

УДК 658.5

РАСЧЕТ ЛЕДОВОЙ НАГРУЗКИ НА ВМЕРЗШИЕ ОТКОСНЫЕ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

© 2023 Д.А. Шарапов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
(национальный исследовательский университет), г. Санкт-Петербург, Россия

Статья поступила в редакцию 01.07.2023

Порты, шельфовые платформы и другие сооружения в районах с арктическими условиями требуют специального проектирования. Ледовая нагрузка является одним из важных факторов при проектировании сооружений в Арктике. Нагрузки на сооружение со стороны льда сильно варьируются в зависимости от многих параметров, включая профиль конструкции. Чтобы уменьшить ледовые нагрузки, многие ученые и инженеры предлагают использовать наклонный профиль конструкции. Наклонный профиль гидротехнической конструкции заставляет лед изгибаться при наползании на откос сооружения, и, следовательно, происходит разрушение льда при меньших давлениях на сооружение. Однако когда лед не движется, ровный лед может примерзнуть к конструкции, и вокруг конструкции может образоваться более толстый лед, называемый ледовым воротником. Это приводит к увеличению нагрузки на сооружение за счет дополнительных сил трения и адгезии льда к сооружению в момент начала движения льда. В работе представлен метод анализа влияния вмерзания сооружения с наклонными гранями в льда на нагрузки со стороны льда на сооружение. Представленная модель учитывает дополнительное утолщение льда у поверхности сооружения (ледовый воротник).

Ключевые слова: Откосные сооружения, ледовые воротники, ледовая нагрузка, Арктика, вмерзание в лед.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-6-98-104

EDN: BLFUKY

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в арктических районах с суровыми условиями реализуется множество проектов, таких как порты, ограждающие сооружения, метеостанции, морские платформы и различные научные объекты. Одним из ключевых факторов для таких сооружений в холодных морях является воздействие льда. Нагрузки от льда могут значительно превышать другие нагрузки и быть первостепенным фактором при проектировании. Совершенствование нормативных документов для таких конструкций все еще находится в активной фазе. Десятилетие назад оценки ледовых нагрузок от разных экспертов могли различаться в десятки раз [1]. Такая разница в оценки нагрузок от льда, с одной стороны, может привести к завышению нагрузок и, следовательно, к повышенным экономическим затратам, а с другой стороны, это может привести к проблемам безопасности и рискам для окружающей среды. В настоящее время все еще существуют неопределенные моменты в определении ледовых воздействий [2]. Одним из факторов, приводящих к увеличению ледовой нагрузки, является вмерзание конструкции

в лед. Вмерзание часто происходит с образованием ледовых воротников, то есть утолщения льда вокруг сооружения. Ледяной воротник – лед на поверхности сооружения, который толще окружающего ровного льда, данный лед образуется из-за дополнительной теплопередачи через стенку сооружения. Важным условием образования ледового воротника также является отсутствие значительных колебаний уровня воды в период смерзания льда с сооружением [3]. Пример ледового воротника представлен на рисунке 1.



Рис. 1. Ледовый воротник на наклонной пластине

Шарапов Дмитрий Андреевич, кандидат наук, доцент Высшей школы гидротехнического и энергетического строительства. E-mail: sharapov.dm@gmail.com

ISO-19906 [4], указывает на необходимость учета подобных явлений. Из нормативных доку-

ментов [4], [5], [6], [7], [8], [9] только [5], [9] (ранее [8]) содержат информацию о том, что при замерзании льда следует учитывать дополнительные коэффициенты. Однако представленной информации недостаточно. Некоторые ученые рассматривают аналогичную задачу для случая приливов, в этом случае на вертикальных поверхностях образуются ледовые бочки [10]. Целью работы является разработка метода оценки нагрузок на вмёрзшие в лед наклонные сооружения при образовании ледовых воротников. Для анализа этой задачи используется математический аппарат из нормативных документов и численное моделирование.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введена упрощенная модель для оценки влияния обмерзания наклонных поверхностей на нагрузки от льда. Модель включает в себя погруженную в воду неподвижную стальную жесткую стенку сооружения. Стена наклонена на угол β от горизонтальной поверхности (рисунок 2). Такие стенки могут использоваться для нефтедобывающих платформ на арктическом шельфе, чтобы снизить нагрузку от движущегося ровного льда [11]. Причалные стенки в портах, однако, должны быть вертикальными, но также часто изготавливаются из стального шпунта [12]. Рассматривается холодный период, температура над поверхностью воды ниже точки замерзания, и поэтому на поверхности начинает образовываться лед. Стенки сооружений обычно изготавливаются из стали (например шпунтовые) или бетона и поэтому обладают большей теплопроводностью, чем окружающий лед или вода. Поэтому часть тепловой энергии, поступающей из-под поверхности воды, проходит через конструкцию, и лед, который образуется вблизи конструкции, толще, чем окружающий ровный лед. Этот толстый слой льда вокруг

сооружения называется “ледовым воротником”. Ледовые воротники на вертикальных конструкциях рассматривались в работах [13], [3], [14]. Некоторое перемещение ровного льда возможно из-за ветра, течений или других воздействий внешней среды. Когда лед движется к наклонной конструкции, при контакте с конструкцией лед разрушается, изгибаясь, наполняя наклон. Разрушение из-за изгиба обычно предпочтительнее, поскольку оно уменьшает нагрузки на конструкцию по сравнению с разрушением из-за сжатия льда. Однако, ледяные наросты могут увеличить площадь контакта конструкции со льдом, и, следовательно, дополнительное трение и адгезия могут препятствовать изгибу льда и, следовательно, приводить к увеличению нагрузок на конструкцию.

Классическая оценка ледовых нагрузок на наклонную конструкцию без учета вмёрзания, описана в ряде работ, в том числе в известных нормативных документах: [8], [9], [4]. Рекомендации из упомянутых документов основаны на расчетной схеме, представленной на рисунке 3.

Нагрузки от движущегося ровного льда на наклонную конструкцию могут быть рассчитаны с помощью следующих уравнений [8], [9]:

$$F_h = 0,1 \cdot R_f \cdot b \cdot h_d \cdot \text{tg}(\beta), \text{MPa}, \quad (1)$$

$$F_v = F_h \cdot \text{ctg}(\beta), \text{MPa}, \quad (2)$$

где F_h – горизонтальная нагрузка, МПа; F_v – вертикальная нагрузка, МПа;

R_f – прочность льда на изгиб, МПа. R_f может быть оценен с помощью следующего уравнения:

$$R_f = 0,4(C_b + D_b), \quad (3)$$

где C_b и D_b – средние значения предела прочности льда при одноосном сжатии рассматриваемого слоя льда, МПа. Эти значения описаны в приложении 4 к [8];

h_d – толщина ровного льда, м. СНиП [8] рекомендует использовать коэффициент – 1,5 для вмёрзших в лед конструкций;

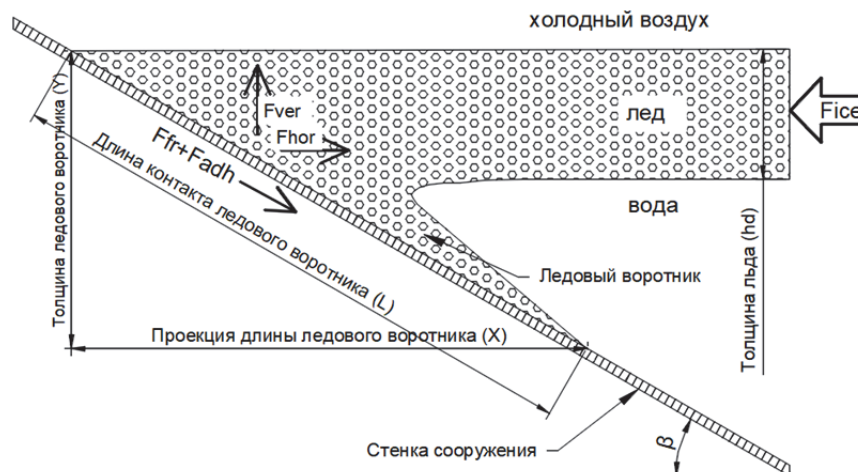


Рис. 2. Схема постановки задачи

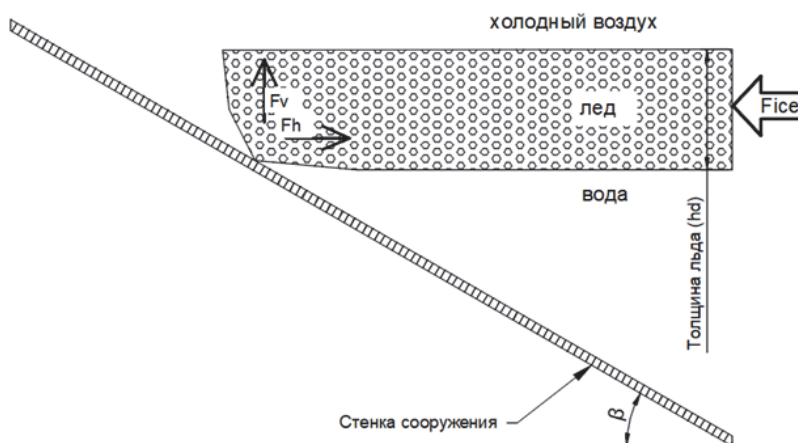


Рис. 3. Схема нагрузок от ровного льда на наклонную конструкцию

b – горизонтальная ширина (сечения конструкции) на высоте взаимодействия, м.

β – угол наклона.

СНиП [8] предлагает уравнение для вертикальных стенок при вмерзании конструкции в лед, однако, в этом случае, может произойти некоторое завышение нагрузок. Уравнения (1), (2) могут быть использованы для линейного наклонного сечения конструкции (рис.3). Следующее издание [8] содержало пересмотренные уравнения [9], однако для учета эффекта замораживания можно рассмотреть упрощенные уравнения. В СП 38.13330.2018 [9] рассматриваются уравнения, которые предполагают перемещение ровного льда и скопление обломков льда, что не подходит для оценки нагрузок, когда сооружение вмерзает в лед.

Когда на поверхности конструкции образуется дополнительный лед, площадь контакта льда со структурой увеличивается и, следовательно, увеличиваются нагрузки трения-сцепления. Увеличение трения-сцепления приводит к увеличению нагрузки на конструкцию в начальный момент, когда лед начинает двигаться. Размер дополнительного ледяного образования (ледяной горловины) влияет на нагрузки и, следовательно, должен быть оценен. Оценка размера ледяного воротника может быть выполнена численно [14], [15]. Схема ледяного образования на наклонной стенке сооружения представлена на рисунке 2. Дополнительные силы трения и сцепления на поверхности наклонной конструкции удерживают лед, прилипающий к конструкции, в то время как нагрузка на конструкцию увеличивается. Проект наклонной стенки предполагает, что, лед должен двигаться и ломаться, из-

гибаясь на склоне. Если лед не движется из-за трения и адгезии, то нагрузки на лед могут значительно увеличиться.

Оценка нагрузок трения и сцепления на поверхности контакта льда с конструкцией может быть выполнена, если известна поверхность (форма ледяного воротника) и коэффициенты трения и сцепления. Некоторые коэффициенты трения и адгезии льда о различные материалы представлены в таблице 1.

Оценка ледовых нагрузок с учетом трения и сцепления льда со стенкой может быть основана на уравнениях из [8]. Дополнительные силы могут быть введены в качестве поправки к основному уравнению. Оценка трения и адгезии представлена в уравнениях 4, 5. Оценка общей горизонтальной нагрузки на конструкцию после введения сил сцепления и трения представлена в уравнении 6.

$$F_{fr} = F_h \cdot \cos(\beta) \cdot K_{fr}, \quad (4)$$

где F_{fr} – горизонтальная нагрузка от ровного льда.

$$F_{fr} + F_{adh} = F_h \cdot \cos(\beta) \cdot K_{fr} + K_{adh} \cdot S_{area}, \quad (5)$$

где S_{area} – площадь контакта сооружения со льдом.

Общая нагрузка на вмерзшую конструкцию может быть рассчитана после введения нагрузок трения и сцепления в уравнение 1 и представлена в уравнении 6.

$$F_{h,adfrozen} = 0,1 \cdot R_f \cdot b \cdot h_d \cdot tg(\beta) + 0,1 \cdot R_f \cdot b \cdot h_d \cdot tg(\beta) \cdot \cos(\beta) \cdot K_{fr} + K_{adh} \cdot S_{area}. \quad (6)$$

Для оценки площади контакта предлагается использовать термодинамический расчет. Оценка размера ледяного воротника может быть вы-

Таблица 1. Коэффициенты трения и адгезии льда

Материал	Коэффициент трения, K_{fr}	Адгезия, K_{adh} , кПа
лед-лед	0,02(0°C) - 0,05 (20°C)	
лед-сталь	0,025	840

полнена с помощью численных методов. Предполагается использовать термодинамический метод. Для рассматриваемой задачи может быть использован 2D-разрез наклонной конструкции. Для расчета также принимается схема, рассматриваемая ранее (рисунок 2). Вертикальные и горизонтальные размеры моделируемой области определяются из условия отсутствия их влияния на результат. Принимается теплоизоляция на левой и правой границах модели (7).

$$-n \cdot (-k\nabla T) = 0, \quad (7)$$

где n – нормаль к границе модели,

k – коэффициент теплопроводности,

T – температура в рассматриваемой точке объема;

Предполагается, что на дне рассматриваемого объема температура близка к точке замерзания воды. Для морской воды температура замерзания составляет около $-1,75$ °С. Более подробная модель, включающая солевой рассол в толще льда, была описана в работе [16]. В верхней части модели предполагается, что воздух имеет заданную отрицательную температуру, при которой происходит вмерзание. Процесс вмерзания является термодинамическим процессом, поскольку рост льда зависит от времени. Для упрощения, время и температура могут быть описаны одним параметром – МГД [4]. На верхней границе используется медленное повышение температуры на первых этапах расчета, чтобы избежать ошибок в расчетах МКЭ. Начальная температура воздуха равна начальной температуре модели [17].

Теплопередача в рассматриваемой модели описывается уравнением теплопередачи (8).

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - l \frac{dm}{dt} = \rho c \frac{dT}{dt}, \quad (8)$$

где z – вертикальная ось, перпендикулярная поверхности уровня льда; k – коэффициент теплопроводности материала; T – температура; l – теплота образования материала; m – координата нижней кромки льда по оси z (если поверхность уровня льда равна нулю); ρ – плотность материала; c – теплоемкость материала.

Коэффициенты среды зависят от пространственной точки и температуры. Для водной области теплота образования льда вводится с помощью дельта-функции Дирака (δ) [18]. Дель-

та-функция принимает ненулевые значения, когда температура близка к точке замерзания. Общая площадь под графиком дельта-функции Дирака равна нулю [19]. Граничное условие, описывающее движение льда на границе лед-вода, является классическим условием из задачи Стефана [20] и представлено в уравнении (9).

$$\rho L \frac{dh}{dt} = -k \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (9)$$

где h – толщина льда; k – коэффициент теплопроводности льда; L – теплота образования льда; ρ – плотность льда.

Использование аналогичной модели для расчета было реализовано Марченко А.В при расчете консолидации торосов в работе [18]. Штруб-Кляйн использовала аналогичный метод расчета в своей работе для проверки распределения экспериментальных данных [21]. В работе [14] авторы утверждают, что рассчитанные с помощью этого термодинамического метода толщины льда хорошо коррелируют с экспериментальными данными. Для оценки площади контакта сооружения с ледяным воротником была проведена серия расчетов. Была использована вышеописанная модель. Расчет проводился в зависимости от МГД для различных углов наклона стенки сооружения β . Коэффициенты для термодинамического расчета представлены в таблице 2 [22].

Результаты расчета представлены на рисунках 4, 5.

Как видно из рисунков 4, 5 относительные размеры ледяного воротника не зависят от угла наклона. Объем льда в ледовом воротнике существенно не зависит от угла наклона. Однако угол наклона влияет на положение ледового воротника.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Лед начинает примерзать к сооружениям, когда температура окружающей среды опускается ниже точки замерзания. Примерзание ровного льда к сооружению является важным фактором при проектировании наклонных сооружений в арктических районах и районах с сезонным ледяным покровом. Откосы спроектированы таким образом, чтобы уменьшить воздействие льда; однако, если лед примерзнет, то нагрузки от ровного льда могут увеличиться. Большие нагрузки являются результатом дополнительных сил трения и сцепления на большей площади контакта сооружения со льдом.

Таблица 2. Коэффициенты для термодинамических расчетов

Материал	Плотность, кг/м ³	Теплопроводность, Вт/м*С	Теплоемкость, Дж/кг*С
Пресная вода	1000	0,58	4132,5
Морская вода	1020	0,58	4132,5
Лед	910	2,24	2090
Сталь	7850	44,5	475

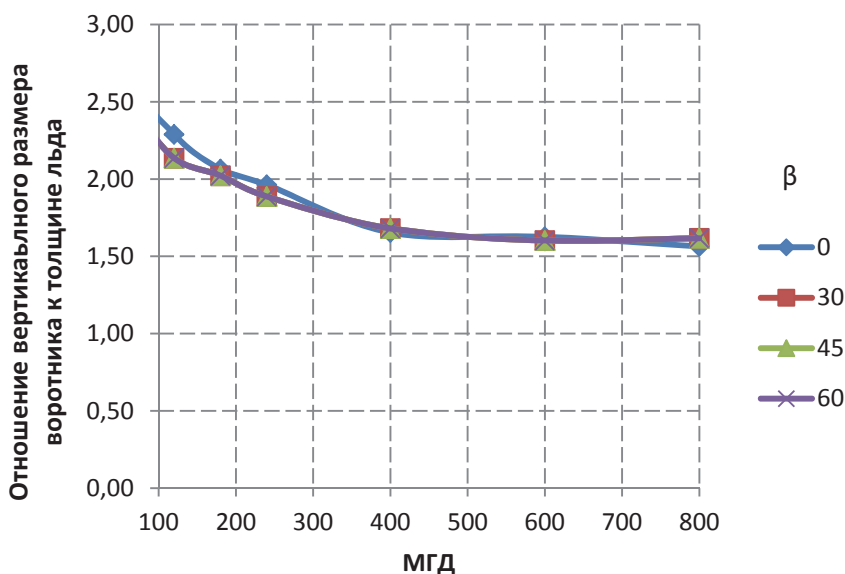


Рис. 4. Относительный размер вертикальной манжеты в зависимости от МГД для различных углов наклона (β)

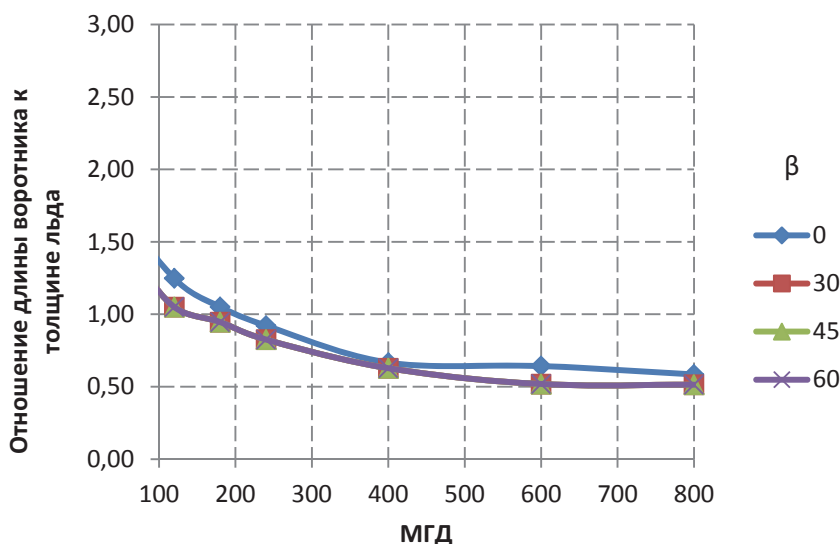


Рис. 5. Относительная длина хомута в зависимости от МГД для различных углов наклона (β)

При расчетах размеров дополнительного льда при вморзании, может быть введен единый параметр «МГД», учитывающий время и температуру [4]. Для термодинамического анализа можно использовать классическую задачу Стефана. Возможно использовать численное моделирование и метод конечных элементов, чтобы рассчитать обмерзание для особенной геометрии конструкции. Для линейных протяженных сооружений можно использовать двумерные модели. Для простых профилей конструкций, размеры дополнительного намерзаемого льда можно оценить, используя рекомендации, приведенные в [23] с учетом поправок на угол β (рис. 4, 5). Угол β , играет важную роль для наклонного профиля конструкции. Относительные размеры ледяных воротников существенно не изменяются при различном угле β . Однако ледовый воротник наклоняется на этот угол, и это влияет на

силы трения и сцепления. Сила трения уменьшается с уменьшением угла из-за меньшего нормального усилия со стороны поверхности сооружения. Сила сцепления в основном зависит от площади контакта с поверхностью; следовательно, большее значение МГД приводит к большему размеру ледового воротника и большей силе сцепления. Для уменьшения адгезии можно использовать различные покрытия или нагрев. Достаточно разрушить только контакт, чтобы устранить силу сцепления.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Проект выполняется при поддержке Минобрнауки России, «Исследование статистических закономерностей ледовых нагрузок на инженерные сооружения и разработка нового метода их вероятностного моделирования (FSEG-2020-0021)»

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Timco G. W., Croasdale K. R.* How Well Can We Predict Ice Loads // Proceedings of the 18th IAHR International Symposium on Ice. – 2006. – С. 167-174.
2. *Frederking R.* Comparison of Standards for Predicting Ice Forces on Arctic Offshore Structures // Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. Vladivostok, Russia, October 3-5. – 2012.
3. *Sharapov D., Shkhinek K., DelValls T. Á.* Ice collars, development and effects // Ocean Engineering. – 2016. – Т. 115. – С. 189-195.
4. DS/ISO 19906-2019 Petroleum and natural gas industries – Arctic offshore structures. International Organization for Standardization, 2010.
5. ВСН-41.88 Проектирование ледостойких стационарных платформ. – Москва: Миннефтепром, 1988.
6. API-RP-2N Recommended practice for planning, designing, and constructing structures and pipelines for arctic conditions. American Petroleum Institute, 1995.
7. РМРС НД NO 2-020201-015. Правила классификации, постройки и оборудования плавучих буровых установок и морских стационарных платформ. – С.-Пб.: Российский морской регистр судоходства, 2018.
8. СНиП-2.06.04-89* Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов). – М.: Госстрой СССР, 1995.
9. СП 38.13330.2018 Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов). – М.: Минрегион России, 2018.
10. *Loiset S., Marchenko A.* Field studies and numerical simulations of ice bustles on vertical piles // Cold Regions Science and Technology. – 2009. – Т. 58, № 1-2. – С. 15-28.
11. *Шарапов, Д.А.* Устойчивость каменной наброски к подвижкам льда методом КЭ / Д.А. Шарапов, А.С. Сумцова // Гидротехническое строительство. – 2023. – Т. 2. – С. 2-7.
12. *Crawford R. J., Byfield M. P.* A numerical model for predicting the bending strength of Larssen steel sheet piles // Journal of Constructional Steel Research. – 2002. – Т. 58, № 10. – С. 1361-1374.
13. *Шарапов, Д.А.* Термодинамическая модель ледового воротника в гидротехническом строительстве / Д.А. Шарапов, Ю.С. Клочков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2023. – Т. 25. – № 3 (113). – С. 107-113.
14. *Sharapov D., Shkhinek K.* Numerical calculation of the ice grow and empirical calculation results // Advanced Materials Research, Proceedings of 3rd International Conference on Materials and Products Manufacturing Technology (ICMPMT 2013), September 25-26, Changsha, China. – 2013.
15. *McGuinness M.* Modelling Sea Ice Growth // Anziam Journal. – 2009. – Т. 50, № 3. – С. 306-319.
16. *Herut B., Starinsky A., Katz A., Bein A.* The role of seawater freezing in the formation of subsurface brines // Geochimica et Cosmochimica Acta. – 1990. – Т. 54. – С. 13-21.
17. *Ushio S., Nishi K., Ueda J.* Numerical errors in impurity transport calculations through the boundary of finite-area cells, and a new practical model to reduce such errors // Solid-State Electronics. – 1990. – Т. 33, № 1. – С. 69-73.
18. *Marchenko A.* Thermodynamic consolidation and melting of sea ice ridges // Cold Regions Science and Technology. – 2008. – Т. 52, № 3. – С. 278-301.
19. *Ram P. K.* The Dirac Delta Function and Delta Sequences // Mathematics in Science and Engineering / Ram P. K. Elsevier, 1983. – С. 1-19.
20. *Stefan J.* Uber die theorie der eisbildung, insbesondere uber die eisbildung in polarmeere // Ann. Phys. – 1981. – Т. 42 (2). – С. 269-186.
21. *Strub-Klein L., Høyland K. V.* Spatial and temporal distributions of level ice properties: Experiments and thermo-mechanical analysis // Cold Regions Science and Technology. – 2012. – Т. 71, № 0. – С. 11-22.
22. Actions from Ice on Arctic Offshore and coastal Structures: Student's Book for Institutes of Higher Education. / Loiset S., Shkhinek K., Gudmestad O. T., Høyland K. – St. Petersburg: Publisher "LAN", 2006.
23. *Sharapov D., Shkhinek K.* A method to determine the horizontal ice loads on the vertical steel structures which adfreeze to the ice level // Coastal Engineering. – 2014. – Т. 88, № 0. – С. 69-74.

ICE LOAD ON SLOPED STRUCTURE FROZEN IN ICE

© 2023 D.A. Sharapov

St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great
(National Research University), St. Petersburg, Russia

Ports, offshore platforms and other structures in areas with arctic conditions require special design. Ice loading is one of the important factors in the design of structures in the Arctic. Ice loads on a structure vary greatly depending on many parameters, including the profile of the structure. To reduce ice loads, many scientists and engineers propose to use an inclined profile of the structure. The inclined profile of the hydraulic structure causes the ice to bend when it creeps onto the slope of the structure, and, consequently, ice breaks at lower pressures on the structure. However, when the ice is not moving, ice can freeze to the structure and thicker ice, called an ice collar, can form around the structure. This leads to an increase in the load on the structure due to additional friction forces and ice adhesion to the structure at the moment the ice begins to move. The paper presents a method for analyzing the effect of freezing of a structure with inclined edges in ice on the loads from the side of ice on the structure. The presented model takes into account the additional thickening of ice at the surface of the structure (ice collar).

Keywords: Slope structure, ice collars, ice load, Arctic, freeze in ice.

DOI: 10.37313/1990-5378-2023-25-6-98-104

EDN: BLFUKY

REFERENCES

1. *Timco G. W., Croasdale K. R.* How Well Can We Predict Ice Loads // Proceedings of the 18th IAHR International Symposium on Ice. – 2006. – C. 167-174.
2. *Frederking R.* Comparison of Standards for Predicting Ice Forces on Arctic Offshore Structures // Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. Vladivostok, Russia, October 3-5. – 2012.
3. *Sharapov D., Shkhinek K., DelValls T. Á.* Ice collars, development and effects // Ocean Engineering. – 2016. – T. 115. – C. 189-195.
4. DS/ISO 19906-2019 Petroleum and natural gas industries – Arctic offshore structures. International Organization for Standardization, 2010.
5. VSN-41.88 Proektirovanie ledostojkih stacionarnyh platform. – M.: Minnefteprom, 1988.
6. API-RP-2N Recommended practice for planning, designing, and constructing structures and pipelines for arctic conditions. American Petroleum Institute, 1995.
7. RMRS ND NO 2-020201-015. Pravila klassifikacii, postrojki i oborudovaniya plavuchih burovnyh ustanovok i morskikh stacionarnyh platform. – S-Pb: Rossijskij morskij registr sudohodstva, 2018.
8. SNiP-2.06.04-89* Nagruzki i vozdejstviya na gidrotekhnicheskie sooruzheniya (volnovye, ledovye i ot sudov). – M.: Gosstroj SSSR, 1995.
9. SP 38.13330.2018 Nagruzki i vozdejstviya na gidrotekhnicheskie sooruzheniya (volnovye, ledovye i ot sudov). – M.: Minregion Rossii, 2018.
10. *Loset S., Marchenko A.* Field studies and numerical simulations of ice bustles on vertical piles // Cold Regions Science and Technology. – 2009. – T. 58. – № 1-2. – C. 15-28.
11. *Sharapov, D.A.* Ustojchivost' kamennoj nabroski k podvizhkom l'da metodom KE / D.A. Sharapov, A.S. Sumcova // Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo. – 2023. – T. 2. – C. 2-7.
12. *Crawford R. J., Byfield M. P.* A numerical model for predicting the bending strength of Larssen steel sheet piles // Journal of Constructional Steel Research. – 2002. – T. 58. – № 10. – C. 1361-1374.
13. *Sharapov, D.A.* Termodinamicheskaya model' ledovogo vorotnika v gidrotekhnicheskome stroitel'stve / D.A. Sharapov, Yu.S. Klochkov // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk. – 2023. – T. 25. – № 3(113). – C. 107-113.
14. *Sharapov D., Shkhinek K.* Numerical calculation of the ice grow and empirical calculation results // Advanced Materials Research, Proceedings of 3rd International Conference on Materials and Products Manufacturing Technology (ICMPMT 2013), September 25-26, Changsha, China. – 2013.
15. *McGuinness M.* Modelling Sea Ice Growth // Anziam Journal. – 2009. – T. 50, № 3. – C. 306-319.
16. *Herut B., Starinsky A., Katz A., Bein A.* The role of seawater freezing in the formation of subsurface brines // Geochimica et Cosmochimica Acta. – 1990. – T. 54. – C. 13-21.
17. *Ushio S., Nishi K., Ueda J.* Numerical errors in impurity transport calculations through the boundary of finite-area cells, and a new practical model to reduce such errors // Solid-State Electronics. – 1990. – T. 33, № 1. – C. 69-73.
18. *Marchenko A.* Thermodynamic consolidation and melting of sea ice ridges // Cold Regions Science and Technology. – 2008. – T. 52, № 3. – C. 278-301.
19. *Ram P.K.* The Dirac Delta Function and Delta Sequences // Mathematics in Science and Engineering / Ram P. K. Elsevier, 1983. – C. 1-19.
20. *Stefan J.* Uber die theorie der eisbildung, insbesondere uber die eisbildung in polarmeere // Ann. Phys. – 1981. – T. 42 (2). – C. 269-186.
21. *Strub-Klein L., Hoyland K. V.* Spatial and temporal distributions of level ice properties: Experiments and thermo-mechanical analysis // Cold Regions Science and Technology. – 2012. – T. 71, № 10. – C. 11-22.
22. Actions from Ice on Arctic Offshore and coastal Structures: Student's Book for Institutes of Higher Education. / Loset S., Shkhinek K., Gudmestad O. T., Hoyland K. – St. Petersburg: Publisher "LAN", 2006.
23. *Sharapov D., Shkhinek K.* A method to determine the horizontal ice loads on the vertical steel structures which adfreeze to the ice level // Coastal Engineering. – 2014. – T. 88. – № 10. – C. 69-74.