моделей опор найдены с использованием уравнений регрессии, представленных в работе [9]. Для усредненного значения жесткости $c_{П1}$, физические свойства материала кольца, моделирующего переднюю опору, имеют следующие значения: $E_X = 1,2 \cdot 10^9$ Па, $E_Y = 1,2 \cdot 10^9$ Па, $E_Z = 1,2 \cdot 10^9$ Па, $G_{XY} = 5 \cdot 10^8$ Па, $G_{YZ} = 1,15 \cdot 10^9$ Па, $G_{XZ} = 5,05 \cdot 10^8$ Па; для повышенного $c_{П1}$: $E_X = 2 \cdot 10^9$ Па, $E_Y = 2 \cdot 10^9$ Па, $E_Z = 1,4 \cdot 10^9$ Па, $G_{XY} = 6 \cdot 10^8$ Па, $G_{YZ} = 1,04 \cdot 10^9$ Па, $G_{XZ} = 5,5 \cdot 10^8$ Па; для пониженного $c_{П2}$: $E_X = 1 \cdot 10^9$ Па, $E_Y = 8 \cdot 10^8$ Па, $E_Z = 7 \cdot 10^8$ Па, $G_{XY} = 4,1 \cdot 10^8$ Па, $G_{YZ} = 7 \cdot 10^8$ Па, $G_{XZ} = 4 \cdot 10^8$ Па.

Моделирование осуществлялось с целью определения шести собственных частот и форм колебаний при изменении частоты вращения шпинделя от 0 до 20000 об/мин в зависимости от величины жесткости передней опоры. Верхняя граница диапазона скорости вращения выбрана на основе расчетов и по рекомендациям Sandvik Coromant [11].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

В ходе моделирования были найдены значения шести собственных частот и форм колебаний для каждой из расчетных моделей при изменении жесткости передней опоры. Также по результатам расчета построены диаграммы Кэмпбелла, иллюстрирующие зависимость динамических характеристик шпинделя от частоты вращения в указанном диапазоне. Кривые на указанных диаграммах позволяют определить, как величина собственной частоты той или иной формы колебаний меняется в диапазоне скоростей вращения шпинделя. Прямая, проведенная из начала координат, в точках пересечения с кривыми графиков показывает оборотные частоты на которых имеет место явление резонанса [12].

В качестве примера, на рисунках 3 и 4 показаны формы колебаний и диаграмма Кэмпбелла для первой модели ШУ при усредненной жесткости опор.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Анализ результатов моделирования показал следующее. Так как модели I и II ШУ не имеют в своем составе технологической оснастки, то колебания на собственной частоте могут возникать только при работе станка на холостом ходу,

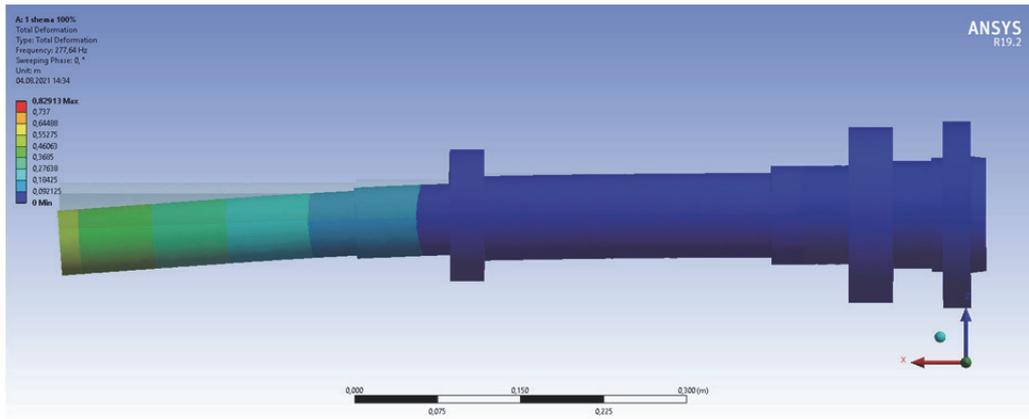
формы колебаний дают представление об оптимальности конструкции шпиндельного узла в целом. Найденные в ходе расчета первые две формы колебаний характеризуются изгибом консольной части заднего конца шпинделя, третья форма – осевыми колебаниями. Анизотропия жесткости никак не влияет на первые три формы собственных колебаний и на их частоты.

Четвертая, пятая и шестая формы обладают другими закономерностями. В частности, указанные формы колебаний характеризуются изгибом шпинделя с перемещением переднего конца. Повышение жесткости передней опоры приводит к увеличению собственных частот и никак не влияет на формы колебаний шпинделя. При снижении жесткости, помимо уменьшения величины собственных частот происходит изменение вида форм собственных колебаний, которое характеризуется изменением расположения и числа углов поворота тела шпинделя.

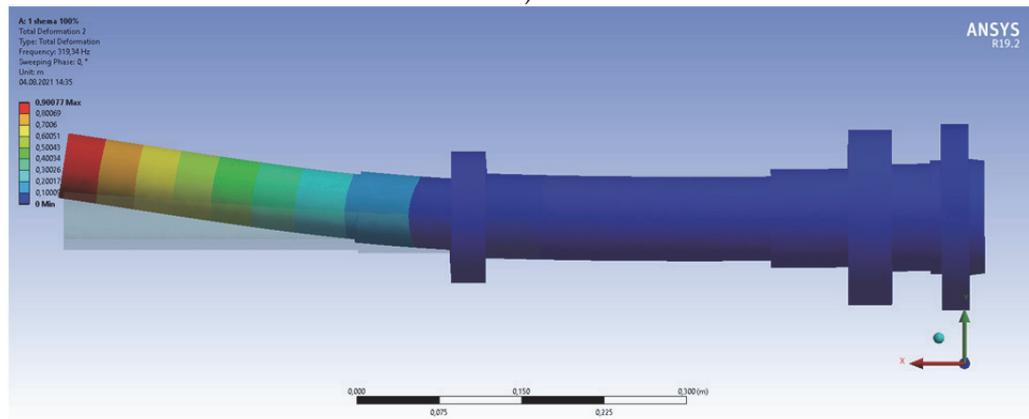
Анализ диаграмм Кэмпбелла для моделей I и II показал, что влияние скорости вращения (в рассматриваемом диапазоне от 0 до 20000 об/мин) на величину собственных частот имеет место лишь для первой модели. При увеличении скорости вращения для любого из значений жесткости передней опоры, отличного от усредненного, снижается пятая (7 Гц) и возрастает шестая (13 Гц) резонансные частоты. Таким образом, анизотропия жесткости совместно с увеличивающейся скоростью вращения оказывает влияние на величины высших собственных частот.

Модели III и IV имеют в своей конструкции элементы технологической оснастки и исследование собственных частот и форм колебания на примере данных моделей можно использовать для оценки влияния резонансных вибраций на точность обработки.

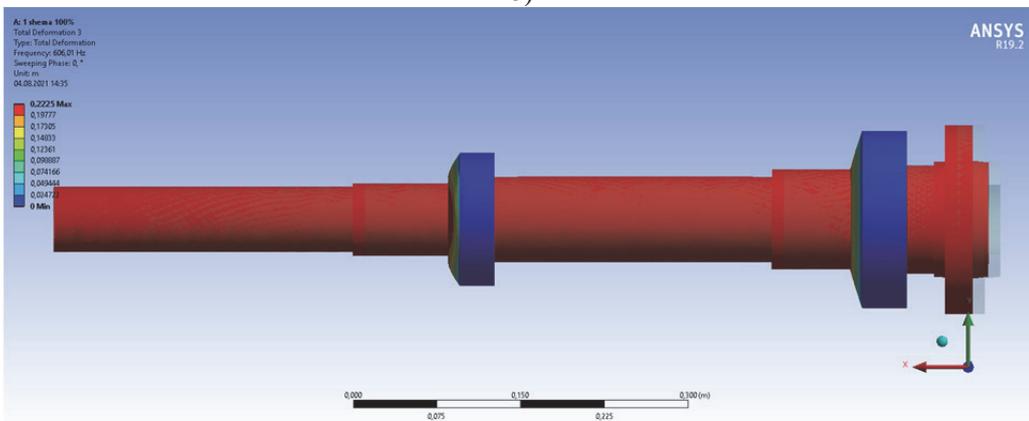
Третья модель имеет формы колебаний схожие с ранее рассмотренными моделями (I и II) и аналогичные закономерности влияния анизотропии жесткости на формы и частоты собственных колебаний. С точки зрения влияния технологической оснастки на формы колебаний можно сказать, что установка центра оказывает определенное воздействие на изгиб шпинделя при резонансных частотах за счет увеличения массы шпинделя и смещения центра тяжести ближе к передней опоре: происходит изменение положения узлов конечно-элементной модели, относительно которых происходит изгиб тела шпинделя на четвертой, пятой и шестой собственных частотах. Диаграммы Кэмпбелла подтверждают, что для третьей модели ШУ скорость вращения в рассматриваемом диапазоне от 0 до 20000 об/мин, а также изменение жесткости передней опоры никак не влияют на величину собственных частот.



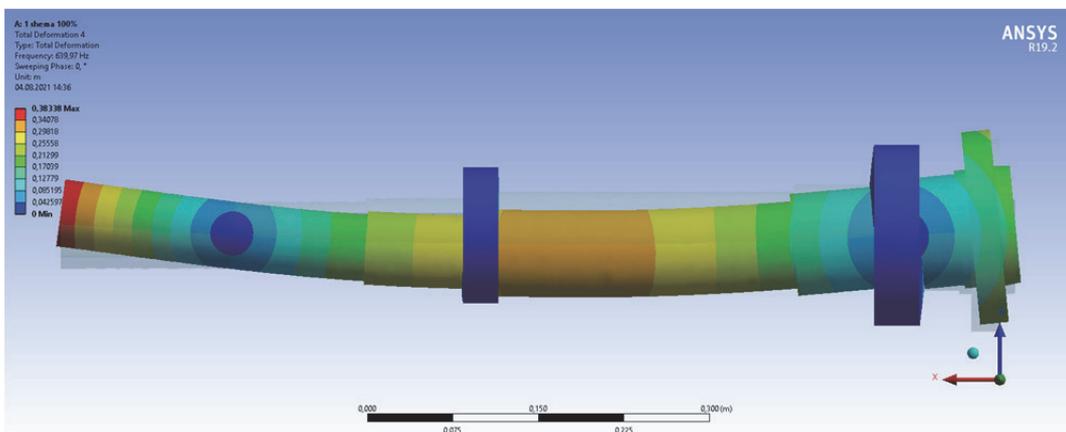
а)



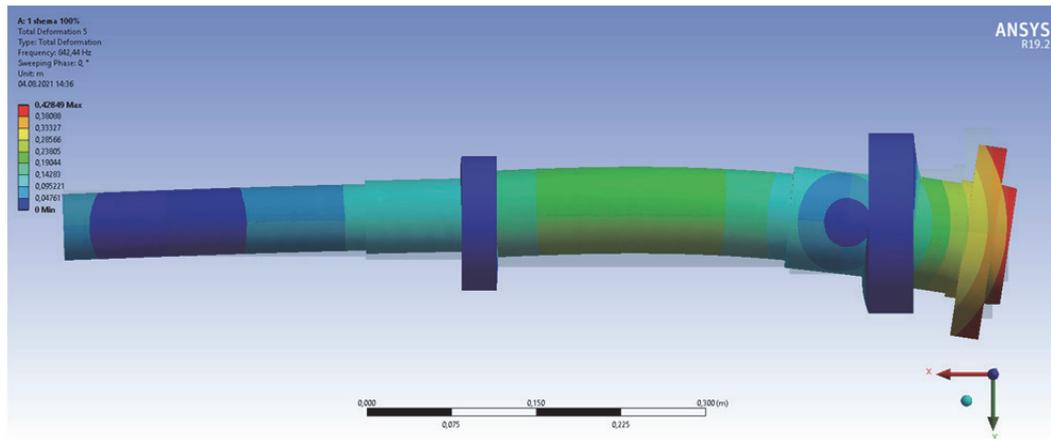
б)



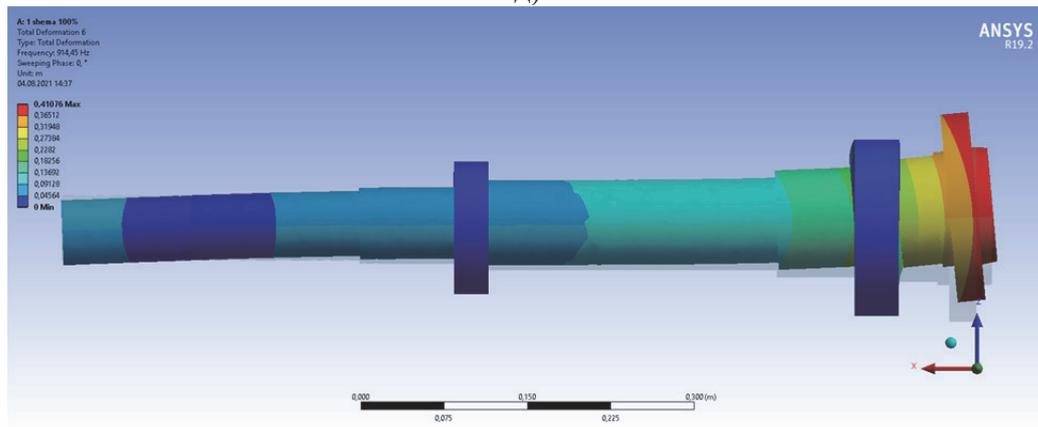
в)



г)



д)



е)

Рис. 3. Формы собственных колебаний ШУ модели I при усредненной жесткости опор: а – первая форма; б – вторая форма; в- третья форма; г – четвертая форма; д – пятая форма; е – шестая форма

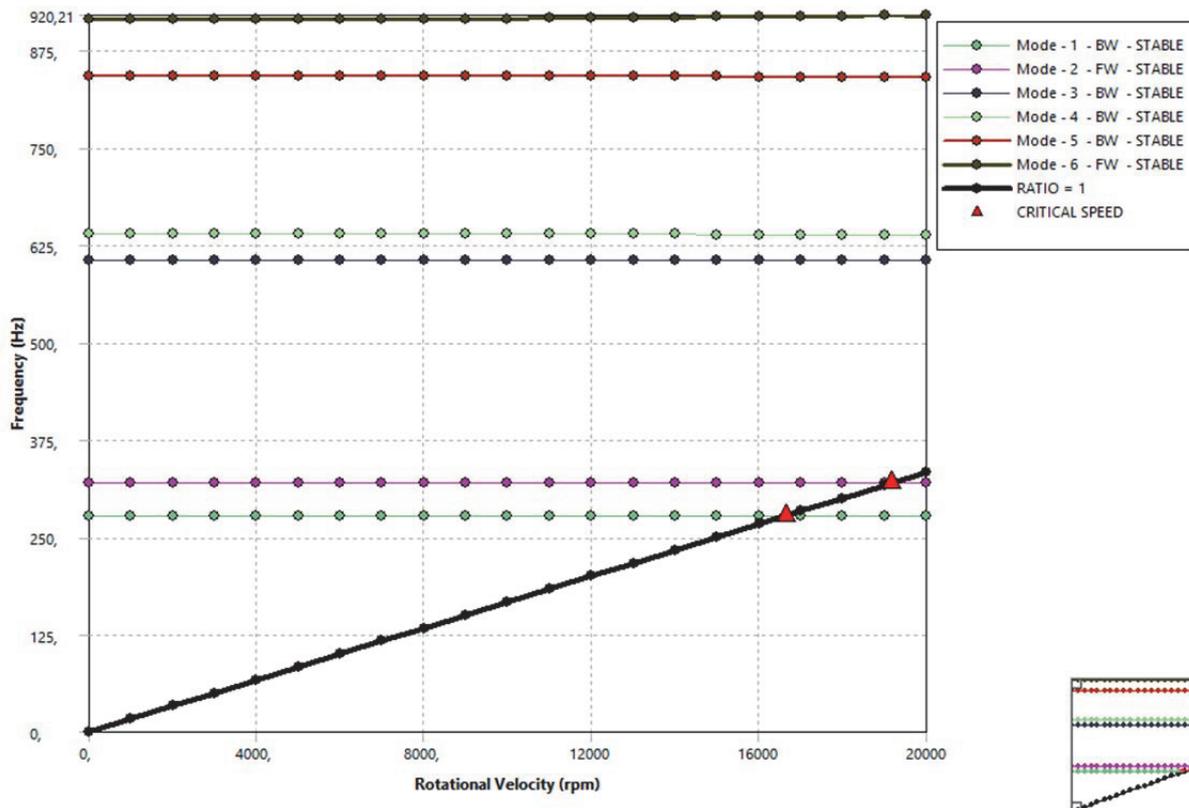


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла для I модели при усредненной жесткости опор

Для четвертой модели ШУ характерны существенные отличия форм колебаний. Первая и вторая формы – это изгибные колебания, характеризующиеся деформацией шпинделя и перемещением переднего конца. Третья собственная форма колебаний аналогична первой форме колебаний для первой, второй и третьей моделей.

Четвертая форма колебаний – крутильная. Пятая форма колебаний совпадает со второй формой, характерной для ранее рассмотренных моделей. Шестая форма – осевые колебания. Таким образом, наличие патрона приводит к появлению новых форм колебаний, что не может не влиять на точностные характеристики станка.

Таблица 1. Собственные частоты различных конструктивных исполнений шпинделя, Гц

Номер собственной частоты	Жесткость передней опоры	I модель	II модель	III модель	IV модель
Первая	Усредненная	277,64	299,36	299,57	254,87
	Повышенная	277,68	299,54	299,78	258,87
	Пониженная	276,82	297,9	297,88	225,87
Диапазон частот		0,86	1,64	1,9	33
Вторая	Усредненная	319,34	363,02	362,79	261,32
	Повышенная	319,8	363,75	363,55	280,6
	Пониженная	318,17	362,33	362,04	246,05
Диапазон частот		1,63	1,42	1,51	34,55
Третья	Усредненная	606,01	609,93	564,15	301,01
	Повышенная	628,56	620,49	574,02	301,02
	Пониженная	568,97	552,48	510,51	300,8
Диапазон частот		59,59	68,01	63,51	0,22
Четвертая	Усредненная	639,97	697,63	678,8	322,39
	Повышенная	642,37	701,92	691,92	340,21
	Пониженная	632,7	623,6	548,92	305,36
Диапазон частот		9,67	78,32	143	34,85
Пятая	Усредненная	842,44	791,58	682,64	363,65
	Повышенная	862,09	835,12	712,23	366,11
	Пониженная	731,53	713,68	611,39	362,29
Диапазон частот		130,56	121,44	100,84	3,82
Шестая	Усредненная	914,45	807,82	693,11	418,32
	Повышенная	922,15	926,21	793,66	425,64
	Пониженная	748,56	716,35	680,42	378,67
Диапазон частот		173,59	209,86	113,24	46,97

Анализ диаграммы Кэмпбелла показал, что для четвертой модели характерно достаточно существенное влияние скорости вращения на величины частот второй, четвертой и пятой форм колебаний. При усредненной жесткости передней опоры вторая собственная частота снижается на 40 Гц, четвертая возрастает на 38 Гц, пятая возрастает на 22 Гц; пониженная жесткость: вторая собственная частота снижается на 48 Гц, четвертая возрастает на 55 Гц, пятая возрастает на 21 Гц; повышенная жесткость: вторая собственная частота снижается на 30 Гц, четвертая возрастает на 19 Гц, пятая возрастает на 22 Гц. Таким образом по сравнению с другими моделями шпиндельного узла наличие патрона привело к появлению нелинейных зависимостей между скоростью вращения шпинделя и величинами собственных частот. Анизотропия жесткости передней опоры также существенно влияет на указанную взаимосвязь, приводя к появлению диапазона изменения величины собственной частоты при изменении оборотов шпинделя.

В таблице 1 представлены значения собственных частот для моделей шпиндельного узла с учетом анизотропии жесткости передней опоры. Анализируя таблицу, можно сделать вывод, что для первых трех моделей ШУ изменение жесткости передней опоры не влияет на величины первой и второй собственных частот, во всех остальных случаях имеет место диапазон собственных частот, вызванный анизотропией жесткости передней опоры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основании проведенных исследований установлено, что конструктивные факторы оказывают существенное влияние на формы колебаний и собственные частоты шпиндельного узла. Из рассмотренных расчетных моделей предпочтение следует отдать моделям, учитывающим технологическую оснастку. В этих моделях наблюдается появление новых форм колебаний, что влияет на точностные характеристики станка. Сравнение динамических характеристик ШУ при возможной обработке в центрах и при использовании патрона показало, что при обработке в центрах на точность будет влиять четвертая собственная частота и форма колебаний, при использовании патрона – первая. Принимая во внимание, что разница между ними более чем в 2,5 раза, то обработка в центрах может вестись при существенно больших скоростях резания.

Изменение жесткости передней опоры в рамках принятого диапазона не влияет на формы колебаний в тех случаях, когда возникают вибрации консольной части заднего конца шпинделя или осевые колебания. Анизотроп-

ные упругие свойства опор приводят к возникновению диапазона собственных частот для каждой формы колебаний, который может составлять до 200 Гц. К появлению диапазона собственных частот приводит также непостоянство упругих характеристик опор шпинделя. Причем, в пределах указанного диапазона собственные частоты изменяются в зависимости от скорости вращения шпинделя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пуш, А.В. Шпиндельные узлы: Качество и надежность / А.В. Пуш. – М.: Машиностроение, 1992. – 288 с. – ISBN 5-217-01254-4.
2. Филипповский, С.В. Колебания роторов на нелинейных опорах / С.В. Филипповский, К.В. Аврамов // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 3. – С.127-132.
3. Козочкин, М.П. Виброакустическая диагностика опор шпинделей станков для высокоскоростной обработки / М.П. Козочкин, Ф.С. Сабиров, Д.Н. Сулосов, А.П. Абрамов // Станки и инструмент. – 2010. – №6. – С. 17-21.
4. Козочкин, М.П. Мониторинг опор шпиндельных узлов / М.П. Козочкин, Ф.С. Сабиров, В.М. Давыдов, В.В. Заев, А.В. Никитенко, Д.Д. Якуба // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2013. – №1(28). – С. 125-132.
5. Денисенко, А.Ф. Анизотропия упругих свойств опоры качения / А.Ф. Денисенко, М.В. Якимов // Фундаментальные проблемы и современные технологии в машиностроении: сб. трудов междунар. науч.-практ. конф., 1-3 июня 2010 / г. Москва – М.: Машиностроение. – 2010. – С. 223-227.
6. Перепелкин, Н.В. Анализ вынужденных форм колебаний однодискового ротора на нелинейно-упругих опорах / Н.В. Перепелкин, Ю.В. Михлин // Механика твердого тела. – 2010. – Вып. 40. – С.221-232.
7. Горбенко, А.Н. О влиянии нелинейности опор ротора на динамику автобалансирующего устройства / А.Н. Горбенко // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – Львов: НУ «Львовская политехника». – 2006. – Вып.40. – С. 63-69.
8. Denisenko, A.F. Dynamics of Spindle Assembly Metal-Cutting Machine Tool with Anisotropic Elastic Support. / A.F. Denisenko, M.V. Yakimov // Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering. ICIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. – 2018. – P. 1647-1655. DOI: 10.1007/978-3-319-95630-5_176.
9. Денисенко, А.Ф. Моделирование опоры качения при конечно-элементном анализе шпиндельных узлов металлорежущих станков / А.Ф. Денисенко, М.В. Якимов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2012. – №3(35). – С.126-132.
10. Бейзельман, Р.Д. Подшипники качения. Справочник. / Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1975, 572 с.
11. Sandvik Coromant. Токарные инструменты. Каталог, 2020, 696 с.
12. Кусяков А.Ш. Технология решения задач модального анализа в системе ANSYS Проблемы механики и управления // Нелинейные динамические системы. – 2008. – № 40. – С. 46-52.

MODAL ANALYSIS OF A SPINDLE ASSEMBLY ON BEARING SUPPORTS WITH ANISOTROPIC ELASTIC CHARACTERISTICS

© 2022 A.F. Denisenko¹, M.V. Yakimov¹, N.B. Krotinov¹, K.R. Borisova²

¹Samara State Technical University, Samara, Russia

²AO «RKTs «Progress», Samara, Russia

The article deals with issues related to the influence of options for the design of the spindle assembly (SA), the anisotropy of the radial rigidity of the bearing supports, as well as the spindle speed on the dynamic quality of the machine. The problem statement is formulated as follows: it is necessary to determine the degree of influence of each of the above parameters on the eigen frequencies and vibration modes of the SA. To identify patterns, numerical finite element modeling was carried out in the ANSYS Workbench environment. Variants of the spindle assembly were considered on the example of four models of the CNC lathe model 16B16T1, which differ in the number of structural elements and their location along the length of the spindle. When modeling, the spindle bearings were represented as solid rings with certain elastic properties, varying which the anisotropy of the stiffness of the bearings was realized. During the numerical experiment, the spindle speed was taken into account in the range from 0 to 20,000 rpm. When analyzing the results, the values of six natural frequencies and modes of vibration were considered for each of the models with a change in the rigidity of the front support; Campbell diagrams were obtained, illustrating the dependence of the dynamic characteristics of the spindle on the rotational speed in the specified range. As a result of the research, it was found that design factors have a significant impact on the vibration modes and natural frequencies of the spindle assembly. The simulation showed that when machining in the centers, the fourth natural frequency and modes of vibration will affect the accuracy, and when using a chuck, the first one. Taking into account the fact that the difference between them is more than 2.5 times, then machining in the centers can be carried out at significantly higher cutting speeds. Changing the stiffness of the front support results in a range of natural frequencies for each waveform, which can be up to 200 Hz. Within the specified range, natural frequencies change depending on the spindle speed.

Key words: spindle assembly, dynamic quality, natural frequencies, vibration modes, rigidity anisotropy, model analysis, Campbell diagram.

DOI: 10.37313/1990-5378-2022-24-3-14-21

REFERENCES

1. *Push, A.V.* Spindle units: Quality and reliability / A.V. Push. – M.: Mashinostroenie, 1992. – 288 p. – ISBN 5-217-01254-4.
2. *Filipkovsky, S.V.* Oscillations of rotors on non-linear supports / S.V. Filipkovsky, K.V. Avramov // *Vestnik dvigatelestroeniya*. - 2009. - No. 3. - P.127-132.
3. *Kozochkin, M.P.* Vibroacoustic diagnostics of machine tool spindle supports for high-speed processing / M.P. Kozochkin, F.S. Sabirov, D.N. Suslov, A.P. Abramov // *Machine tools and tools*. – 2010. – No. 6. – S. 17-21.
4. *Kozochkin, M.P.* Monitoring of supports of spindle units / M.P. Kozochkin, F.S. Sabirov, V.M. Davydov, V.V. Zaev, A.V. Nikitenko, D.D. Yakuba // *Bulletin of the Pacific State University*. – 2013. – No. 1 (28). – S. 125-132.
5. *Denisenko, A.F.* Anisotropy of the elastic properties of the rolling support / A.F. Denisenko, M.V. Yakimov // *Fundamental problems and modern technologies in mechanical engineering: Sat. Proceedings of the International scientific-practical Conf.*, June 1-3, 2010 / Moscow. – M.: Mashinostroenie. – 2010. – S. 223-227.
6. *Perepelkin, N.V.* Analysis of Forced Oscillation Forms of a Single-Disc Rotor on Nonlinear Elastic Supports / N.V. Perepelkin, Yu.V. Mikhlin // *Rigid Body Mechanics*. – 2010. – Issue. 40. – S.221-232.
7. *Gorbenko, A.N.* On the influence of the nonlinearity of the rotor supports on the dynamics of an auto-balancing device / A.N. Gorbenko // *Automation of production processes in mechanical engineering and instrument making*. – Lviv: NU “Lviv Polytechnic”. – 2006. – Issue 40. – S. 63-69.
8. *Denisenko, A.F.* Dynamics of Spindle Assembly Metal-Cutting Machine Tool with Anisotropic Elastic Support. /A.F. Denisenko, M.V. Yakimov // *Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering. ICIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. - 2018. - R. 1647-1655. DOI: 10.1007/978-3-319-95630-5_176.
9. *Denisenko, A.F.* Modeling of the rolling support in the finite element analysis of spindle units of metal-cutting machines / A.F. Denisenko, M.V. Yakimov // *Bulletin of the Samara State Technical University. Ser. Technical science*. – 2012. – No. 3 (35). – P.126-132.
10. *Beizelman R.D.* Rolling bearings. Directory. / B.V. Tsyppin, L.Ya. Perel. – M.: Mashinostroenie, 1975. – 572 p.
11. Sandvik Coromant. Turning tools. Catalogue, 2020, 696 p.
12. *Kusyakov A.Sh.* Technology for solving problems of modal analysis in the ANSYS system Problems of mechanics and control // *Nonlinear dynamic systems*. – 2008. – No. 40. – S. 46-52.

Alexandr Denisenko, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Engineering Alexander Technology, Machine Tools and Tools. E-mail: sammortor@yandex.ru
Mikhail Yakimov, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Engineering Technology, Machine Tools and Tools. E-mail: mikya@yandex.ru
Nikolai Krotinov, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Engineering Technology, Machine Tools and Tools. E-mail: ruslogos@gmail.com
Ksenia Borisova, Design Engineer of AO «RKTs «Progress», Samara. E-mail: ksushkaborisova@yandex.ru