

К ВЫБОРУ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ КОРРЕКТНОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ ТОНКОГО СЛОЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ СЖАТИИ ОБРАЗЦА В ВИДЕ КРУГОВОГО СЕКТОРА

© 2023 Е. А. Яновская

«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 26.05.2023

К классу задач течения относительно тонкого слоя из пластического металла относится большинство практических задач прокатного и кузнечно-штамповочного производства. С той разницей, что при прокатке, вальцовке, ротационной вытяжке и других подобных процессах очаг деформации локализуется, а в процессах штамповки весь объем металла перераспределяется в полости ручья, затекая в различные его элементы, образуя необходимую форму поковки, часто форма является удлиненной и небольшой толщины. Естественно полагать, что для анализа близких по кинематике течения процессов, могут быть использованы одни и те же математические модели, но в разных постановках. В статье обосновывается выбор математической модели для теоретического решения краевой задачи о стесненном сжатии образца в виде кругового сектора по результатам эксперимента. В статье приводятся результаты аналитического исследования краевой задачи о вязкопластическом течении тонкого слоя металла, расположенного между движущимися навстречу друг другу тонкими шероховатыми плитами. Приводятся точные решения, основанные на классической постановке в рамках «идеальной жидкости» и «вязкой жидкости». Описан физический эксперимент, проведенный для оценки влияния осредненных по толщине слоя касательных напряжений на кинематику течения пластического слоя. Сравнение полученных экспериментальных и аналитических результатов моделирования позволяет оценить корректность выбранной математической модели, которая может быть использована для описания течения. При проектировании и внедрении в производство большинства высокопроизводительных технологических процессов обработки материалов давлением требуются не только численные значения технологических параметров, но прогнозирование поведения материала во время нагружения. В настоящее время доступны проблемно-ориентированные программные комплексы на основе численных методов решения, например методом конечных элементов (МКЭ), различных задач механики сплошной среды (МСС). Однако без развития фундаментальных подходов к формулированию, схематизации и аналитическому решению краевых задач, вряд ли было бы возможным создание достоверных математических моделей для современных компьютерных систем. Поэтому дальнейшее развитие теоретических подходов решения краевых задач МСС является актуальным.

Ключевые слова: сжатие кругового сектора, тонкий слой, краевая задача, математическая модель, эксперимент.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-3-140-146

EDN: LMBRXX

Постановка краевой задачи течения тонкого пластического слоя. Рассмотрим классическую постановку задачи течения тонкого слоя с использованием модели «идеальной жидкости» [1]. Дифференциальные уравнения в векторной форме имеют вид [2, 3]:

$$\text{grad}p = -\frac{2\tau_s}{h} \cdot \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|}; \quad (1)$$

$$\text{div}\bar{v} - \frac{d\lambda}{dt} = 0. \quad (2)$$

Статически определяемая система образования динамическими уравнениями Эйлера (1) [1, 4] и условием несжимаемости (2) [5].

Контактное давление на поверхности взаимодействия инструмента и пластического слоя возрастает с наибольшей скоростью, то есть:

$$\text{grad}p = \frac{\partial p}{\partial x}i + \frac{\partial p}{\partial y}j + \frac{\partial p}{\partial z}k, \text{ где } i, j, k - \text{единичный}$$

ортонормированный базис декартовой системы координат.

Определим проекции вектора скорости на единичный ортонормированный базис $\bar{v} = \bar{v}(u, v, w)$, где модуль вектора скорости определяется с помощью стандартной формулы $|\bar{v}| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$, при этом, очевидно, что нормированный вектор скорости имеет вид

$$\frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} = \frac{u}{|\bar{v}|}i + \frac{v}{|\bar{v}|}j + \frac{w}{|\bar{v}|}k;$$

$$\text{div}\bar{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Яновская Елена Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики.
E-mail: elena_yanovskaya@bc.ru

Принимая гипотезу о том, что деформированное состояние сжимаемого слоя является плоским, представим систему уравнений (1) и (2) рассматриваемой краевой задачи, новой системой (3) – (5) [4, 6]:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{2\tau_s}{h} \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{2\tau_s}{h} \cdot \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{d\lambda}{dt} = 0. \quad (5)$$

По определению свободная поверхность пластической области имеет криволинейную границу в виде дуги окружности с известным центральным углом, для удобства перейдем к цилиндрической системе координат. Уравнения связи координат двух систем имеют вид [7]:

$$x = \rho \cos \varphi; y = \rho \sin \varphi; z = z.$$

Давление в цилиндрической системе зависит от 3-х координат $p = p(\rho, \varphi, z)$ и его градиент определяется в соответствии с (6):

$$\text{grad} p = \frac{\partial p}{\partial \rho} \bar{e}_\rho + \frac{\partial p}{\partial \varphi} \bar{e}_\varphi + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{e}_z, \quad (6)$$

где $\bar{e}_\rho, \bar{e}_\varphi, \bar{e}_z$ – единичный ортонормированный базис (полярной системы координат), связанный с единичным ортонормированным базисом i, j, k стандартными соотношениями, известными из линейной алгебры:

$$\bar{e}_\rho = \frac{\partial x}{\partial \rho} i + \frac{\partial y}{\partial \rho} j + \frac{\partial z}{\partial \rho} k; \bar{e}_\varphi = \frac{\partial x}{\partial \varphi} i + \frac{\partial y}{\partial \varphi} j + \frac{\partial z}{\partial \varphi} k; \bar{e}_z = \frac{\partial x}{\partial z} i + \frac{\partial y}{\partial z} j + \frac{\partial z}{\partial z} k. \quad (7)$$

При переходе от декартовой системы координат к цилиндрической системе координат необходимо учесть стандартные преобразования с помощью матрицы Якоби [8]:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} & \frac{\partial y}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial \rho} & \frac{\partial z}{\partial \varphi} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\rho \sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \rho \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Определитель матрицы Якоби – Якобиан, в этом случае $|J| = \rho$. После использования такого стандартного перехода вектор скорости примет вид

$$\bar{v} = \bar{v}(u_\rho, v_\varphi, w_z).$$

В этом случае его дивергенция представляется соотношением

$$\text{div} \bar{v} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho u_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_z}{\partial z},$$

или

$$\text{div} \bar{v} = \frac{1}{\rho} \left(u_\rho \frac{\partial \rho}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_z}{\partial z}.$$

После раскрытия скобок и очевидных преобразований имеем:

$$\text{div} \bar{v} = \frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \frac{u_\rho}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_z}{\partial z}.$$

Условие несжимаемости так же приобретет новый вид:

$$\frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \frac{u_\rho}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial w_z}{\partial z} - \frac{d\lambda}{dt} = 0. \quad (9)$$

Векторное уравнение (6) в явном виде:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} \bar{e}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \bar{e}_\varphi + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{e}_z = -\frac{2\tau_s}{h} \frac{u_\rho \bar{e}_\rho + v_\varphi \bar{e}_\varphi + w_z \bar{e}_z}{\sqrt{u_\rho^2 + v_\varphi^2 + w_z^2}}. \quad (10)$$

Принимая для рассматриваемого течения гипотезу плоского деформированного состояния и осуществив переход к цилиндрической системе координат, перейдем к следующей постановке [6]:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = -\frac{2\tau_s}{h} \frac{u_\rho}{\sqrt{u_\rho^2 + v_\varphi^2}}; \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\frac{2\tau_s}{h} \frac{v_\varphi}{\sqrt{u_\rho^2 + v_\varphi^2}}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial u_\rho}{\partial \rho} + \frac{u_\rho}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{d\lambda}{dt} = 0. \quad (13)$$

Условие (13) описывает условие постоянства объема, записанное в скоростях;

$\lambda = \lambda(t) = \ln \left(\frac{h_0}{h(t)} \right)$ – степень накопленной деформации; h – конечная толщина кругового сектора.

Алгоритм нахождения контактных давлений и силовых параметров для пластической области. Рассмотрим область очага деформации S . Будем считать, что рассматриваемая область имеет вид сектора, ограниченного фиксированным углом 2φ , и фиксированным линейным размером как показано на рис. 1.

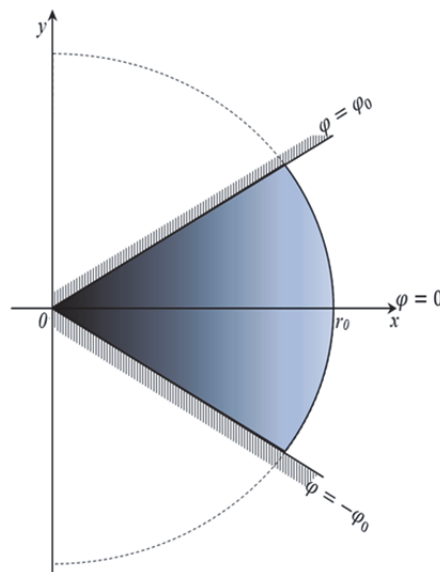


Рис. 1. Схема пластической области S в плоскости $Or\varphi$ в цилиндрической системе координат

Так как рассматриваемая область S симметрична относительно прямой $r = 0$, то можно рассмотреть схему течения металла только в половине области, заданной соотношениями (14)

$$S = \left\{ (r, \varphi) \left| \begin{array}{l} 0 \leq \varphi \leq \varphi_0 \\ 0 \leq r \leq r_0 \end{array} \right. \right. \quad (14)$$

На границе заданной области S компонента скорости очевидно $v_\varphi = 0$ (см. рис. 1) и при подстановке нулевого значения в (11) и (13) уравнения преобразуются к виду уравнений первого порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{2\tau_s}{h}; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0.$$

В результате интегрирования первого уравнения, получим оценку давления на контакте:

$$p = -\frac{2\tau_s}{h}r + C_1; \quad (15)$$

где C_1 – постоянная интегрирования, для нахождения которой используем граничные условия: при $r = r_0, p = 2\tau_s$:

$$2\tau_s = \frac{2\tau_s R r_0}{h} + C_1.$$

Из этого соотношения постоянная интегрирования C_1 :

$$C_1 = 2\tau_s \frac{h+r_0}{h} \quad \text{или} \quad C_1 = 2\tau_s \left(1 + \frac{r_0}{h}\right). \quad (16)$$

Тогда контактное давление в области S .

$$p = -\frac{2\tau_s}{h}r + 2\tau_s \left(1 + \frac{r_0}{h}\right). \quad (17)$$

Если учесть, что значение компоненты скорости $v_\varphi = 0$, то условие несжимаемости (13) будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} - \frac{d\lambda}{dt} = 0. \quad (18)$$

Истинная степень деформации в момент времени деформирования t может быть представлена в виде соотношения (19).

$$\lambda = \lambda(t) = \ln \left(\frac{h_0}{h(t)} \right) = \ln h_0 - \ln h. \quad (19)$$

Если продифференцировать по времени соотношение (19) $\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{1}{h} \frac{dh}{dt}$ и подставить результат в (18), то дифференциальное уравнение, выражающее условие несжимаемости будет иметь вид:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = 0. \quad (20)$$

Для нахождения компоненты радиальной скорости u_r соотношение (20) необходимо проинтегрировать. Полученное уравнение является линейным дифференциальным уравнением первого порядка. Это уравнение можно проинтегрировать с помощью метода вариации произвольных постоянных:

$$\frac{1}{r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_r \right) + \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = 0;$$

$$\frac{\partial(ru_r)}{\partial r} = -r \frac{1}{h} \frac{dh}{dt}.$$

В результате:

$$ru_r = -\frac{r^2}{2} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} + C_2$$

$$u_r = -\frac{r}{2} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} + \frac{C_2}{r}, \quad (21)$$

где C_2 – постоянная интегрирования. Постоянная интегрирования может быть определена из граничных условий: при $r = 0$ скорость $u_r = 0$:

$$0 = -\frac{r_0^2}{2} \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} + C_2; C_2 = 0.$$

Подстановка C_2 в выражение (20) для компоненты скорости приводит к уравнению:

$$u_r = \frac{-r}{2h} \frac{dh}{dt}. \quad (22)$$

Разделим переменным и найдем квадратуры (22):

$$\int u_r dt = \frac{-r}{2} \int \frac{dh}{h}.$$

В результате перемещение можно вычислить по формуле (23):

$$U_r = \frac{-r^2}{2} \ln h + \ln C_3. \quad (23)$$

Найдем постоянную интегрирования C_3 . Для этого воспользуемся граничным условием при $r = 0$ перемещение $U_r = 0$, тогда $\ln C_3 = 0$. При подстановке значения постоянной интегрирования в уравнение для определения радиального перемещения получим $U_r = f(h)$:

$$U_r = \frac{-r^2}{2} \ln h. \quad (24)$$

Сила штамповки в пластической области S в виде кругового сектора:

$$P = 2 \iint_S p r dr d\varphi = 2 \int_0^{r_0} r dr \int_0^{\varphi_0} \left(\frac{2\tau_s}{h} r + 2\tau_s \left(1 + \frac{r_0}{h} \right) \right) d\varphi = \frac{4\tau_s r^2}{3h} (2r + r_0 + h). \quad (25)$$

Таким образом, в рамках общей модели «идеальной жидкости» получено аналитическое решение. На границе $\varphi = \varphi_0$, а также на свободной границе $r = r_0$ это решение удовлетворяет граничным условиям в интегральной форме. Следовательно, по принципу Сен-Венана, полученное решение должно быть справедливо в каждой точке области течения.

Для оценки влияния касательных напряжений, осредненных по толщине реального слоя, на кинематику течения, и, что особенно важно, в непосредственной близости от неподвижных границ, были смоделированы и поставлены лабораторные эксперименты по сжатию между сближающимися жесткими плитами тонкого пластического образца, ограниченного неподвижными стенками и, первоначально имеющего форму кругового сектора. Анализ закономерностей, полученных экспериментально, невозможно корректно описать с помощью модели «идеальной жидкости». В реальных экспериментах невозможно пренебречь касательными напряжениями, как это делается в модели «идеальной жидкости».

Для осуществления серии запланированных экспериментов, была изготовлена сменная штамповая оснастка (рис. 2 а) и пары свинцовых пластин (рис. 2) в форме кругового сектора в плане ($R_0 = 45$ мм; $h_0 = 4$ мм; $\varphi_0 = 22,5^\circ$).

Для проведения лабораторного эксперимента образец из двух составных пластин устанавливался в канале штамповой оснастки. Пластины осаживались так, что с течением времени центральный угол образца оставался неизменным. Пред началом эксперимента координатная сетка в виде концентрических дуг окружностей наносилась на поверхность одной из двух пластин составной заготовки. Дальнейшее исследование искажения координатной сетки проведено с помощью исследовательского комплекса на базе испытательной машины INSTRON с компьютерной регистрацией параметров рассматриваемого процесса осадки.

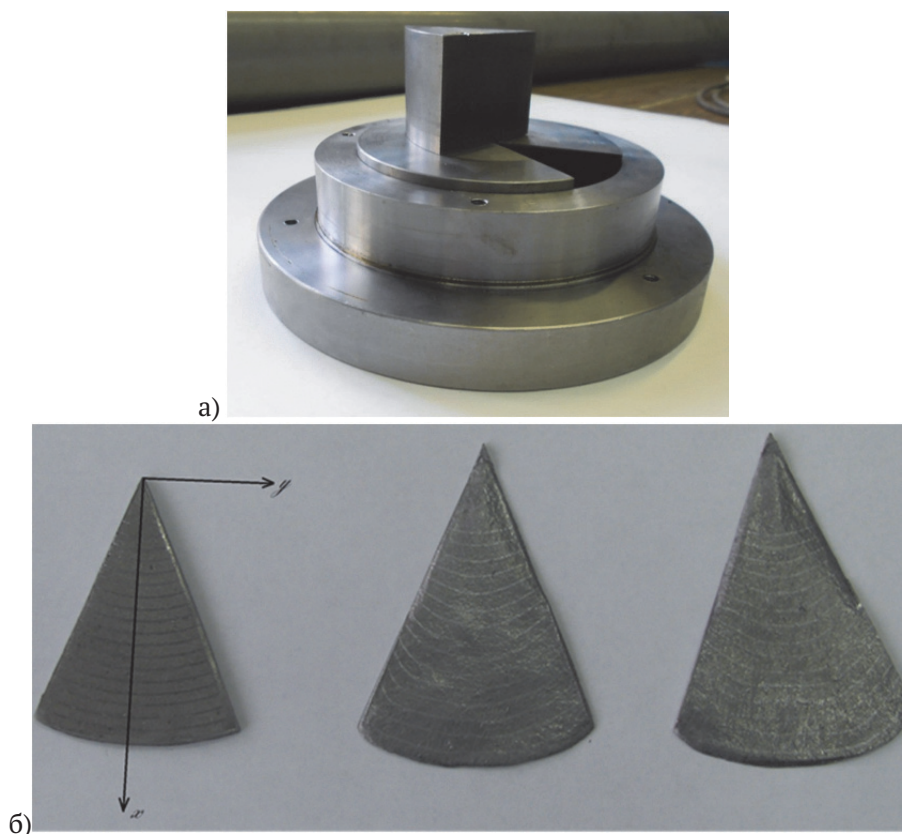


Рис. 2. Экспериментальный штамп и заготовки в форме сектора для анализа особенностей стесненной осадки:

а – детали штампа; б – образцы в исходном и деформированном состояниях с нанесенной координатной сеткой

После сжатия измерялось минимальное значение перемещения $u_b = u$ вблизи неподвижной границы ($\varphi = 22,5^\circ$) и максимальное значение $u_m = u(R; \varphi = 0)$ в средней по ширине точке ($y = 0$) (см. рис. 1). Измерение координат искаженной сетки проведено на инструментальном микроскопе УИМ-21, оснащенный комплексом компьютерной обработки измеряемых характеристик. Далее была определено абсолютное приращение $\Delta u(R) = u_m - u_b$ и относительная величина $\frac{\Delta u}{u_m}$ отклонения перемещения в сечении $R = const$. Полученные данные были занесены в табл. 1.

Таблица 1. Перемещения в сечении $R = const$; $h_1 = 2,32$ мм; $\Delta h_1 = h_0 - h_1 = 1,68$ мм; $\frac{\Delta h}{h_0} = 0,42$; $F = 164$ кН

R	$u_m(R)$	$u_b(R)$	$\Delta u(R) = u_m - u_b$	$\frac{\Delta u}{u_m}$
16,42	0	0,08	-	-
18,53	0,27	0	0,27	-
20,59	0,91	0,15	0,76	0,83
22,35	1,53	0,25	1,28	0,83
24,52	2,58	0,51	2,07	0,80
26,63	3,30	0,65	2,65	0,80
28,50	3,89	1,18	2,70	0,70
30,65	4,71	2,41	2,30	0,49
32,28	5,76	1,93	3,83	0,66
34,53	5,50	2,19	3,31	0,60
36,29	6,50	2,76	3,74	0,57
38,41	6,82	2,73	4,09	0,60
40,41	7,71	4,18	3,53	0,45
42,36	8,41	5,08	3,33	0,39

Анализ результатов экспериментальных исследований, позволяет утверждать, что продольное перемещение частиц вдоль радиусов, выходящих из общего полюса, в процессе осадки в стесненных условиях замедляется, что связано с тесным соприкосновением с неподвижными границами матрицы и является причиной искажения координатной сетки, состоящей первоначально из дуг окружностей при значениях $R = const$. Из полученных результатов экспериментов следует, что рассматриваемые закономерности невозможно корректно описать с помощью модели «идеальной жидкости».

Решение, в предположении равенства нулю касательных напряжений, для которого предполагалось, что первоначально радиальные линии координатной сетки остаются дугами окружностей в процессе течения не согласуется с экспериментальными данными. Полученные экспериментальные результаты с искривлением координатной сетки вблизи неподвижных границ, более коррек-

тно можно описать с помощью модели «вязкой жидкости».

Выводы. Течение металла образцов при переходе в пластическое состояние происходит ожидаемо – по прямым линиям тока, в данном случае по радиусам, выходящим из общего центра-полюса кругового сектора. Радиальные перемещения вблизи неподвижных стенок отстают от перемещений в центре образца, а максимальные перемещения наблюдаются на линии $r = r_0$ при $\varphi=0$, которая совпадает с осью симметрии образца. Полученный результат означает, что при течении в тонком пластическом слое возникают ненулевые касательные напряжения и, соответственно, ненулевые скорости угловых деформаций. При сравнении результатов экспериментов с точным решением краевой задачи в рамках математической модели «идеальной жидкости» выявлено, что они находятся в противоречии. Корректное описание течения удастся выполнить только в рамках общей математической модели «вязкой жидкости».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ильюшин, А.А.* Труды (1946-1966). Т. 2. Пластичность / Составители Е.А. Ильюшина, М.Р. Короткина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 480 с.
2. *Кийко, И.А.* Обобщение задачи Л. Прандтля об осадке полосы на случай сжимаемого материала / И.А. Кийко, В.А. Кадымов // Вестник Московского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Изд-во Моск. ун-та. (М.). – 2003. – № 4. С. 47-52.
3. *Кийко, И.А.* О форме пластического слоя, сжимаемого параллельными плоскостями / И.А. Кийко // Прикладная математика и механика. – 2011. – Т. 75. – Вып. 1. С. 15-26.
4. *Кадымов, В.А.* Контактная задача о несвободном растекании пластического слоя на плоскости: эксперимент и теория / В.А. Кадымов, Е.Н. Сосенушкин, Н.А. Белов // Сб. науч. трудов «Упругость и неупругость». – М.: МГУ, 2016. – С.180–185.
5. *Кадымов, В.А.* Некоторые точные решения эволюционного уравнения растекания пластического слоя на плоскости / В.А. Кадымов, Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская // Вестник Московского ун-та. Сер.1. Математика, механика. –2016. – № 3. – С.61–65.
6. *Сосенушкин, Е.Н.* Механика выдавливания алюминиевого сплава при штамповке поковки с продольными рёбрами / Е.Н. Сосенушкин, В.А. Кадымов, Е.А. Яновская, Т.В. Гуреева // Цветные металлы. – 2019. – № 3. – С.69–75.
7. *Умнов, А. Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учеб. пособие / А.Е. Умнов. – М.: МФТИ, 2011. – 544 с.
8. *Корн, Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров/ Г. Корн, Т. Корн. М.: Наука, 1973. - 834 с.

ON THE CHOICE OF A MATHEMATICAL MODEL FOR THE CORRECT SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE FLOW OF A THIN LAYER OF PLASTIC MATERIAL UNDER COMPRESSION OF A SAMPLE IN THE FORM OF A CIRCULAR SECTOR

© 2023 E. A. Yanovskaya

Moscow State Technological University "STANKIN", Moscow, Russia

The class of flow problems for a relatively thin layer of plastic metal includes most of the practical problems of rolling and forging and stamping production. With the difference that during rolling, rolling, rotary drawing and other similar processes, the deformation zone is localized, and in stamping processes, the entire volume of metal is redistributed in the cavity of the stream, flowing into its various elements, forming the necessary shape of the forging, often the shape is elongated and of small thickness. It is natural to believe that the same mathematical models can be used for the analysis of processes close in kinematics, but in different formulations. The article substantiates the choice of a mathematical model for the theoretical solution of the boundary value problem of constrained compression of a sample in

the form of a circular sector based on the results of the experiment. The article presents the results of an analytical study of the boundary value problem of the viscoplastic flow of a thin layer of metal located between thin rough plates moving towards each other. Exact solutions based on the classical formulation in the framework of an "ideal fluid" and "viscoplastic fluid" are given. A real experiment is described for assessing the effect of shear stresses averaged over the layer thickness on the kinematics of the flow of a plastic layer. Comparison of the obtained experimental and analytical simulation results allows us to evaluate the correctness of the chosen mathematical model, which can be used to describe the flows. When designing and introducing into production most high-performance technological processes for processing materials by pressure, not only the numerical values of technological parameters are required, but also the prediction of the behavior of the material during loading. At present, problem-oriented software systems are available based on numerical methods for solving, for example, the finite element method (FEM), various problems of continuum mechanics (MCS). However, without the development of fundamental approaches to the formulation, schematization and analytical solution of boundary value problems, it would hardly be possible to create reliable mathematical models for modern computer systems. Therefore, the further development of theoretical approaches to solving boundary value problems of the MSS is relevant.

Keywords: compression of a circular sector, thin layer, boundary value problem, mathematical model, experiment.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-3-140-146

EDN: LMBRJX

REFERENCES

1. *Ilyushin, A.A.* Trudy (1946-1966). T. 2. Plastichnost' / Sostaviteli E.A. Ilyushina, M.R. Korotkina. – M.: FIZMATLIT, 2004. – 480 s.
2. *Kijko, I.A.* Obobshchenie zadachi L. Prandtl'ya ob osadke polosy na sluchaj szhimaemogo materiala / I.A. Kijko, V.A. Kadymov // Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 1: Matematika. Mekhanika. Izd-vo Mosk. un-ta. (M.). – 2003. – № 4. S. 47-52.
3. *Kijko, I.A.* O forme plasticheskogo sloya, szhimaemogo parallel'nymi ploskostyami / I.A. Kijko // Prikladnaya matematika i mekhanika. – 2011. – T. 75. – Vyp. 1. S. 15-26.
4. *Kadymov, V.A.* Kontaktnaya zadacha o nesvobodnom rastekanii plasticheskogo sloya na ploskosti: eksperiment i teoriya / V.A. Kadymov, E.N. Sosenushkin, N.A. Belov // Sb. nauch. trudov «Uprugost' i neuprugost'». – M.: MGU, 2016. – S. 180–185.
5. *Kadymov, V.A.* Nekotorye tochnye resheniya evolyucionnogo uravneniya rastekaniya plasticheskogo sloya na ploskosti / V.A. Kadymov, E.N. Sosenushkin, E.A. Yanovskaya // Vestnik Moskovskogo un-ta. Ser.1. Matematika, mekhanika. – 2016. – №3. – S.61–65.
6. *Sosenushkin, E.N.* Mekhanika vydavlivaniya alyuminievogo splava pri shtampovke pokovki s prodol'nymi ryobrami / E.N. Sosenushkin, V.A. Kadymov, E.A. Yanovskaya, T.V. Gureeva // Cvetnye metally. – 2019. – № 3. – S. 69–75.
7. *Umnov, A.E.* Analiticheskaya geometriya i linejnaya algebra: ucheb. posobie / A.E. Umnov. – M.: MFTI, 2011. – 544 s.
8. *Korn, G.* Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov/ G. Korn, T. Korn. M.: Nauka, 1973. – 834 s.

Elena Yanovskaya, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics. E-mail: elena_yanovskaya@bc.ru

Известия Самарского научного центра Российской академии наук
Учредитель: федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук
Журнал зарегистрирован в Роскомнадзоре, свидетельство ПИ № ФС77-61347 от 07.04.2015
Главный редактор: академик РАН Ф.В. Гречников
Том 25, номер 3 (113), 28.06.2023
Индекс: 36622. Распространяется бесплатно
Адрес учредителя и редакции – 443001, Самарская область,
г. Самара, Студенческий пер., 3а. Тел. 8 (846) 340-06-20
Издание не маркируется

Сдано в набор 15.06.2023 г.
Офсетная печать

Подписано к печати 28.06.2023 г.
Усл. печ. л. 16,973 Тираж 200 экз.

Формат бумаги А4
Зак. 40