

УДК 004.942 : 623.526.4

**МЕТОД НЕЛДЕРА-МИДА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ СТВОЛА АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПУШКИ
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК**

© 2023 В.Г. Суфиянов, Д.А. Клюкин, И.Г. Русяк

Ижевский государственный университет имени М.Т. Калашникова, г. Ижевск, Россия

Статья поступила в редакцию 31.07.2023

В работе представлена постановка задачи оптимизации геометрической формы поперечного сечения ствола автоматической пушки на основе взаимосвязанных математических моделей внутренней баллистики и напряженно-деформированного состояния ствола в процессе стрельбы очередями. Исследуются стволы автоматической пушки с классическим поперечным кольцевым сечением и с ребрами жесткости двух типов. Целевая функция задачи оптимизации – минимизация амплитуды поперечных колебаний ствола. Ограничениями в задаче оптимизации являются максимальная масса ствола и минимально допустимая толщина стенок канала ствола, определяемая в соответствии с теорией наибольших деформаций. Управляемыми переменными для ствола с классическим кольцевым сечением являлись внешние диаметры ствола, а для стволов с ребрами жесткости – их геометрические характеристики. Динамика распределения давления внутри ствола определялась из решения задачи внутренней баллистики. Колебания дульного среза определялись на основе решения задачи напряженно-деформированного состояния ствола в одномерной постановке. Поиск оптимальной геометрической формы ствола осуществлялся методом Нелдера-Мида, ограничения учитывались с помощью метода штрафной функции. Показана возможность уменьшения амплитуды колебаний ствола и повышения кучности стрельбе более чем в 2 раза.

Ключевые слова: математическое моделирование, численные методы, колебания ствола, оптимизация, автоматическая пушка, баллистика.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-4-121-131

EDN: RBKFKX

*Исследование выполнено при финансовой поддержке**Программы развития научных и научно-педагогических кадров ИжГТУ имени М.Т. Калашникова***ВВЕДЕНИЕ**

Важной характеристикой автоматических пушек является кучность стрельбы. В работах, посвященных колебаниям ствола, показана значимость влияния начального прогиба и колебаний ствола на точность и кучность стрельбы очередями из автоматической пушки [1-6]. Также из практических исследований известно, что именно прогиб ствола и поперечные колебания оказывают ключевое влияние на точность, при этом крутильными колебаниями можно пренебречь [7]. К основным факторам, вызывающим колебания ствола относят: интенсивный рост

Суфиянов Вадим Гарайханович, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии».

E-mail: vsufly@mail.ru

Клюкин Даниил Анатольевич, аспирант, инженер-программист 1-й категории, ассистент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии».

E-mail: anatoliikljukin@mail.ru

Русяк Иван Григорьевич, академик РАН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информационные технологии».

E-mail: primat@istu.ru

давления, обусловленный сгоранием порохового заряда; взаимодействие снаряда со стволом, а также технологические отклонения линии центров канала ствола, получаемые в процессе изготовления стволов [8, 9].

Автоматические пушки в значительной степени подвержены влиянию колебательных явлений, поскольку в процессе стрельбы очередями ствол не успевает стабилизироваться и выход снарядов из дульного среза происходит в различные фазы колебаний. Это приводит к появлению отклонений от расчетных значений начальных углов вылета и скоростей снаряда, а также моментов силы, действующей на снаряд, что влияет на точность поражения цели. Колебания стволов зависят от множества факторов: толщины, длины и геометрической формы стволов, свойств материалов, нагружения давлением пороховых газов, интенсивности стрельбы и т.д. В этой связи, актуальной задачей является определение положения, скорости и направления движения снаряда в момент его выхода из дульного среза. Эти значения могут быть получены экспериментально или на основе трехмерного моделирования напря-

женно-деформированного состояния ствола и снарядов в процессе выстрела. Экспериментальные исследования требуют значительных затрат на изготовление ствола и его апробацию, основным же недостатком трехмерного моделирования является значительные временные затраты на проведение вычислений. В этой связи, использование верифицированной одномерной математической модели колебаний ствола позволяет значительно уменьшить время расчета [4, 10] и, соответственно, решить задачу оптимизации геометрической формы ствола в приемлемые сроки.

В работе [10] показано, что амплитуда колебаний может быть заметно снижена с помощью применения ребер жесткости, что должно в среднем повысить кучность стрельбы. Однако вопрос об оптимальной форме ствола остается открытым. Целью данной работы является разработка эффективного метода оптимизации геометрической формы ствола для уменьшения амплитуды колебаний и разброса снарядов при стрельбе очередями из автоматической пушки.

1. ОДНОМЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ СТВОЛА

Рассмотрим математическую модель в виде системы уравнений продольно-поперечных колебаний упругого стержня [11]. Ствол представляет собой трубу длины L с переменным поперечным сечением, ось которого будет совпадать с осью координат Ox . Обозначим площадь поперечного сечения $F = F(x)$, а площадь канала ствола – $S = S(x)$. Также предположим, что влиянием поперечных перемещений на продольные можно пренебречь. Запишем уравнение баланса сил, действующих вдоль оси Ox , проходящей через центры поперечных сечений канала ствола [9]:

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\rho F g \sin \varphi - q_1 + \frac{\partial}{\partial x} (F \sigma^{xx}) - p_1 \frac{\partial S}{\partial x}, \quad (1)$$

где $u = u(x, t)$ – продольные перемещения ствола; ρ – плотность ствола; g – ускорение силы тяжести; φ – угол возвышения ствола; $q_1 = q_1(x, t)$ – распределенные внешние силы, действующие в продольном направлении по оси Ox , в том числе, связанные с взаимодействием снаряда со стволом; $p_1 = p_1(x, t)$ – распределение избыточного давления внутри канала ствола:

$$p_1(x, t) = p(x, t) - p_a,$$

в котором $p(x, t)$ – распределение давление газопороховой смеси, получаемое из решения основной задачи внутренней баллистики, а p_a – атмосферное давление; $\sigma^{xx} = \sigma^{xx}(x, t)$ – напряжения, возникающие в продольном направлении, определяемые по формуле:

$$\sigma^{xx} = E \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{F} \int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) df - \frac{\alpha E}{F} \int_F T(x, r, t) df, \quad (2)$$

где E – Модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; α – коэффициент линейного теплового расширения; $T(x, r, t)$ – температура ствола в точке с координатами x и r в момент времени t .

Второе слагаемое в соотношении (2) для стволов кольцевого сечения определяется из решения задачи Ламе [12]:

$$\frac{1}{F} \int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) df = 2p_1 \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad (3)$$

где $r_1 = r_1(x)$ – внутренний радиус ствола; $r_2 = r_2(x)$ – внешний радиус ствола. В общем случае проводится интегрирование численного решения задачи напряженно-деформированного состояния в поперечных сечениях ствола.

Третье слагаемое в соотношении (2) определяется на основе решения уравнения теплопроводности в квазиодномерной постановке в поперечных сечениях.

Начальные условия для дифференциального уравнения (1) имеют вид:

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (4)$$

где $u_0(x)$ – начальное продольное перемещение, определяемое из решения стационарной задачи о прогибе ствола под действием силы тяжести [10].

Граничное условие закрепления на казенном срезе

$$u(0, t) = u_0(0) \quad (5)$$

и условие отсутствия внешних сил на дульном срезе

$$FE \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=L} = 0. \quad (6)$$

Уравнение баланса сил, действующих по оси Oy с учетом технологических отклонений $v_{00} = v_{00}(x)$ линии центра канала ствола и эффекта Бурдона записывается в виде:

$$\rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\rho F g \cos \varphi - q_2 + (F \sigma^{xx} + p_1 S) \frac{\partial^2 (v + v_{00})}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\int_F (\sigma^{yy} + \sigma^{zz}) y df \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha E \int_F T(x, r, t) y df \right). \quad (7)$$

с начальными условиями

$$v(x, 0) = v_0(x), \quad \left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (8)$$

граничными условиями закрепления на казенном срезе

$$v(0, t) = v_0(0), \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (9)$$

и мягкими граничными условиями, соответствующими отсутствию перерезывающей силы и изгибающего момента, на дульном срезе

$$EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=L} = 0, \quad (10)$$

где $v = v(x, t)$ – поперечные перемещения ствола в вертикальной плоскости; $v_0(x)$ – величина начального прогиба в вертикальной плоскости; $q_2 = q_2(x, t)$ – распределенные внешние силы, действующие по оси Oy , в том числе, связанные с взаимодействием снаряда со стволом; $J_z = J_z(x)$ – момент инерции сечения относительно оси Oz .

Аналогично (7) записываются уравнение баланса сил, действующих по оси Oz с учетом технологических отклонений $w_{00} = w_{00}(x)$ линии центра канала ствола:

$$\rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -q_3 + (F\sigma^x + p_1 S) \frac{\partial^2 (w + w_{00})}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\int_f (\sigma^y + \sigma^z) z df \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\alpha E \int_f T(x, r, t) z df \right), \quad (11)$$

с начальными условиями

$$w(x, 0) = w_0(x), \quad \frac{\partial w}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad (12)$$

граничными условиями закрепления на казенном срезе

$$w(0, t) = w_0(0), \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad (13)$$

и граничными условиями на дульном срезе

$$EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(EJ_y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=L} = 0, \quad (14)$$

где $w = w(x, t)$ – поперечные перемещения ствола в горизонтальной плоскости; $w_0(x)$ – величина начального прогиба в горизонтальной плоскости; $q_3 = q_3(x, t)$ – распределенные внешние силы, действующие по оси Oz ; $J_y = J_y(x)$ – момент инерции сечения относительно оси Oy .

Аналитическое решение системы уравнений в частных производных (1), (7) и (11), с соответствующим начальными и граничными условиями вызывает некоторые затруднения, что связано со сложностью этих уравнений и заданием в табличном виде отдельных параметров задачи, таких, например, как геометрия ствола, распределения давления и др. Численное решение краевой задачи продольно-поперечных колебаний ствола было получено на основе разностной аппроксимации представленных выше уравнений интегро-интерполяционным методом [13].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ СТВОЛА

Рассмотрим классическую (цилиндрическую) форму ствола артиллерийского орудия с кольцевым сечением. Поперечное сечение такого ствола представляет собой область, ограниченную двумя окружностями с совмещенным

центром. Внутренние геометрические размеры ствола будем считать неизменными, так как их модификация потребует разработки новых видов боеприпасов и приведет к дополнительным издержкам при производстве. В качестве управляемых переменных для классического ствола выберем внешние диаметры в $N + 1$ сечениях, как показано на рис. 1. Тогда вектор управляемых переменных для классической формы ствола запишем в виде $\mathbf{x} = (D_0, D_1, \dots, D_N)$.

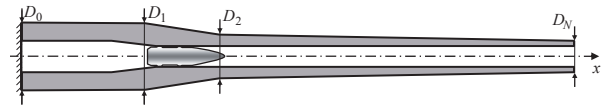


Рис. 1. Продольное сечение ствола с обозначением внешних диаметров на ключевых участках ствола

Наряду со стволом классической формы рассмотрим также стволы с ребрами жесткости двух типов [10], представленными на рис. 2.

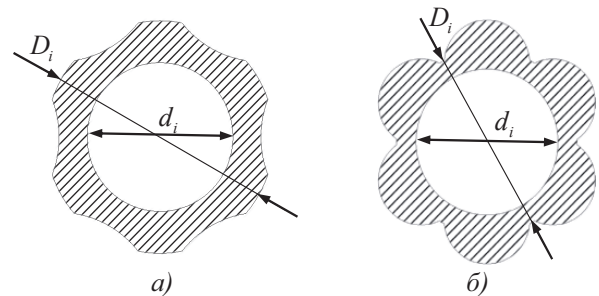


Рис. 2. Поперечные сечения с ребрами жесткости: а) 1-го типа; б) 2-го типа

Для стволов с ребрами жесткости в качестве управляемых переменных помимо внешних диаметров D_i (см. рис. 2) также рассмотрим: $D_{B,i}$ – диаметр вырезаемой (добавляемой) окружности на i -ом поперечном срезе и расстояние от центра канала ствола до центра вырезаемой (добавляемой) окружности $H_{B,i}$, $i = \overline{0, N}$ (рис. 3), тогда, $\mathbf{x} = (D_0, D_1, \dots, D_N, D_{B,0}, D_{B,1}, \dots, D_{B,N}, H_{B,0}, H_{B,1}, \dots, H_{B,N})$.

Сформулируем ограничения задачи оптимизации. Слишком малые внешние диаметры и, следовательно, толщины ствола могут привести к его разрушению. Чтобы определить минимальную допустимую толщину ствола воспользуемся теорией наибольших деформаций [8]. С запасом прочности $k = 1, 2$ наименьшая толщина классического ствола $h_{\min,i}$ в i -ом сечении рассчитывается по формуле:

$$h_{\min,i} = \frac{D_{\min,i} - d_i}{2},$$

$$D_{\min,i} = d_i \sqrt{\frac{1,5\sigma_e + k \cdot p_{\max,i}}{1,5\sigma_e - 2k \cdot p_{\max,i}}}, \quad i = \overline{0, N}, \quad (15)$$

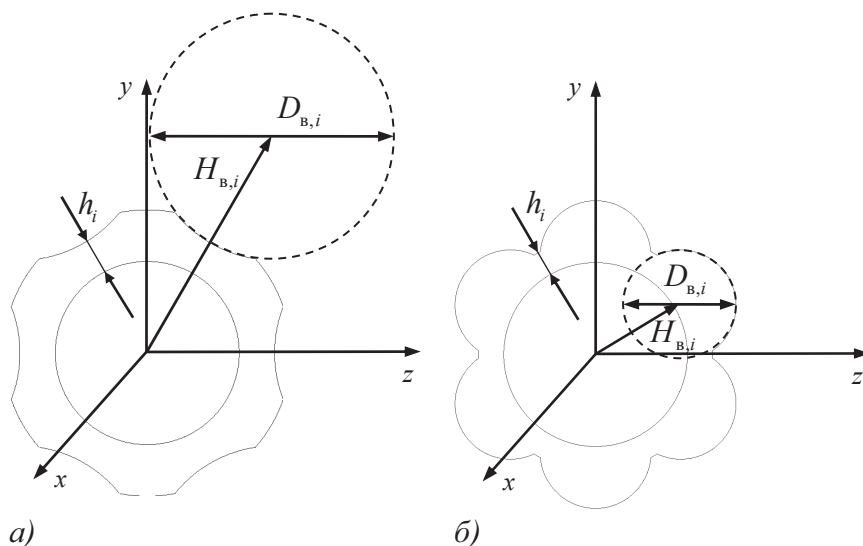


Рис. 3. Определение управляемых переменных для ствола с ребрами жесткости: а) 1-го типа; б) 2-го типа

где d_i – внутренний диаметр в i -ом сечении камеры или ствола; $p_{\max,i}$ – максимальное давление в i -ом сечении; σ_e – предел пропорциональности материала ствола.

Также введем ограничение на массу ствола. Поскольку слишком массивный ствол ухудшает подвижность артиллерийской установки и повышает стоимость производства, поэтому целесообразно ввести максимально допустимую массу ствола m_{\max} .

Тогда система ограничений Γ для задачи оптимизации формы ствола будет следующей:

$$\begin{cases} h_i \geq h_{\min,i}, & i = \overline{0, N}, \\ m \leq m_{\max}, \end{cases} \quad (16)$$

где h_i – толщина ствола в i -ом сечении.

Сформулируем критерий оптимизации. Основной задачей исследования является уменьшение разброса снарядов при стрельбы очередями из автоматической пушки, то есть повышение кучности стрельбы. При этом колебания ствола вносят значительный вклад в начальные условия движения снаряда на внешнебаллистической траектории. Начальное положение, направление и скорость движения снаряда, зависят от колебания ствола, а именно от положения дульного среза в момент выхода снаряда из ствола автоматической пушки. Полагая, что разброс снарядов в среднем снижается с уменьшением амплитуды колебаний дульного среза ствола, в качестве целевой функции оптимизации рассмотрим функцию вида:

$$A = f(\mathbf{x}) = \max_t \left(\sqrt{(v_d(t, \mathbf{x}) - v_0(\mathbf{x}))^2 + (w_d(t, \mathbf{x}) - w_0(\mathbf{x}))^2} \right) \rightarrow \min, \quad (17)$$

где $v_d(t, \mathbf{x})$, $w_d(t, \mathbf{x})$ – перемещения дульного среза в плоскостях Oxy и Oxz соответственно для рассматриваемого вектора \mathbf{x} ; $v_0(\mathbf{x})$, $w_0(\mathbf{x})$ – начальное положение дульного среза в плоскостях

Oxy и Oxz соответственно для рассматриваемого вектора \mathbf{x} .

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ СТВОЛА

При поиске оптимальной формы ствола необходимо учитывать несколько факторов. Во-первых, моделирование процесса выстрела требует больших затрат времени, что делает невозможным применение эвристических алгоритмов оптимизации, таких, как генетический алгоритм, метод роя частиц и др. Во-вторых, информация о виде и градиенте функции неизвестна, что затрудняет применение градиентных методов оптимизации. В-третьих, масса и толщина ствола произвольной формы рассчитывается на основе триангуляции Делоне и зависимость между ними и управляемыми переменными неизвестна, что затрудняет применение методов линейного программирования. Таким образом, для решения рассматриваемой задачи предпочтительнее использовать эффективные методы оптимизации, позволяющие найти решение за малое количество вычислений функции.

В данной работе рассмотрим алгоритм оптимизации Нелдера-Мида [14], в основе которого лежит построение n -мерного симплекса с $n + 1$ вершиной. По результатам сравнения значений функции в вершинах происходит одна из операций: растяжение, сжатие, отражение или редукция (глобальное сжатие) симплекса.

Для учета ограничений воспользуемся методом штрафных функций:

$$\begin{cases} f = f(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in \Gamma, \\ f = f(\mathbf{x}) + F_{\text{ш}}, & \mathbf{x} \notin \Gamma, \end{cases} \quad (18)$$

где $F_{ш}$ – штрафная функция, принимающая достаточно большое значение, которое позволяет исключить выход вектора управляемых параметров за ограничения G . В работе значение штрафной функции принималось равным $F_{ш} = 1\,000\,000$.

Рассмотрим шаги алгоритма оптимизации Нелдера-Мида.

Шаг 1. задается длина ребра L и начальная точка \mathbf{x}_0 , далее строится начальный симплекс:

$$d_1 = \frac{\sqrt{n+1}-1}{n\sqrt{2}}L, \quad d_2 = \frac{\sqrt{n+1}+n-1}{n\sqrt{2}}L, \quad (19)$$

$$\begin{cases} x_{ij} = x_{0j} + d_1, & i \neq j, \\ x_{ij} = x_{0j} + d_2 & i = j, \end{cases} \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{0, n-1},$$

где x_{ij} – значение j -й координаты \mathbf{x}_i . После чего, вычисляются значения функции $f_i = f(\mathbf{x}_i)$ в точках \mathbf{x}_i .

Шаг 2. Определяется точка \mathbf{x}_l с наименьшим значением функции f_l , точка \mathbf{x}_h с наибольшим значением функции f_h и точка \mathbf{x}_g следующим за наибольшим значением функции f_g .

Шаг 3. Вычисляется центр тяжести по точкам без точки \mathbf{x}_h и значение функции $\bar{f} = f(\bar{\mathbf{x}})$:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{n} \sum_{\substack{i=0, \\ i \neq h}}^{n+1} \mathbf{x}_i. \quad (20)$$

Шаг 4. Вычисляются координаты \mathbf{x}_r и значение функции f_r отраженной точки \mathbf{x}_h относительно $\bar{\mathbf{x}}$ в данной точке.

$$\mathbf{x}_r = (1 + C_{отр})\bar{\mathbf{x}} - C_{отр}\mathbf{x}_h, \quad (21)$$

где $C_{отр}$ – коэффициент отражения, как правило, равен 1.

Шаг 5. Если $f_r < f_l$, тогда необходимо растянуть симплекс (рис. 4) в направлении \mathbf{x}_r , для этого необходимо рассчитать координаты точки \mathbf{x}_e и значение функции f_e .

$$\mathbf{x}_e = C_{рас}\mathbf{x}_r + (1 - C_{рас})\bar{\mathbf{x}}, \quad (22)$$

где $C_{рас}$ – коэффициент растяжения, как правило, больше 1.

Шаг 6. Если $f_e < f_l$, тогда точка \mathbf{x}_h заменяется на \mathbf{x}_e , f_h на f_e и проверить условие завершения расчета. Если условие завершения не выполняется, то происходит переход на шаг 2.

Шаг 7. Если $f_g > f_r > f_l$, тогда точка \mathbf{x}_h заменяется на \mathbf{x}_r , f_h на f_r и проверить условие завершения расчета. Если условие завершения не выполняется, то происходит переход на шаг 2.

Шаг 8. Если $f_r > f_l$, $f_r > f_g$ и $f_r < f_h$, тогда точка \mathbf{x}_h заменяется на \mathbf{x}_r , f_h на f_r .

Шаг 9. Проводится сжатие симплекса (рис. 5) и определяется точка \mathbf{x}_c и f_c по формуле:

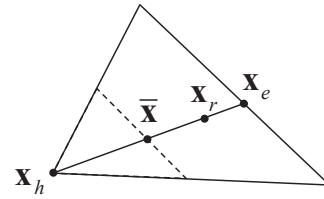


Рис. 4. Растяжение симплекса (в двумерном пространстве)

$$\begin{cases} \mathbf{x}_c = C_{сжат}\mathbf{x}_h + (1 - C_{сжат})\bar{\mathbf{x}}, & f_r > f_h, \\ \mathbf{x}_c = C_{сжат}\mathbf{x}_r + (1 - C_{сжат})\bar{\mathbf{x}}, & f_r \leq f_h, \end{cases} \quad (23)$$

где $C_{сжат}$ – коэффициент сжатия, как правило меньше 1.

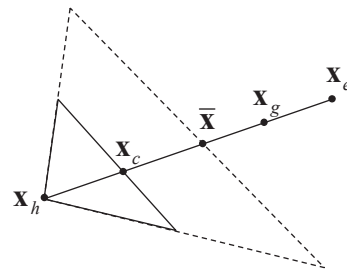


Рис. 5. Сжатие симплекса (в двумерном пространстве)

Шаг 10. Если $f_c < f_l$, тогда точка \mathbf{x}_h заменяется на \mathbf{x}_c , f_h на f_c и проверяется условие завершения. Если условие завершения не выполняется, то происходит переход на шаг 2.

Шаг 11. Проводится редукция симплекса по формуле

$$\mathbf{x}_i = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_l}{2}, \quad i = \overline{0, n}, \quad (24)$$

определяется значение функции f_i и проверяется условие завершения:

$$\sqrt{\sum_{i=0}^n \frac{(f_i - \bar{f})^2}{n+1}} < \varepsilon, \quad (25)$$

где ε – заданная точность расчета; $\bar{f} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n f_i$

– среднее значение функций f_i . Если условие (25) не выполняется, то происходит переход на шаг 2.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРЕЛБЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПУШКИ

В качестве объекта моделирования будем рассматривать 30-мм автоматическую пушку, геометрия которой представлена в таблице 1. Угол возвышения задавался равным $\phi = 20$ градусов, интервал между выстрелами – 182 мс. Свойства материала ствола принимались постоянными: плотность $\rho = 7850$ кг/м³, модуль Юнга $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, ко-

Таблица 1. Геометрия ствола 30-мм автоматической пушки

Координата сечения x , мм	Внутренний диаметр d_i , мм	Внешний диаметр D_i , мм
0	40	125
127	40	125
147	30	86
339	30	71
1000	30	45
2400	30	40

эффицент линейного теплового расширения $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, теплоемкость $c = 567 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$, теплопроводность $\lambda = 32 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$.

Давление и температура пороховых газов определялись на основе решения основной задачи внутренней баллистики [15] в термодинамической постановке [16]. Численное решение задачи внутренней баллистики получено явным методом Рунге-Кутта 4-го порядка. Расчет колебания ствола автоматической пушки с учетом теплового нагружения проводился на основе одномерной математической модели [4, 10]. Численное решение колебаний и теплового нагружения ствола получено интегро-интерполяционным методом [17]. Внешнебаллистическая траектория определяется из решения уравнений движения снаряда [18] с учетом колебания относительно центра масс [19] при начальных условиях, определяемых из решения задачи колебания ствола. Численное решение задачи внешней баллистики получено явным методом Рунге-Кутта 4-го порядка.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ СТВОЛА

В качестве максимальной допустимой массы m_{\max} примем исходную массу классического

ствола $m_0 = m_{\max} = 36 \text{ кг}$. График убывания целевой функции – амплитуды колебаний дульного среза в зависимости от итерации для различных форм ствола представлен на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что через 500 итераций значение целевой функции устанавливается на 254,4 мкм для классического ствола, на 242,1 мкм для ствола 8 ребрами жесткости 1-го типа и на 241,6 мкм для ствола 3 ребрами жесткости 2-го типа.

На рис. 7 представлено сравнение исходной и оптимальной геометрии классического ствола.

Из рис. 7 видно, что у оптимального классического ствола диаметр камеры на 23 мм меньше, чем у исходного ствола, а диаметр в средней части и у дульного среза, наоборот больше на 2,5 – 10 мм.

Отообразим на рис. 8 ствол с 8 ребрами жесткости 1-го типа и ствол с 3 ребрами жесткости 2-го типа, полученные в результате оптимизации.

Результаты оптимизации амплитуды колебаний A и разброса снарядов r_{1500} на расстоянии 1 500 м за счет добавления ребер жесткости представлены в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что применение ребер жесткости 1-го типа дополнительно сокращает амплитуду на 4,8% относительно классического ствола, при этом разброс снарядов сокращается на 15,9%. Применение ребер жесткости 2-го

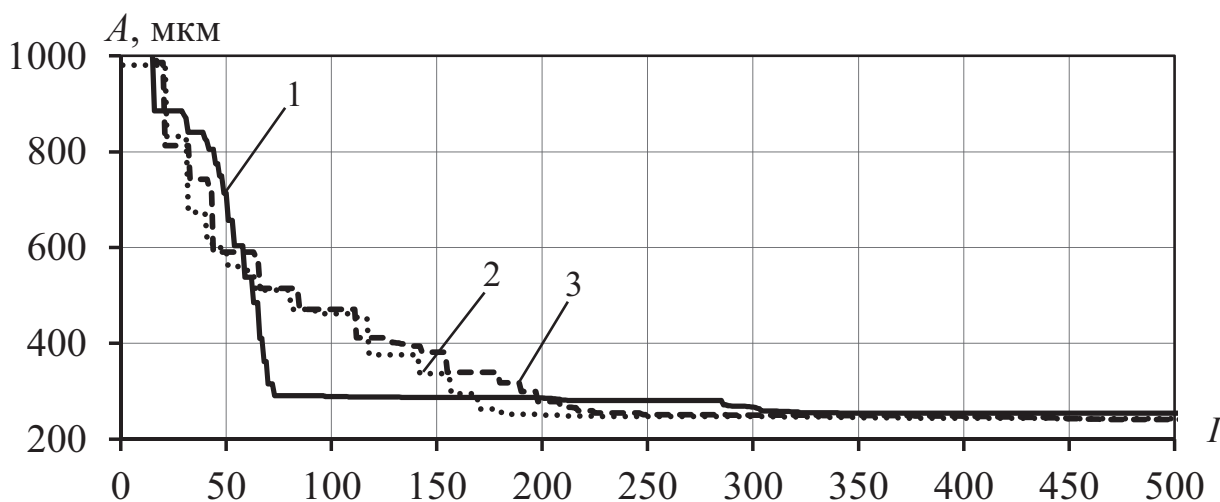


Рис. 6. График убывания целевой функции:
1 – классический ствол; 2 – ствол с 8 ребрами жесткости 1-го типа;
3 – ствол с 3 ребрами жесткости 2-го типа

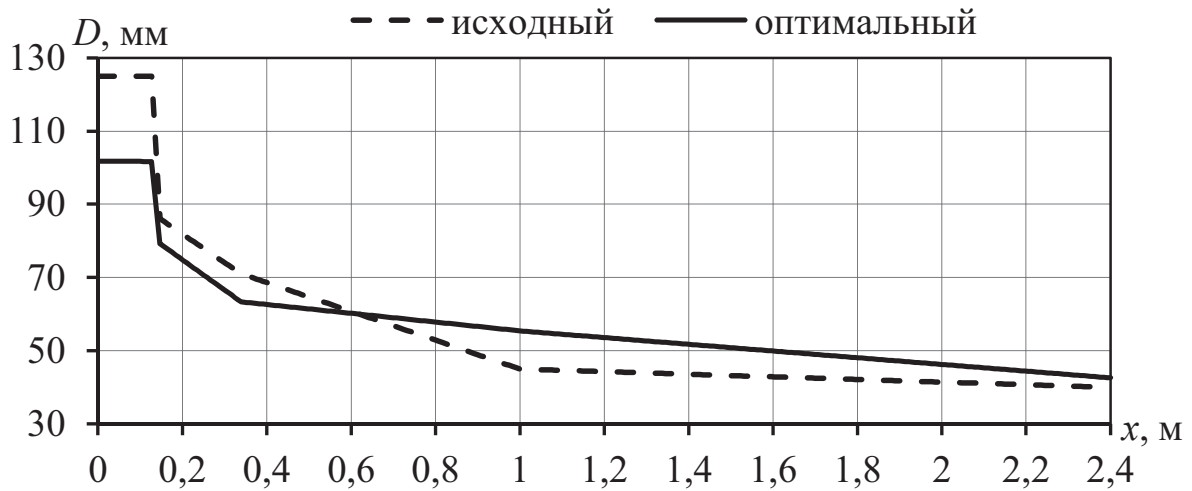


Рис. 7. Сравнение исходной и оптимальной геометрии классического ствола

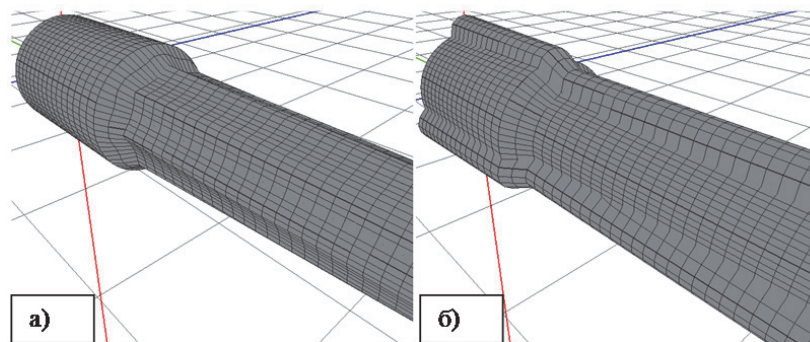


Рис. 8. Оптимальные формы ствола:

а) ствол с 8 ребрами жесткости 1-го типа; б) ствол с 3 ребрами жесткости 2-го типа

типа сокращает амплитуду на 5,0%, при этом разброс снарядов сокращается на 12,1%.

На рис. 9 представлен разброс снарядов при стрельбе на расстоянии 1 500 м для различных стволов.

Как показали расчеты, оптимизация классического ствола позволяет сократить амплитуду колебаний A на 44,4% с 457,8 мкм до 254,4 мкм, при этом разброс снарядов r_{1500} на расстоянии 1 500 м сокращается на 61,2% с 1,102 м до 0,428 м.

Исследуем зависимость амплитуды колебаний и разброса снарядов от допустимой массы $m_{\max} \in [0,75m_0; 1,25m_0]$ оптимизированных классических стволов. Результаты исследования представлены на рис. 10.

Из рис. 10 видно, что амплитуда оптимального классического ствола массой 28 кг равна амплитуде исходного классического ствола массой 36 кг ($A = 457,8$ мкм), т.е. масса ствола может быть снижена на 8 кг (22,2%) без увеличения амплитуды колебаний. При увеличении массы ствола на 0,8 кг (2,2%) амплитуда колебаний становится равной амплитуде колебаний ствола с 8 ребрами жесткости 1-го типа ($A = 242,1$ мкм) (см. таблица 2).

На рис. 11 представлено сравнение геометрии классических стволов различной допустимой массы.

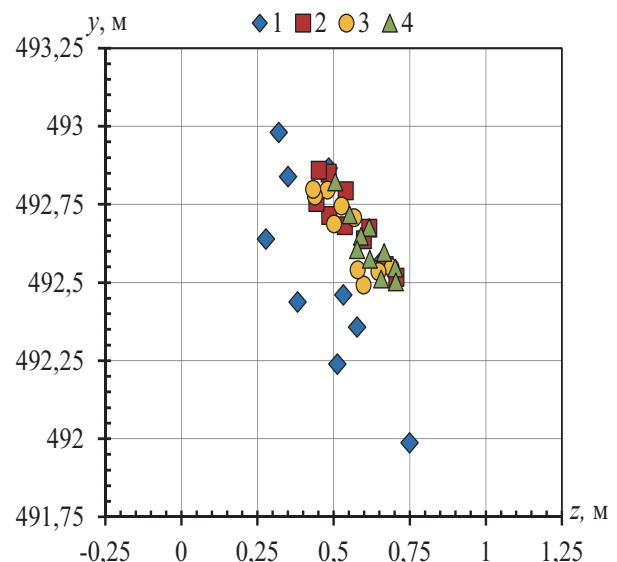


Рис. 9. Разброс снарядов при стрельбе на расстоянии 1 500 м после оптимизации:

- 1 – исходный классический ствол;
- 2 – классический ствол после оптимизации;
- 3 – оптимальный ствол с 8 ребрами жесткости 1-го типа;
- 4 – оптимальный ствол с 3 ребрами жесткости 2-го типа

Таблица 2. Результаты оптимизации амплитуды колебаний за счет ребер жесткости

Количество ребер жесткости	Ребра жесткости 1-го типа		Ребра жесткости 2-го типа	
	A, мкм	r_{1500} , м	A, мкм	r_{1500} , м
3	249,1	0,490	241,6	0,376
4	254,3	0,446	242,8	0,394
5	249,4	0,382	247,8	0,397
6	243,2	0,478	243,1	0,895
7	243,7	0,414	244,2	0,879
8	242,1	0,360	253,6	0,606
9	246,3	0,337	254,2	0,486
10	250,5	0,458	243,8	0,831

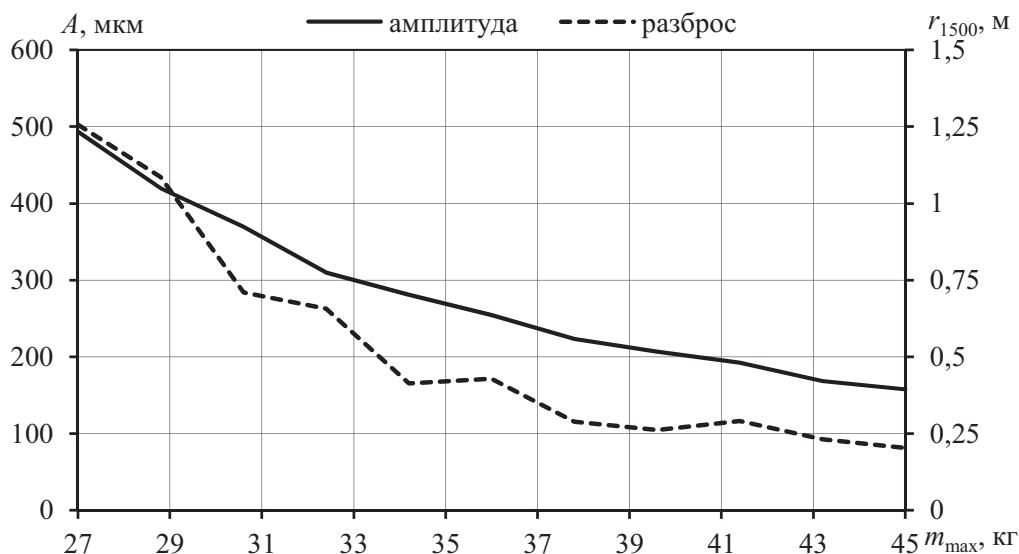


Рис. 10. Зависимость амплитуды колебаний дульного среза классического ствола и разброса снарядов от допустимой массы

Из рис. 11 видно, что при изменении допустимой массы ствола в основном изменяется внешний второй половины ствола, при этом диаметр казенной части остается почти без изменений.

На рис. 12 представлен разброс снарядов при стрельбе на расстоянии 1 500 м для классических стволов различной допустимой массы.

Как показали расчеты, разброс снарядов на расстоянии 1 500 м для оптимального классического ствола массой 28,5 кг равен разбросу снарядов для исходного классического ствола массой 36 кг ($r_{1500} = 1,102$ м), т.е. масса ствола может быть снижена на 7,5 кг (20,8%) без увеличения разброса снарядов. При увеличении мас-

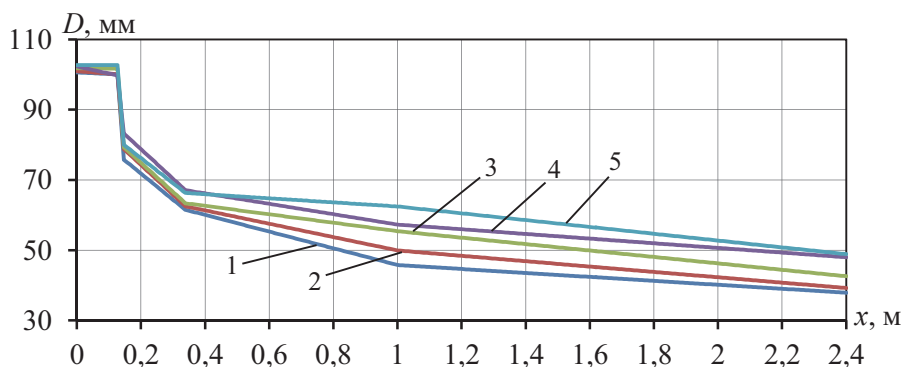


Рис. 11. Сравнение геометрии классических стволов оптимальной формы и различной допустимой массы:
1 – 27 кг; 2 – 30,6 кг; 3 – 36 кг; 4 – 41,4 кг; 5 – 45 кг

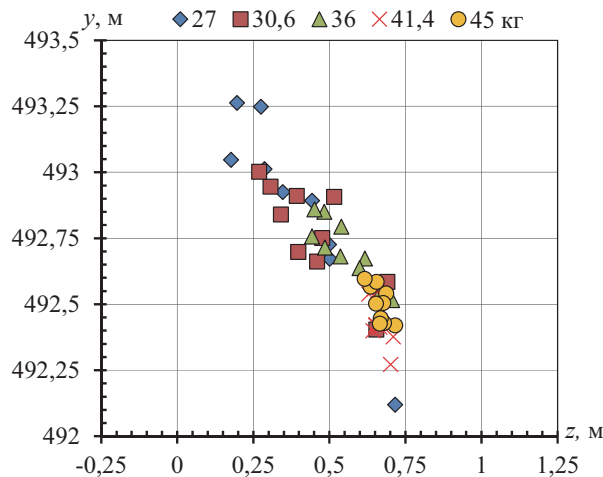


Рис. 12. Разброс снарядов при стрельбе на дальность 1 500 м для оптимальных классических стволов различной допустимой массы

сы ствола на 0,7 кг (1,9%) разброс снарядов становится равным разбросу снарядов для ствола с 8 ребрами жесткости 1-го типа ($r_{1500} = 0,360$ м) (см. таблица 2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен алгоритм многопараметрической безградиентной оптимизации геометрической формы ствола на основе метода Нелдера-Мида и метода штрафной функции с учетом ограничений на толщину стенки и массу ствола. Рассмотрены классическая форма ствола и 2 типа стволов с ребрами жесткости.

В качестве целевой функции была выбрана амплитуда колебаний дульного среза ствола, полученная в результате моделирования очереди из 10 выстрелов из 30-мм автоматической пушки. Силовое и тепловое нагружение ствола определялось из решения задачи внутренней баллистики в термодинамической постановке, колебания ствола моделировались по квазиодномерной математической модели, разброс снарядов определялся из решения задачи внешней баллистики с учетом колебаний ствола. Оптимизация классического ствола позволяет сократить амплитуду колебаний на 44,4% с 457,8 мкм до 254,4 мкм, при этом разброс снарядов на расстоянии 1 500 м сокращается на 61,2% с 1,102 м до 0,428 м.

Получены оптимальные размеры стволов с ребрами жесткости 1 и 2 типов. Показано, что применение ребер жесткости 1-го типа дополнительно сокращает амплитуду на 4,8% относительно классического ствола, при этом разброс снарядов сокращается на 15,9%. Применение ребер жесткости 2-го типа сокращает амплитуду на 5,0%, при этом разброс снарядов сокращается на 12,1%.

Показано, что масса классического ствола может быть снижена на 8 кг (22,2%) без увели-

чения амплитуды колебаний, а при увеличении массы ствола на 0,8 кг (2,2%) амплитуда колебаний становится равной амплитуде колебаний ствола с 8 ребрами жесткости 1-го типа.

Из полученных результатов видно, что выбор геометрии и формы ствола существенно влияет на колебания ствола и разброс снарядов при поражении цели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богомолов, С.Н. Влияние колебаний ствола автоматической пушки на кучность стрельбы / С.Н. Богомолов, Н.Д. Федянин, М.А. Филиппов // Научный резерв. – 2018. – № 1. – С. 13-20.
2. Богомолов, С.Н. Влияние виброколебаний ствола на результаты стрельбы из 30-мм автоматических пушек / С.Н. Богомолов, В.В. Колесов // Сборник материалов III Научно-практической конференции Омского автобронетанкового инженерного института. – 2016. – С. 44-49.
3. Yu Q., Yang G., Sun Q. Dynamics analysis on barrel considering the temporal and spatial distribution of propellant gas by numerical simulation // Journal of Vibroengineering. 20(4). 2018. pp. 1588-1602. DOI: 10.21595/jve.2018.19623.
4. Русяк, И.Г. Исследование влияния упругих деформаций и колебаний ствола на точность стрельбы / И.Г. Русяк, В.Г. Суфиянов, Д.А. Клюкин // Интеллектуальные системы в про-изводстве. – 2020. – С. 98-108. – DOI: 10.22213/2410-9304-2020-4-98-108.
5. Chaturvedi E. Numerical investigation of dynamic interaction with projectile and harmonic behaviour for T-finned machine gun barrels // Defence Technology. 2020. Vol. 16. Issue 2. P. 460-469. doi: 10.1016/j.dt.2019.07.018.
6. Karahan F., Pakdemirli M. Vibration analysis of a beam on a nonlinear elastic foundation // Structural Engineering and Mechanics. Vol. 62. No. 2. 2017. P. 171-178. doi: 10.12989/sem.2017.62.2.171.
7. Благонравов А.А. Основания проектирования автоматического оружия / А.А. Благонравов. – М.: Оборонгиз. – 1940. – 485 с.

8. Орлов, Б.В. Устройство и проектирование стволов артиллерийских орудий: монография / Б.В. Орлов, Э.К. Ларман, В.Г. Маликов. – М.: Машиностроение, 1976. – 432 с.
9. Хоменко, Ю.П. Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах: монография / Ю.П. Хоменко, А.Н. Ищенко, В.З. Касимов. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 256 с.
10. Русяк, И.Г. Одномерная математическая модель колебаний ствола с поперечным сечением произвольной формы / И.Г. Русяк, В.Г. Суфиянов, Д.А. Ключкин // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 80. – С. 133-146. – DOI: 10.17223/19988621/80/12.
11. Работнов, Ю.Н. Сопротивление материалов / Ю.Н. Работнов. – М.: Физматгиз, 1963. – 456 с.
12. Самарский, А.А. Введение в теорию разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1971. – 553 с.
13. Жаркова, Н.В. Прикладные задачи динамики упругих стержней / Н.В. Жаркова, Л.В. Никитин // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2006. – № 6. – С. 80-98.
14. Nelder J.A., Mead R. A simplex method for function minimization // Computer Journal. 1965. vol. 7. p. 308-313. DOI: 10.1093/COMJNL/7.4.308.
15. Серебряков, М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. Третье издание дополненное и переработанное / М.Е. Серебряков. Оборонгиз. – М., 1962. – 703 с.
16. Русяк, И.Г. Моделирование баллистики артиллерийского выстрела с учетом пространственного распределения параметров и противодействия / И.Г. Русяк, В.А. Тененев // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – С. 1123-1147. DOI: <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147>.
17. Самарский, А.А. Численные методы / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
18. Дмитриевский, А.А. Внешняя баллистика: монография / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. М.: Машиностроение. – 2005. – 608 с.
19. Королев, С.А. К вопросу о точности решения прямой задачи внешней баллистики / С.А. Королев, А.М. Липанов, И.Г. Русяк // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2017. – № 47. – С. 63-74.

THE NELDER-MEADE METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF OPTIMIZING THE GEOMETRIC SHAPE OF THE BARREL OF AN AUTOMATIC CANNON TO IMPROVE OSCILLATORY CHARACTERISTICS

© 2023 V.G. Sufyanov, D.A. Kljukin, I.G. Rusyak

Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russia

The paper presents the formulation of the problem of optimizing the shape of the barrel on the basis of mathematical modeling of the firing process from an automatic 30-mm cannon. The work considers both the standard annular section of the trunk and with stiffeners of two types. The oscillation amplitude was chosen as the objective function of the minimization algorithm. The maximum mass of the trunk and the minimum allowable thickness of the trunk, determined in accordance with the theory of the greatest deformations, were chosen as restrictions. For a standard barrel with an annular cross-section, the external diameters of the barrel were controllable, for barrels with stiffeners past the diameters, the distances to the stiffeners and their size were taken into account. The problem of internal ballistics in the thermodynamic formulation was solved to determine the gas-noise parameters inside the barrel. Muzzle vibrations were determined on the basis of solving the problem of the stress-strain state of the barrel in a one-dimensional formulation, taking into account technological irregularities and the interaction of the projectile with the barrel. The search for the optimal shape of the trunk was carried out by the Nelder-Meade method, restrictions were taken into account using the penalty function method. The results of optimizing the shape of the trunk are presented in graphical and tabular form. The scattering of shells for the barrels of the considered cross-sectional shapes is determined. As a result of optimization, it was possible to increase the accuracy of shooting by more than 2 times.

Keywords: mathematical modeling; barrel vibrations; optimization; automatic cannon; ballistics.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-4-121-131

EDN: RBKFKX

REFERENCES

1. Bogomolov, S.N. Vliyanie kolebanij stvola avtomaticheskoy pushki na kuchnost' strel'by / S.N. Bogomolov, N.D. Fedyanin, M.A. Filippov // Nauchnyj rezerv. – 2018. – № 1. – С. 13-20.
2. Bogomolov, S.N. Vliyanie vibrokolebanij stvola na rezul'taty strel'by iz 30-mm avtomaticheskikh pushek / S.N. Bogomolov, V.V. Kolesov // Sbornik materialov III Nauchno-prakticheskoy konferencii Omskogo avtobronetankovogo inzhenernogo instituta. – 2016. – С. 44-49.
3. Yu Q., Yang G., Sun Q. Dynamics analysis on barrel considering the temporal and spatial distribution of propellant gas by numerical simulation // Journal of Vibroengineering. 20(4). 2018. pp. 1588-1602. DOI: 10.21595/jve.2018.19623.
4. Rusyak, I.G. Issledovanie vliyaniya uprugih deformatsij i kolebanij stvola na tochnost' strel'by / I.G. Rusyak, V.G. Sufyanov, D.A. Klyukin // Intellektual'nye

- sistemy v pro-izvodstve. – 2020. – С. 98-108. – DOI: 10.22213/2410-9304-2020-4-98-108.
5. *Chaturvedi E.* Numerical investigation of dynamic interaction with projectile and harmonic behaviour for T-finned machine gun barrels // *Defence Technology*. 2020. Vol. 16. Issue 2. P. 460-469. doi: 10.1016/j.dt.2019.07.018.
 6. *Karahan F., Pakdemirli M.* Vibration analysis of a beam on a nonlinear elastic foundation // *Structural Engineering and Mechanics*. Vol. 62. No. 2. 2017. P. 171-178. doi: 10.12989/sem.2017.62.2.171.
 7. *Blagonravov A.A.* Osnovaniya proektirovaniya avtomaticheskogo oruzhiya / A.A. Blagonravov. – M.: Oborongiz. – 1940. – 485 s.
 8. *Orlov, B.V.* Ustrojstvo i proektirovanie stvolov artillerijskih orudij: monografiya / B.V. Orlov, E.K. Larman, V.G. Malikov. – M.: Mashinostroenie, 1976. – 432 s.
 9. *Homenko, Yu.P.* Matematicheskoe modelirovanie vnutriballisticheskikh processov v stvol'nyh sistemah: monografiya / YU.P. Homenko, A.N. Ishchenko, V.Z. Kasimov. Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 1999. – 256 s.
 10. *Rusyak, I.G.* Odnomernaya matematicheskaya model' kolebanij stvola s poperechnym secheniem proizvol'noj formy / I.G. Rusyak, V.G. Sufiyarov, D.A. Klyukin // *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. – 2022. – № 80. – С. 133-146. – DOI: 10.17223/19988621/80/12.
 11. *Rabotnov, Yu.N.* Soprotivlenie materialov / YU.N. Rabotnov. – M.: Fizmatgiz, 1963. – 456 s.
 12. *Samarskij, A.A.* Vvedenie v teoriyu raznostnyh skhem / A.A. Samarskij. – M.: Nauka, 1971. – 553 s.
 13. *Zharkova, N.V.* Prikladnye zadachi dinamiki uprugih sterzhnej / N.V. Zharkova, L.V. Nikitin // *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. – 2006. – № 6. – С. 80-98.
 14. *Nelder J.A., Mead R.* A simplex method for function minimization // *Computer Journal*. 1965. vol. 7. p. 308-313. DOI: 10.1093/COMJNL/7.4.308.
 15. *Serebryakov, M.E.* Vnutrennyaya ballistika stvol'nyh sistem i porohovyh raket. Tret'e izdanie dopolnennoe i pererabotannoe / M.E. Serebryakov. Oborongiz. – M., 1962. – 703 s.
 16. *Rusyak, I.G.* Modelirovanie ballistiki artillerijskogo vystrela s uchetom prostran-stvennogo raspredeleniya parametrov i protivodavleniya / I.G. Rusyak, V.A. Tenenev // *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie*. – 2020. – С. 1123-1147. DOI: <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147>.
 17. *Samarskij, A.A.* CHislennye metody / A.A. Samarskij. – M.: Nauka. 1989. – 432 s.
 18. *Dmitrievskij, A.A.* Vneshnyaya ballistika: monografiya / A.A. Dmitrievskij, L.N. Lysenko. M.: Mashinostroenie. – 2005. – 608 s.
 19. *Korolev, S.A.* K voprosu o tochnosti resheniya pryamoj zadachi vneshnej ballistiki / S.A. Korolev, A.M. Lipanov, I.G. Rusyak // *Vestnik Tom. gos. un-ta. Matematika i mekhanika*. – 2017. – № 47. – С. 63-74.

Vadim Sufiyarov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies. E-mail: vsufiy@mail.ru
Daniil Klyukin, Graduate Student, Software Engineer of the 1st Category, Assistant Lecturer at the Department of Applied Mathematics and Information Technologies. E-mail: anatoliiklyukin@mail.ru

Ivan Rusyak, Academician of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies. E-mail: primat@istu.ru