УДК 629.78:681.51

НАВЕДЕНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ СПУТНИКА ПРИ ОТКАЗАХ В КЛАСТЕРЕ РЕАКТИВНЫХ МАХОВИКОВ

© 2024 С.Е. Сомов^{1,2}, Т.Е. Сомова², С.А. Бутырин^{1,2}, Е.И. Сомов^{1,2}

¹ Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук, г. Самара, Россия ² Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 01.04.2024

Рассматриваются динамические процессы управления ориентацией спутника землеобзора при отказах в избыточном кластере реактивных маховиков и его реконфигурации. Кратко приводятся разработанные алгоритмы наведения и цифрового управления, а также результаты компьютерной имитации, демонстрирующие их эффективность.

Ключевые слова: космический аппарат, наведение и управление ориентацией, кластер маховиков, отказ маховика.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-2-121-130 EDN: UGBACM

ВВЕДЕНИЕ

Для управления ориентацией космических аппаратов (КА) применяются электромеханические приводы – реактивные маховики и силовые гироскопы. Двигатели-маховики (ДМ) традиционно используются в системах управления ориентацией (СУО) малых КА, а также крупногабаритных информационных спутников, когда КА не совершает быстрых поворотных манёвров и основное требование к кластеру электроприводов состоит в обеспечении необходимой области вариации вектора его кинетического момента (КМ).

Здесь наиболее популярны минимально избыточные схемы на основе четырех ДМ: схема *NASA*, рис. 1*a*, где оси вращения трех *основных* ДМ направлены вдоль осей канонической систе-

Сергей Евгеньевич Сомов, научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. E-mail s_somov@mail.ru Татьяна Евгеньевна Сомова, научный сотрудник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГ-ТУ. E-mail te somova@mail.ru

Сергей Анфимович Бутырин, старший научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник лаборатории «Моделирования систем управления» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. Е-mail butyrinsa@mail.ru Евгений Иванович Сомов, ведущий научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН; начальник отдела «Навигации, наведения и управления движением» НИИ Проблем надежности механических систем СамГТУ. Е-mail е_somov@mail.ru мы координат $O x_c^g y_c^g z_c^g$, фиксированной в связанной с корпусом КА системе координат (ССК) *Охуг*, а четвертый *резервный* ДМ – по пространственной биссектрисе между этими осями, и схема *General Electric* (*GE*), где оси вращения четырех ДМ расположены симметрично вдоль образующих линий кругового конуса с углом полу-раствора γ , рис.1*b*.



Рис. 1. Схемы кластеров *NASA* (*a*) и *GE* (*b*)

Применение кластера ДМ по схеме *NASA* реализуется следующим образом: в начале миссии КА работают три основных ДМ; при выходе из строя любого такого ДМ активируется четвертый резервный ДМ и кластер продолжает работать, но с уменьшенной областью вариации вектора его кинетического момента.

Кластер ДМ по схеме *GE* используется подругому: в начале миссии КА работают все четыре ДМ; при отказе любого ДМ кластер остаётся работоспособным, но также с уменьшенной областью вариации вектора его КМ.

Проектирование кластера ДМ обычно выполняется сразу для двух конфигураций – стандартной (штатной), когда работоспособны все четыре ДМ, и резервной – при отказе любого одного ДМ. В статье [1] выполнено сравнение кластеров ДМ указанных типов по размеру областей вариации векторов их КМ и управляющего момента (УМ) в этих конфигурациях, установлены преимущества схемы *GE* – «выигрыш» более 63% в штатной конфигурации и 16 % при отказе любого одного ДМ, а также одинаковые ограничения на максимальные значения КМ для всех четырех ДМ.

В статье рассматриваются динамические процессы управления ориентацией спутника землеобзора при отказе любого одного маховика в кластере ДМ по схеме *GE*. Кратко представляются разработанные алгоритмы наведения и управления, в том числе с реконфигурацией кластера ДМ при отказах, а также результаты компьютерной имитации, демонстрирующие их эффективность.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ

Используются модель углового движения корпуса КА в виде твердого тела, который совершает пространственное угловое движение с помощью кластера ДМ по схеме *GE*, рис. 1b. Применяются инерциальная система координат (ИСК), символы {·} = col(·), [·] = line(·), (·)^t, [·×] и °, [~] для векторов, матриц и кватернионов, а также обозначения $S_{\alpha} \equiv \sin \alpha$, $C_{\alpha} \equiv \cos \alpha$. Вводятся орбитальная система координат (ОСК) $Ox^{\circ}y^{\circ}z^{\circ}$ и углы ориентации ССК относительно ОСК по крену ϕ_1 , рысканию ϕ_2 и тангажу ϕ_3 , которые используются в матрицах элементарных поворотов $[\phi_i]_i$ в последовательности 312 с индексами осей $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3 \equiv x, y, z$.

В ИСК угловое движение КА определяется кватернионом Λ , векторами угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_i\}$ и ускорения $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_i\}$ $i = 1 \div 3$. Применяется также вектор модифицированных параметров Родрига (МПР) $\boldsymbol{\sigma} = \{\boldsymbol{\sigma}_i\} = \mathbf{e} \operatorname{tg}(\Phi/4)$ с традиционными обозначениями орта оси Эйлера \mathbf{e} и угла Φ собственного поворота. Вектор σ связан с кватернионом Λ явными прямыми и обратными соотношениями. Модель углового движения КА с тензором инерции **J** имеет вид

$$\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}/2; \begin{bmatrix} \mathbf{J} & J_r \mathbf{A} \\ J_r \mathbf{A}^{\mathrm{t}} & J_r \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{\boldsymbol{\omega}} \\ \mathbf{F}^{\boldsymbol{\Omega}} \end{bmatrix}, \quad (1)$$
$$\mathbf{F}^{\boldsymbol{\omega}} = -[\boldsymbol{\omega} \times] \mathbf{G} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{d}}; \quad \mathbf{F}^{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^{\mathrm{f}};$$
$$\mathbf{\Omega} = \{\mathbf{\Omega}_p\}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}; \quad a = C_{\gamma}; \quad b = S_{\gamma};$$
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_4 = [\mathbf{a}_p] = \begin{bmatrix} a & a & a & a \\ b & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & -b \end{bmatrix}.$$

Здесь столбец Ω составлен из скоростей вращения ДМ, вектор G представляет суммарный КМ электромеханической системы, а столбцы $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$ и $\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_n\}, p = 1 \div 4, h_p = J_r \Omega_p - \kappa u$ нетические моменты кластера и отдельных ДМ с одинаковым осевым моментом инерции J_r , эти КМ связаны соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{h}$ с матрицей ${f A}$ в виде строки ортов ${f a}_p$ осей вращения ДМ в ССК; вектор механического момента магнитного привода (МП) $\mathbf{M}^{m} = \{m_{i}^{m}\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{B}$, где вектор электромагнитного момента $\mathbf{L} = \{l_i\}$ с ограниченными компонентами $|l_i| \le 1^m$ и вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B} = \mathbf{b} \mathbf{B} \mathbf{c}$ ортом **b** определены в ССК; столбцы $\mathbf{m} = \{\mathbf{m}_n\}$ и $\mathbf{m}^{\mathrm{f}} = \{\mathbf{m}_{p}^{\mathrm{f}}\}$ представляют управляющие моменты и моменты сил сухого трения по осям вращения ДМ, а вектор **М**^d – внешние возмущающие моменты. Ресурсы ДМ по кинетическому и управляющему моментам ограничены:

 $|\mathsf{m}_p(t)| \le \mathsf{m}^{\mathsf{m}}, |\mathsf{h}_p(t)| \le \mathsf{h}^{\mathsf{m}}, p = 1 \div 4.$

Вектор $\mathbf{M} = \mathbf{M}^r$ УМ кластера ДМ формируется в виде $\mathbf{M} = -\mathbf{H'} = -\mathbf{Ah}$, где $(\cdot)'$ – символ локальной производной по времени. При использовании таких обозначений векторные уравнения динамики КА в (1) представляются в компактном виде

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{M} + \mathbf{F}^{\omega}; J_{r}\mathbf{A}^{\mathrm{t}}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^{\mathrm{f}}.$$
 (2)

где $\mathbf{m}_{p}^{f} = \mathbf{m}_{o}^{f} \operatorname{sgn} \Omega_{p}$ с модулем \mathbf{m}_{o}^{f} . При обозначениях

$$a_{p} = \mathbf{m}_{p} / J_{r}, \ a_{p}^{\mathrm{f}} = \mathbf{m}_{p}^{\mathrm{f}} / J_{r}, \ p = 1 \div 4;$$
$$\mathbf{a}^{\varepsilon} \equiv \{a_{p}^{\varepsilon}\} = \mathbf{A}_{4}^{\mathrm{t}} \dot{\boldsymbol{\omega}}, \ \mathbf{a} \equiv \{a_{p}\}_{\mathrm{M}} \ \mathbf{a}^{\mathrm{f}} \equiv \{a_{p}^{\mathrm{f}}\}$$

векторная модель динамики кластера ДМ представляется в нормированном виде для ускорений (accelerations) как $\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \overline{\boldsymbol{a}} - \boldsymbol{a}^{\mathrm{f}}$, где $\overline{\boldsymbol{a}} = \{\overline{a}_n\} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{a}^{\varepsilon}$.

Пусть для простоты система координат $Ox_c^g y_c^g z_c^g$ (рис. 1) совпадает с ССК Oxyz, оси которой совмещены с главными центральны-

ми осями тензора инерции $\mathbf{J} = \operatorname{diag}(\mathbf{J}_i)$. Если при отсутствии внешних возмущающих моментов СУО спутника сбалансирована по вектору суммарного КМ с условием $\mathbf{G} = \mathbf{0}$, то модель динамики углового движения КА принимает простейший вид $\dot{\mathbf{\omega}} = \boldsymbol{\epsilon}$ с вектором углового ускорения $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}$, а модель углового движения КА – кинематическое представление

 $\dot{\mathbf{\Lambda}}(t) = \mathbf{\Lambda}(t) \circ \mathbf{\omega}(t)/2$; $\dot{\mathbf{\omega}}(t) = \mathbf{\epsilon}(t)$; $\mathbf{\epsilon}'(t) = \mathbf{v}$. (3) Здесь модули векторов $\mathbf{\omega}(t)$, $\mathbf{\epsilon}(t)$ и $\mathbf{\epsilon}'(t)$ ограничены, $|\mathbf{\omega}(t)| \leq \overline{\mathbf{\omega}}$, $|\mathbf{\epsilon}(t)| \leq \overline{\epsilon}$ и $|\mathbf{\epsilon}'(t)| \leq \overline{\epsilon}'$, что обусловлено ограниченностью

областей вариации векторов КМ **H** и УМ **M** кластера ДМ, а также допустимым темпом его изменения.

Предполагается, что дискретное измерение $\mathbf{\Lambda}_l^m$ кватерниона ориентации КА выполняется бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС) в моменты времени t_l с периодом T_p , $t_{l+1}=t_l+T_p$, $l\in \mathbf{N}_0\equiv [0,1,2,\ldots)$, а дискретное измерение Ω_p скоростей вращения ДМ – в моменты времени t_s с периодом T_q , $t_{s+l}=t_s+T_q$, $s\in \mathbf{N}_0$. Будем считать, что в моменты времени t_k с периодом $T_u, t_{k+1}=t_k+T_u, k\in \mathbf{N}_0$, формируется цифровое управление ДМ, а в моменты времени t_r с периодом $T_u^m\geq T_u$, $t_{r+1}=t_r+T_u^m, r\in \mathbf{N}_0$ – цифровое управление магнитным приводом.

Движителем каждого ДМ является бесколлекторный двигатель постоянного тока с цифровым управлением и двумя одинаковыми управляющими обмотками(VO) – основной и резервной, которая может электронно включаться в цепь управления ДМ при отказе основной обмотки.

Как известно [2], система векторов \mathbf{a}_p , $p = 1 \div m$ в m-мерном евклидовом пространстве является линейно независимой, если составленная их этих векторов матрица Грама **G**, имеет определитель $\mathbf{G} \equiv \det(\mathbf{G}) > 0$, который равен квадрату объема параллелепипеда, построенного на векторах \mathbf{a}_p , направленных по его ребрам. В рассматриваемом варианте кластера ДМ m = 4, число граней параллелепипеда равно m(m-1) = 12 и матрица Грама $\mathbf{G} = \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_4^t = 16 \operatorname{diag}(C_\gamma^2, S_\gamma^2, S_\gamma^2)$ с определителем $\mathbf{G} = 16 C_\gamma^2 S_\gamma^4$. Согласно [1] выбор угла γ для максимизации значении определителя \mathbf{G} приводит к аналитическим соотношениям

$$d \operatorname{\mathsf{G}} / d\gamma = 32S_{\gamma}C_{\gamma}S_{\gamma}^{2} [-S_{\gamma}^{2} + 2C_{\gamma}^{2}] = 0;$$

$$S_{\gamma}^{2} = 2C_{\gamma}^{2} \Longrightarrow \operatorname{tg} \gamma = \sqrt{2} ; C_{\gamma} \equiv a = 0.57735;$$

$$S_{\gamma} \equiv b = \sqrt{2/3} = 0.81650 \Longrightarrow \gamma = 54^{\circ}44'.$$

Вводятся нормированные векторы КМ $\mathbf{h}_p = h_p \mathbf{a}_p$, $|\mathbf{h}_p| = h_p = \mathbf{h}_p / \mathbf{h}^m \le 1$, столбец нормированных КМ отдельных ДМ $\mathbf{h} = \{h_p\}$ и вектор нормированного КМ $\mathbf{H} = \{x, y, z\} = \Sigma \mathbf{h}_p$ кластера ДМ, которые связаны соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{h}$. Вводится также столбец $\mathbf{m} = \{\mathbf{m}_p\}$ нормированных VM отдельных ДМ с компонентами $\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_p / \mathbf{m}^m$.

Область вариации нормированного КМ кластера ДМ представляется в ССК двенадцатигранником, каждая грань которого является ромбом, рис. 2, зеленый цвет. В эту область вписывается шар с радиусом $r_{\rm H} = r_{\rm m} = 2S_{\gamma} = 1.633$, который касается сразу всех 12 граней, см. рис. 2. В этой схеме при полном отказе ДМ #4, матрица $\mathbf{A} = \mathbf{A}_3 \equiv [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]$ и обратная матрица \mathbf{A}_3^{-1} имеют вид

$$\mathbf{A}_{3} = \begin{bmatrix} a & a & a \\ b & -b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_{3}^{-1} = \begin{bmatrix} q_{a} & q_{b} & -q_{b} \\ q_{a} & -q_{b} & -q_{b} \\ 0 & -q_{b} & 1/b \end{bmatrix},$$

где $q_a = (2a)^{-1}$ и $q_b = (2b)^{-1}$, а в область вариации нормированного КМ вписывается шар с радиусом $r_{\rm H} = r_{\rm H4} = 2S_{\gamma} = 1.633$, Оси вращения ДМ фиксированы в ССК, поэтому при любой конфигурации кластера ДМ области вариации его векторов **М** и **Н** являются конгруэнтными и значения



Рис. 2. Схема *GE* кластера ДМ в основной конфигурации и область вариации его КМ

радиуса $r_{_{\rm M}}$ шара, вписанного в область вариации нормированного вектора УМ $\mathbf{M} = \{\mathbf{M}_i\} = \mathbf{M} / \mathbf{m}^{\rm m}$ совпадают с аналогичными значениями радиуса $r_{_{\rm H}}$, подробности представлены в [1].

В статье рассматриваются такие аспекты управления ориентацией КА при отказах ДМ:

(i) законы углового наведения спутника;

- (ii) цифровое управление кластером ДМ и МП;
- (iii) законы цифрового управления КА;
- (iv) компьютерная имитация работы СУД.

ЗАКОНЫ НАВЕДЕНИЯ

Дополнительно используются геодезическая Гринвичская (ГСК, базис E), горизонтная (ГорСК, базис H) и телескопная (ТСК, базис S) системы координат, а также система координат поля изображения $O_i x^i y^i z^i$ (ПСК, базис F) с началом в центре O_i фокальной плоскости телескопа [3]. На поверхности Земли маршрут съемки отображается следом проекций оптико-электронных преобразователей (ОЭП), составляя полосу захвата. Маршруту съемки соответствует закон углового наведения КА, при котором происходит требуемое движение оптического изображения на поверхности ОЭП.

Авторы создали оригинальные аналитические методы синтеза законов наведения КА при *сканирующей* съемке, которые основаны на анализе скорости движения изображения (СДИ) наземных объектов на матрицах ОЭП с временной задержкой и накоплением (ВЗН). Вычисления кватерниона ориентации Λ связанного базиса **В** относительно инерциального базиса **I**_®, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ в виде явных функций на заданном интервале времени, выполняются на основе векторного сложения всех элементарных движений телескопа (ТСК) в ГСК с учетом текущей перспективы наблюдения при задании начальных координат наземного объекта и геодезического азимута A сканирования.

Пусть векторы-столбцы $\mathbf{\omega}_{e}^{s}$ и \mathbf{V}_{e}^{s} представляют в ТСК соответственно угловую скорость и скорость поступательного движения центра масс КА относительно ГСК, матрица $\widetilde{\mathbf{C}} = || \widetilde{c}_{ij} ||$ определяет ориентацию ТСК относительно ГСК, а скалярная функция D(t) представляет дальность наблюдения вдоль оси визирования. Тогда для любой точки фокальной плоскости телескопа продольная $\widetilde{V}_{y}^{i}(\widetilde{y}^{i},\widetilde{z}^{i})$ и поперечная $\widetilde{V}_{z}^{i}(\widetilde{y}^{i},\widetilde{z}^{i})$ составляющие вектора нормированной СДИ вычисляются по аналитическому соотношению

$$\begin{bmatrix} \widetilde{V}_{y}^{i} \\ \widetilde{V}_{z}^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{y}^{i} & 1 & 0 \\ \widetilde{z}^{i} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^{i} \widetilde{v}_{e1}^{s} - \widetilde{y}^{i} \omega_{e3}^{s} + \widetilde{z}^{i} \omega_{e2}^{s} \\ q^{i} \widetilde{v}_{e2}^{s} - \omega_{e3}^{s} - \widetilde{z}^{i} \omega_{e1}^{s} \\ q^{i} \widetilde{v}_{e3}^{s} + \omega_{e2}^{s} + \widetilde{y}^{i} \omega_{e1}^{s} \end{bmatrix}.$$
(3)

Здесь $\tilde{y}^i = y^i / f_e$ и $\tilde{z}^i = z^i / f_e$ являются нормированными фокальными координатами с эквивалентным фокусным расстоянием телескопа f_e , скалярная функция $q^i = 1 - (\tilde{c}_{21}\tilde{y}^i + \tilde{c}_{31}\tilde{z}^i) / \tilde{c}_{11}$ и компоненты вектора нормированной скорости поступательного движения КА $\tilde{v}_{ei}^s = v_{ei}^s(t) / D(t), i = 1,2,3$. С помощью численного интегрирования кинематического уравнения при использовании (3) получаются искомые компоненты вектора-столбца $\boldsymbol{\omega}_e^s$, кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ и вектора МПР $\boldsymbol{\sigma}$. Далее с помощью векторных сплайнов выполняется аппроксимация изменения кинематических параметров углового наведения и в явном виде получаются векторы $\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{\varepsilon}(t)$ и $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$) при сканирующей оптико-электронной съемке.

Созданные методы синтеза законов углового наведения конкретизированы для трассовой съёмки, протяженных криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ, для площадного землеобзора с последовательностью ортодромических маршрутов, а также для получения стереоизображений участков поверхности Земли.

Для выполнения произвольных маршрутов сканирующей съемки авторами разработаны алгоритмы наведения в виде набора гладко сопряжённых векторных сплайнов МПР $\sigma(t)$. При наличии двух смежных сканирующих маршрутов (СМ) с заданными краевыми условиями по кватерниону Λ , векторам ω , ε и ε' в момент времени начала второго маршрута возникает задача поворотного манёвра (ПМ) спутника. Такие пространственные манёвры на интервале времени $t \in T_p \equiv [t_i^p, t_f^p], t_f^p \equiv t_i^p + T_p$ с краевыми условиями общего вида

$$\mathbf{\Lambda}(t_{i}^{p}) = \mathbf{\Lambda}_{i}; \mathbf{\omega}(t_{i}^{p}) = \mathbf{\omega}_{i}; \mathbf{\varepsilon}(t_{i}^{p}) = \mathbf{\varepsilon}_{i};$$

$$\mathbf{\Lambda}(t_{f}^{p}) = \mathbf{\Lambda}_{f}; \mathbf{\omega}(t_{f}^{p}) = \mathbf{\omega}_{f}; \mathbf{\varepsilon}(t_{f}^{p}) = \mathbf{\varepsilon}_{f};$$

 $\mathbf{\varepsilon}'(t_{\rm f}^{p}) = \mathbf{\varepsilon}'_{\rm f}$ при ограничениях не являются единственными. Разработанный авторами метод синтеза закона наведения КА при ПМ на интервале времени $t \in T_{\rm p}$ с указанными краевыми условиями основан на необходимом и достаточном условии разрешимости классической задачи Дарбу. Здесь решение представляется как результат сложения трех одновременно происходящих элементарных поворотов «вложенных» базисов \mathbf{E}_{k} вокруг ортов \mathbf{e}_{k} , $k = 1 \div 3$ осей Эйлера, положение которых определяется по краевым условиям для модели (2). При этом искомый кватернион $\Lambda(t)$ определяется произведением

$$\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{\Lambda}_{i} \circ \mathbf{\Lambda}_{1}(t) \circ \mathbf{\Lambda}_{2}(t) \circ \mathbf{\Lambda}_{3}(t), \quad (4)$$

где $\Lambda_k(t) \equiv (\cos(\varphi_k(t)/2), \mathbf{e}_k \sin(\varphi_k(t)/2)),$ функция $\varphi_k(t)$ определяет угол k -го поворота.

В силу неподвижности орта \mathbf{e}_k в базисе \mathbf{E}_{k-1} справедливы соотношения $\boldsymbol{\omega}_k(t) = \dot{\boldsymbol{\varphi}}_k(t)\mathbf{e}_k$,

 $\mathbf{\varepsilon}_{k}(t) = \ddot{\mathbf{\varphi}}_{k}(t)\mathbf{e}_{k}$ и $\mathbf{\varepsilon}_{k}'(t) = \ddot{\mathbf{\varphi}}_{k}(t)\mathbf{e}_{k}$. Введем обозначения $\mathbf{\omega}^{(k)}, \mathbf{\varepsilon}^{(k)}, \dot{\mathbf{\varepsilon}}^{(k)}, k = 1 \div 3$ векторов $\mathbf{\omega}, \mathbf{\varepsilon}$ и $\dot{\mathbf{\varepsilon}}$ в базисе \mathbf{E}_{k} , оператор $\mathbf{a}_{k-1}^{(k)} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{\Lambda}_{k}) \equiv \widetilde{\mathbf{\Lambda}}_{k} \circ \mathbf{a}_{k-1} \circ \mathbf{\Lambda}_{k}$ преобразования вектора \mathbf{a}_{k-1} из базиса \mathbf{E}_{k-1} в базис \mathbf{E}_{k} и назначим и $\mathbf{\omega}_{1}(t) = \dot{\mathbf{\varphi}}_{1}(t)\mathbf{e}_{1}, \ \mathbf{\varepsilon}_{1}(t) = \ddot{\mathbf{\varphi}}_{1}(t)\mathbf{e}_{1}$ и $\dot{\mathbf{\varepsilon}}_{1}(t) = \ddot{\mathbf{\varphi}}_{1}(t)\mathbf{e}_{1}$. Тогда векторы угловой скорости $\mathbf{\omega}(t) = \mathbf{\omega}^{(3)}(t)$, углового ускорения $\mathbf{\varepsilon}(t) = \mathbf{\varepsilon}^{(3)}(t)$ и локальной производной ускорения $\mathbf{\varepsilon}'(t) = \dot{\mathbf{\varepsilon}}(t) = \dot{\mathbf{\varepsilon}}^{(3)}(t)$ в ССК определяются по явным рекуррентным формулам, k = 2,3:

$$\begin{split} \mathbf{\omega}_{k-1}^{(k)} &= \mathbf{\Phi}(\mathbf{\omega}_{k-1}, \mathbf{\Lambda}_{k}); \ \mathbf{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} &= \mathbf{\Phi}(\mathbf{\varepsilon}_{k-1}, \mathbf{\Lambda}_{k}); \\ \dot{\mathbf{\varepsilon}}_{k-1}^{(k)} &= \mathbf{\Phi}(\dot{\mathbf{\varepsilon}}_{k-1}, \mathbf{\Lambda}_{k}); \ \mathbf{\omega}^{(k)} &= \mathbf{\omega}_{k-1}^{(k)} + \mathbf{\omega}_{k}; \\ \mathbf{\varepsilon}^{(k)} &= \mathbf{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} + \mathbf{\varepsilon}_{\kappa} + \mathbf{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \mathbf{\omega}_{k}; \ \dot{\mathbf{\varepsilon}}^{(k)} &= \dot{\mathbf{\varepsilon}}_{k-1}^{(k)} + \dot{\mathbf{\varepsilon}}_{k} \\ &+ \mathbf{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \mathbf{\varepsilon}_{k} + (2\mathbf{\varepsilon}_{k-1}^{(k)} + \mathbf{\omega}_{k-1}^{(k)} \times \mathbf{\omega}_{k}) \times \mathbf{\omega}_{k}. \end{split}$$

Пусть, например, кватернион $\Lambda^* \equiv (\lambda_0^*, \lambda^*) = \widetilde{\Lambda}_i \circ \Lambda_f$ имеет орт оси Эйлера $\mathbf{e}_3 = \lambda^* / \sin(\phi^*/2)$ третьего поворота, где угол $\phi^* = 2 \arccos(\lambda_0^*)$. Для 1-го и 2-го поворотов позиционные краевые условия принимаются в виде $\Lambda_1(t_i^p) = \Lambda_1(t_f^p) = \mathbf{1}, \Lambda_2(t_i^p) = \Lambda_2(t_f^p) = \mathbf{1}$, а для 3-го поворота – $\Lambda_3(t_i^p) = \mathbf{1}, \Lambda_3(t_f^p) = (\cos(\phi_3^f/2), \mathbf{e}_3 \sin(\phi_3^f/2)))$, где $\phi_3^f = \phi^*$ и $\mathbf{1}$ – единичный кватернион. Это соответствует значениям углов $\phi_1^i = \phi_1^f = \mathbf{0}$ и $\phi_2^i = \phi_2^f = \mathbf{0}$. Орт \mathbf{e}_1 оси Эйлера 1-го поворота назначается по условию его ортогональности орту \mathbf{e}_3 , тогда орт $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$.

Векторы $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$, $\varepsilon'(t) \equiv \dot{\varepsilon}(t)$ представляются в аналитическом виде при задании сплайнов $\varphi_k(t)$ с использованием в общем случае трех участков заданного интервала времени ПМ:

1) разгон, где КА из начальных условий переводится на движение вокруг орта **e**₃;

 участок движения с вектором постоянной угловой скорости вокруг орта e₃;

3) завершающий участок движения КА с гарантированным выполнением заданных краевых условий на правом конце ПМ при использовании сплайнов $\phi_k(t)$ 6-го порядка.

Пусть, например, КА землеобзора на солнечно-синхронной орбите (ССО) высотой 570 км имеет задание на съемку окрестностей двух российских столиц (рис. 3) при такой последовательности временных интервалов:

t ∈ [0, 768) с, стабилизация спутника в ОСК; *t* ∈ [768,1050) с, целевое наведение КА, отказ ДМ #4 при *t* = 950 с и переключение его УО;

t ∈ [1050, 1200) с, стабилизация в ОСК и переход на управление тремя ДМ с торможением ДМ #4; *t* ≥ 1200 с, фиксация ДМ #4 при *t* = 1200 с и

 $t \ge 1200$ с, фиксация Дм #4 при t = 1200 с и стабилизация КА в ОСК тремя ДМ.

На рисунке 4 представлен закон целевого наведения спутника по углам ориентации относительно ОСК, а также по векторам угловой скорости и углового ускорения в ИСК.

Ошибки стабилизации КА по углам и угловым скоростям на временном интервале



Рис. 3. Маршруты съёмки на карте

Рис. 5. Ошибки угловой стабилизации КА

t.s

 $t \in [0, 1250]$ с приведены на рис. 5. Здесь выделяется момент времени t = 1050 с, когда начинается процесс реконфигурации кластера ДМ – переход на управление ориентацией спутника с помощью только трёх ДМ.

В общем случае закон углового наведения спутника в ИСК задается программными значениями кватерниона $\Lambda^{p}(t)$, векторов угловой скорости $\omega^{p}(t)$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^{p}(t) = \dot{\boldsymbol{\omega}}^{p}(t)$.

УПРАВЛЕНИЕ КЛАСТЕРОМ ДМ

Сначала рассмотрим простейшую непрерывную модель $\dot{\Omega}(t) = \overline{a} - a^{\rm f}(t)$ при ускорениях \overline{a} и $a^{\rm f} = a^{\rm f}_{\rm o} \operatorname{sgn} \Omega(t)$ одного ДМ, опуская его номер p, с неизвестным ускорением $a^{\rm f}(t) \in [-a^{\rm f}_{\rm o}, a^{\rm f}_{\rm o}]$ и измерении угловой скорости $\Omega(t)$. Модуль $a^{\rm f}_{\rm o}$ ускорения соответствует постоянному значению момента сил сухого трения ДМ ${\rm M}^{\rm f}_{\rm o} = J_r a^{\rm f}_{\rm o}$. Предположим, что на некотором временном интервале неизвестное ускорение является постоянным: $a^{\rm f}(t) = \operatorname{const}$, т.е. $\dot{a}^{\rm f}(t) = 0$. Тогда при векторе состояния ${\bf x} = \{x_1, x_2\}$, где $x_1 = \Omega(t), x_2 = a^{\rm f}(t)$, входной функции $u = \overline{a}$ и измерении $y = \Omega$ получается линейная система второго порядка в стандартной форме

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u,$$

 $y = \mathbf{c}\,\mathbf{x};$
 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$
 $\mathbf{b} = \{1,0\};$
 $\mathbf{c} = [1,0].$

Выполним анализ наблюдаемости момента сухого трения для дискретной модели с вектором состояния \mathbf{X}_s при входной функции $u = \overline{a}$ и измерении $y = \Omega$ в моменты времени $t = t_s$, $s \in \mathbb{N}_0$ с периодом $T_q < T_u$ при постоянных значениях $u(t_s) \equiv u_s = \overline{a}_s$, $a_s^{\mathrm{f}} \quad \forall t \in [t_s, t_{s+1})$, $t_{s+1} = t_s + T_q$.

Такая модель имеет вид

$$\mathbf{x}_{s+1} = \mathbf{A}^{d} \mathbf{x}_{s} + \mathbf{b}^{d} u_{s}, \qquad y_{s} = \mathbf{c}^{d} \mathbf{x}_{s};$$
$$\mathbf{A}^{d} = \begin{bmatrix} 1 & -T_{q} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}^{d} = \mathbf{b} = \{1, 0\};$$
$$\mathbf{c}^{d} = \mathbf{c} = [1, 0]$$

и матрицу наблюдаемости

$$\mathbf{L}_{q}^{d} = [(\mathbf{c}^{d})^{\mathsf{t}}, (\mathbf{A}^{d})^{\mathsf{t}}(\mathbf{c}^{d})^{\mathsf{t}}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -T_{q} \end{bmatrix}.$$

Поэтому при $T_q>0\;\;{\rm rang}\;{\bf L}_q^d=2\;$ и эта дискретная система вполне наблюдаема.

Для оценки $\hat{\mathbf{x}}_s = \{\hat{\Omega}_s, \hat{a}_s^f\}$ вектора состояния $\mathbf{x}_s = \{\Omega_s, a_s^f\}$ при неполном измерении применяется дискретный наблюдатель Луенбергера $\hat{\mathbf{x}}_{s+1} = \mathbf{A}^d \hat{\mathbf{x}}_s + \mathbf{b}^d u_s + \mathbf{g}^d (y_s - \mathbf{c}^d \hat{\mathbf{x}}_s).$

Здесь столбец $\mathbf{g}^d = \{g_1^d, g_2^d\}$ постоянных коэффициентов назначается из условия асимптотической устойчивости тривиального решения $\mathbf{\varepsilon}_s \equiv \mathbf{x}_s - \hat{\mathbf{x}}_s = \mathbf{0}$ дискретной системы $\mathbf{\varepsilon}_{s+1} = \mathbf{A}_o^d \mathbf{\varepsilon}_s \equiv (\mathbf{A}^d - \mathbf{g}^d \mathbf{c}^d) \mathbf{\varepsilon}_s$, что соответствует принадлежности двух корней z_p° характеристического уравнения $\det(z\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_o^d) = 0$ внутренности единичного круга, т.е. условию $|z_p^\circ| < 1, p = 1, 2$.

 $|z_{p}^{\circ}| < 1, p = 1,2.$ С одной стороны, характеристическое уравнение имеет явный вид $z^{2} + a_{1}^{d}z + a_{0}^{d} = 0$, где коэффициенты $a_{1}^{d} = -(2 - g_{1}^{d})$ и $a_{0}^{d} = 1 - (g_{1}^{d} - T_{q}g_{2}^{d}).$ С другой стороны, при желаемом спектре

С другой стороны, при желаемом спектре $z_{1,2}^{\circ d} = \exp(\nu T_q(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2}))$ матрицы \mathbf{A}_o^d с $j = \sqrt{-1}$ коэффициенты $a_0^{\circ d}$ и $a_1^{\circ d}$ такого уравнения с параметрами ν и ξ вычисляются поформулам Виета $a_0^{\circ d} = z_1^{\circ d} z_2^{\circ d}, a_1^{\circ d} = -(z_1^{\circ d} + z_2^{\circ d}).$ В результате получается $a_0^{\circ d} = \exp(-2\xi\nu T_q)$ и $a_1^{\circ d} = -2\exp(-\xi\nu T_q)\cos(\nu T_q\sqrt{1-\xi^2}).$

Коэффициенты g_1^d и g_2^d дискретного наблюдателя Луенбергера вычисляются из условий $a_1^d = a_1^{\circ d}$ и $a_0^d = a_0^{\circ d}$ по явным соотношениям $a_1^d = 2[1 - \exp(-\xi_V T) \cos(vT) \sqrt{1 - \xi^2}]$:

$$g_1^{a} = 2[1 - \exp(-\xi v T_q) \cos(v T_q \sqrt{1 - \xi^2})]$$

$$g_2^d = (g_1^d - (1 - \exp(-2\xi vT_q)))/T_q$$

Требуемое время T_r «регулирования» – входа оценок в соответствующие стандартные «5% трубки точности» обеспечивается при значениях $v = 3/(\xi T_r)$ и $\xi = 0.85$. Поэтому далее применяется дискретный идентификатор Луенбергера

$$\begin{split} \hat{\boldsymbol{\Omega}}_{s+1} &= \hat{\boldsymbol{\Omega}}_{s} + \left(\overline{a}_{s} - \hat{a}_{s}^{d}\right) T_{q} + g_{1}^{d} \,\delta\boldsymbol{\Omega}_{s}; \\ \hat{a}_{s+1}^{d} &= \hat{a}_{s}^{d} + g_{2}^{d} \,\delta\boldsymbol{\Omega}_{s}; \,\delta\boldsymbol{\Omega}_{s+1} = \boldsymbol{\Omega}_{s+1} - \hat{\boldsymbol{\Omega}}_{s+1} \end{split}$$

с периодом T_q , где постоянные коэффициенты g_1^d и g_2^d определяются по указанным явным аналитическим соотношениям. В итоге, дискретная оценка момента сил сухого трения по оси вращения каждого ДМ получается в виде $\hat{m}^f(t_s) = \hat{m}^f_s = J_r \hat{a}^f_s$.

Компенсационная схема разгрузки кластера ДМ основана на следующих положениях. Вычисляются модуль $\Delta \mathbf{I}^m$ и орт \mathbf{e}^m вектора потребной вариации $\Delta \mathbf{I}^m = \Delta \mathbf{I}^m \mathbf{e}^m$ *импульса* механического момента МП на периоде T_u^m цифрового управления МП и рассчитывается командное значение вектора постоянного момента $\mathbf{M}_k^u = \{m_k^m\} = \Delta \mathbf{I}_k^m / T_u^m$ для *компенсации* импульса $\Delta \mathbf{I}^m = \Delta \mathbf{I}^m \mathbf{e}^m$, которое с периодом T_u поступает на кластер ДМ. В моменты времени t_r , $r \in N_0$ вычисляется орт $\mathbf{b}_r = \mathbf{B}_r / B_r$ и определяется ориентация ортов \mathbf{b}_r и $\mathbf{e}_r^{\mathrm{m}}$ в ССК; если $|\langle \mathbf{b}_r, \mathbf{e}_r^{\mathrm{m}} \rangle| > \cos(\pi/3)$, то МП не включается, иначе вычисляются значения вектора $\mathbf{L}_r = \{l_r\} = \Delta \mathbf{I}_r^{\mathrm{m}}(\mathbf{b}_r \times \mathbf{e}_r^{\mathrm{m}}) / B_r$ потребного электромагнитного момента МП на периоде T_u^{m} с учётом модульных ограничений на его компоненты.

При отсутствии избыточности кластера не возникает проблем управления отдельными ДМ. Для кластера по схеме *GE* в штатной конфигурации проблема заключается в распределении векторов КМ и УМ между избыточными числом ДМ: при прямоугольной матрице \mathbf{A}_4 задача состоит в одновременном решении двух векторных уравнений

 $\mathbf{A}_4 \mathbf{h} = \mathbf{H} \quad \forall \mathbf{H} \in \mathbf{R}^3, \mathbf{h} \in \mathbf{R}^4; \\ \mathbf{A}_4 \dot{\mathbf{h}} = \mathbf{H}' = -\mathbf{M}; \quad \forall \mathbf{M} \in \mathbf{R}^3, \dot{\mathbf{h}} \in \mathbf{R}^4.$

Стандартное распределение КМ и VM двигателей-маховиков с их минимальным принуждением основано на применении псевдообратной матрицы $\mathbf{A}_4^{\#} = \mathbf{A}_4^{t} \mathbf{G}^{-1}$. Но здесь отсутствует единственность решения указанных двух векторных уравнений, что приводит к накоплению погрешности [5]. Для устранения этого коварного эффекта были предложены различные подходы. Авторы применяют скалярную функцию настройки такого кластера для однозначного распределения векторов **H** и **M** между ДМ по явным соотношениям [6].

В ССК компоненты нормированного КМ $\mathbf{H} = \{x, y, z\}$ кластера ДМ при обозначении $x_1 = a(h_1 + h_2), \quad x_2 = a(h_3 + h_4)$ представляются в виде

$$x = x_1 + x_2; y = b(h_1 - h_2); z = b(h_3 - h_4).$$

Распределение вектора этого нормированного КМ выполняется по закону

$$f_{\rho}(\mathbf{h}) = \widetilde{x}_1 - \widetilde{x}_2 + \rho(\widetilde{x}_1 \widetilde{x}_2 - 1) = 0, \qquad (5)$$

 $0 < \rho < 1, \rho = \text{const}; \widetilde{x}_1 = x_1 / q_y; \widetilde{x}_2 = x_2 / q_z;$ $q_s = (4a^2 - s^2)^{1/2}, s = y, z,$ где при $c \equiv x/2,$ $q \equiv q_y + q_z; d \equiv q_y q_z - c^2$ и $\delta q = q_y - q_z$ применяются явные соотношения:

(i)
$$\Delta \equiv (q/\rho)(1 - (1 - 4\rho[\delta q c + \rho d]/q^2)^{1/2});$$

 $x_1 = (x + \Delta)/2, x_2 = (x - \Delta)/2;$

(ii) распределение КМ между ДМ в парах

- по явным очевидным соотношениям;
- (iii) распределение вектора **М** по формуле

$$\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_p\} = (\{\mathbf{A}_4, \mathbf{a}^{\mathrm{t}}\})^{-1} \{-\mathbf{M}, \mathbf{\Phi}_{\rho}(\mathbf{h})\}, \quad (6)$$

где используются функция $\Phi_{\rho}(\mathbf{h}) \equiv -h^{m} \text{sat}(\phi_{\rho}, \mu_{\rho} f_{\rho}(\mathbf{h}))$ с параметрами ϕ_{ρ}, μ_{ρ} и при обозначении

$$a_{y} = a/q_{y}; \quad b_{y} = b/q_{y}; \quad a_{z} = a/q_{z}; \quad b_{z} = b/q_{z}$$

строка $\widetilde{\mathbf{a}}^{f} = [\widetilde{a}_{p}^{f}] \equiv \partial f_{\rho}(\mathbf{h})/\partial \mathbf{h}$ с компонентами
 $\widetilde{a}_{1,2}^{f} = a_{y}[1 \pm b_{y}^{2}(h_{1}^{2} - h_{2}^{2})][\rho a_{z}(h_{3} + h_{4}) + 1];$
 $\widetilde{a}_{3,4}^{f} = a_{z}[1 \pm b_{z}^{2}(h_{3}^{2} - h_{4}^{2})][\rho a_{y}(h_{1} + h_{2}) - 1].$

При формировании управляющих моментов ДМ используются программные значения углового ускорения $\mathbf{\epsilon}^{p}(t) = \dot{\mathbf{\omega}}^{p}(t)$. Учитывая (2), столбец $\mathbf{m} = \{\mathbf{m}_{p}\}$, составленный из управляющих моментов четырёх ДМ, формируется как $\mathbf{m} = J_{r}\mathbf{a}^{\epsilon p} + \dot{\mathbf{h}}$, где используются $\dot{\mathbf{h}}$ (6) и столбец $\mathbf{a}^{\epsilon p} = \mathbf{A}^{t} \mathbf{\epsilon}^{p}$.

При реконфигурации кластера ДМ – перестройке для управления ориентацией спутника с помощью только трёх ДМ#1, ДМ#2 и ДМ#3, выполняется торможение работоспособного ДМ#4 с резервной управляющей обмоткой. В основных соотношениях для четырёх ДМ выделим компоненты, связанные с этими тремя ДМ и отдельно с ДМ#4:

$$\mathbf{A}_{4} = [\mathbf{A}_{3}, \mathbf{a}_{4}]; \ \mathbf{h}_{4} = \{\mathbf{h}_{3}, \mathbf{h}_{4}\}; \mathbf{A}_{4}^{t} = \{\mathbf{A}_{3}^{t}, \mathbf{a}_{4}^{t}\}; \ \dot{\mathbf{h}}_{4} = \{\dot{\mathbf{h}}_{3}, \dot{\mathbf{h}}_{4}\}; \mathbf{H}' = \mathbf{A}_{4}\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{A}_{3}\dot{\mathbf{h}}_{3} + \mathbf{a}_{4}\dot{\mathbf{h}}_{4} = -\mathbf{M}.$$

При скалярной функции $\mathbf{a}_4^{\epsilon p} = \mathbf{a}_4^{t} \mathbf{\varepsilon}^{p}$ назначаются скорости изменения кинетических моментов

$$\dot{\mathbf{h}}_{3} = -\mathbf{A}_{3}^{-1}(\mathbf{M} + \mathbf{a}_{4}\dot{\mathbf{h}}_{4}); \dot{\mathbf{h}}_{4} = \mathbf{m}_{4} - J_{r}\mathbf{a}_{4}^{\varepsilon p}$$

и управляющие моменты всех четырёх ДМ формируется по соотношениям

$$\mathbf{m}_{3} = J_{r} \mathbf{a}_{3}^{\varepsilon p} + \mathbf{h}_{3}; \ \mathbf{m}_{4} = -k_{h}^{c} \mathbf{h}_{4}.$$
 (7)

Здесь постоянный коэффициент $k_{\rm h}^{\rm c}>0$ определяет темп активного торможения ДМ#4 экспоненциального типа в процессе реконфигурации кластера. При этом одновременно включается разгрузка вектора общего КМ G электромеханической системы с помощью магнитного привода. При достижении малого значения $|h_4|$ выполняется фиксация ДМ#4 в корпусе KA.

При фиксированном ДМ#4 исчезает избыточность кластера, столбец кинетических моментов ДМ принимает вид $\mathbf{h}_3 = \{\dot{\mathbf{h}}_3\}$, $p = 1 \div 3$, поэтому при столбцах $\mathbf{m}_3 = \{\mathbf{m}_p\}$ и $\mathbf{a}_3^{\varepsilon p} = (\mathbf{A}_3)^{\mathrm{t}} \mathbf{\varepsilon}^p$ справедливы очевидные соотношения

$$\mathbf{\dot{h}}_3 = -\mathbf{A}_3^{-1} \mathbf{M}, \mathbf{m}_3 = J_r \mathbf{a}_3^{\varepsilon p} + \mathbf{\dot{h}}_3.$$
 (8)

УПРАВЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИЕЙ

Пусть задан закон наведения КА Λ^{p} , $\boldsymbol{\omega}^{p}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}^{p}$ в ИСК. Кватерниону ошибки $\mathbf{E} = (e_{0}, \mathbf{e}) = \widetilde{\Lambda}^{p} \circ \Lambda$ с $\mathbf{e} = \{e_{i}\}$ соответствует матрица ошибки ориентации $\mathbf{C}^{e} = \mathbf{I}_{3} - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_{e}^{t}$, где $\mathbf{Q}_{e} = \mathbf{I}_{3} e_{0} + [\mathbf{e} \times]$. В контуре управления ориентацией КА выполняется фильтрация измерений вектора рассогласования $\mathbf{\varepsilon}_{l} = -2e_{0l}\mathbf{e}_{l}$, $l \in \mathbf{N}_{0}$ с периодом T_{p} формируются значения вектора $\mathbf{\varepsilon}_{k}^{f}$, $k \in \mathbf{N}_{0}$ с периодом T_{u} , которые используются в законе цифрового управления

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\mathbf{\varepsilon}_k^{\mathrm{r}}; \widetilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}(\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\mathbf{\varepsilon}_k^{\mathrm{r}});$$
$$\mathbf{M}_k^{\mathrm{r}} = \mathbf{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\mathbf{\varepsilon}_k^{\mathrm{p}} + [\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\mathbf{\omega}_k^{\mathrm{p}} \times]\mathbf{\omega}_k + \widetilde{\mathbf{m}}_k).$$

Здесь $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\mathbf{\omega}_k + \mathbf{H}_k$ и при обозначениях $d_u \equiv 2/T_u$, $a \equiv (d_u \tau_1 - 1)/(d_u \tau_1 + 1)$ элементы диагональных матриц \mathbf{K} , \mathbf{B} , \mathbf{C} и \mathbf{P} вычисляются как $b \equiv (d_u \tau_2 - 1)/(d_u \tau_2 + 1)$; $p \equiv (1-b)/(1-a)$; $c \equiv p(b-a)$ с адаптивно настраиваемыми параметрами τ_1 , τ_2 и k. Наконец, вектор $\mathbf{M}_k = \mathbf{M}_k^r + \mathbf{M}_k^u$ с помощью явных законов (6) либо (7) и (8) «пересчитывается» в столбец $\mathbf{m}_k = \{\mathbf{m}_{pk}\}$ управляющих моментов ДМ, которые после добавлении к ним оценок моментов $\hat{\mathbf{m}}_{pk}^f$ сил сухого трения фиксируются на полуинтервале цифрового управления кластера ДМ с периодом T_u .

КОМПЬЮТЕРНАЯ ИМИТАЦИЯ

Выполнена имитация работы СУО миниспутника массой 125 кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}(146, 130, 170)$ кгм² на ССО с высотой 570 км и долготой восходящего узла 51 град при таких исходных данных: период идентификации трения $T_q = 1/32$ с, период диагностики отказа ДМ $T_o = T_q$; ДМ: $T_u = 1/4$ с, $h^m = 20$ Нмс, $m^m = 0.25$ Нм, $m_o^f = 0.0012$ Нм; МП: $T_u^m = T_u$; $l^m = 10$ Ам². При t = 768 с модуль вектора КМ **G** равен 0.15 Нмс.



800 850 900 950 1000 1050 1100 1150 1200 ts



На рисунках 6 и 7 представлены изменения КМ h_p и УМ m_p , а также погрешности δm_p^f оценки моментов сухого трения всех четырёх ДМ на интервале $t \in [768, 1250]$ с.

Переходные процессы при отказе ДМ#4 в момент t = 950 с, обнаружении отказа и переключении его управляющей обмотки через интервал времени длительностью $3T_{o} \approx 0.1$ с показаны на рис. 8. Погрешности СУД при выполнении целевого задания приведены на рис. 9. Здесь сиреневым цветом выделены временные участки собственно съёмки российских столиц.

Как указано выше, в момент времени t = 1050 с начинается процесс реконфигурации кластера четырёх ДМ, при завершении которого при t = 1200 с управление ориентацией спутника выполняется с помощью только трёх ДМ с дублированными УО. Представленные на рис. 5 ошибки угловой стабилизации КА (выбросы их модулей до 0.35 град по углу и 0.07 град/с по угловой скорости) категорически исключают указанную реконфигурацию кластера ДМ на временных интервалах сканирующей съемки. Это обстоятельство диктует назначение режима реконфигурации кластера на таких временных интервалах, где не планируется съёмка заданных целей, например в дежурных режимах при стабилизации КА в ОСК.

Закон наведения мини-спутника в составе конкретного используемого задания на съемку (см. рис. 3 и 4) предусматривает угловую стабилизацию КА в ОСК с началом реконфигурации кластера при t = 1050 с и фиксацией ДМ#4 в момент времени t = 1200 с. Изменения векторов электромагнитного момента $\mathbf{L} = \{l_i\}$ и механического момента $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{B}$ магнитного привода, а также изменение модуля вектора \mathbf{G} КМ системы, при $t \ge 1050$ с представлены на рис.10. Наконец, некоторые детали динамических процессов при фиксации ДМ#4 в момент времени t = 1200 с показаны на рис. 11, см также рис. 6 и 7.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ процессов управления ориентацией мини-спутника землеобзора при отказах в минимально-избыточном кластере двигателей маховиков по схеме *General Electric*.

Впервые предложена и исследована оригинальная стратегия диагностики отказа любого двигателя-маховика с цифровым управлением в составе кластера, быстрого переключения его управляющей обмотки, изоляции отказавшего ДМ и далее реконфигурации кластера для управления ориентацией спутника с помощью только трёх двигателей-маховиков.



Рис. 8. Отказ ДМ#4 и переключение УО



Рис. 9. Ошибки СУД при выполнении задания

Кратко представлены разработанные алгоритмы наведения и цифрового управления, а также результаты компьютерной имитации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Анализ динамических характеристик кластеров маховиков в системе управления ориентацией космического аппарата // Известия Самарского научного центра РАН. 2021. Т. 23, № 6. С. 110-125.
- 2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988, 552 с.
- 3. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е.



Рис. 10. Моменты МП и модуль КМ



Рис. 11. Процессы при фиксации ДМ#4

Согласованное наведение и управление миниспутниками в низкоорбитальных группировках космического землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2023. Т. 25, № 2. С. 88-96.

- Сомова Т.Е. Алгоритмы наведения и цифрового управления ориентацией маневрирующего спутника землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2016. Том 18, № 4(6). С. 1173-1180.
- 5. *Алберт А.* Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. М.: Наука, 1977, 224 с.
- 6. *Somova T.* Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion. Journal of Aeronautics and Space Technologies. 2016. Vol. 9, no. 2. P. 35-45.

GUIDANCE AND CONTROL OF SATELLITE ORIENTATION WHEN FAILURES IN FLYWHEELS CLUSTER

© 2024 S.E. Somov^{1,2}, T.E. Somova², S.A. Butyrin^{1,2}, E.I. Somov^{1,2}

¹Samara Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Samara, Russia ²Samara State Technical University, Samara, Russia

Abstract. The dynamic processes in attitude control of the Earth survey satellite when failures in the redundant cluster of flywheels and its reconfiguration are considered. The developed guidance and digital control algorithms are briefly presented, as well as the results of computer simulation demonstrating their effectiveness. *Key words:* spacecraft, guidance and attitude control, flywheel cluster, flywheel failure. DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-2-121-130 *EDN:* UGBACM

REFERENCES

- 1. Somov S.E., Somova T.E. Analiz dinamicheskih harakteristik klasterov mahovikov v sisteme upravleniya orientaciej kosmicheskogo apparata // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2021. T. 23, N° 6. S. 110-125.
- 2. *Gantmaher F.R.* Teoriya matric. M.: Nauka, 1988, 552 s.
- Somov E.I., Butyrin S.A., Somov S.E., Somova T.E. Soglasovannoe navedenie i upravlenie minisputnikami v nizkoorbital'nyh gruppirovkah kosmicheskogo zemleobzora // Izvestiya Samarskogo

nauchnogo centra RAN. 2023. T. 25, № 2. S. 88-96.

- Somova T.E. Algoritmy navedeniya i cifrovogo upravleniya orientaciej manevriruyushchego sputnika zemleobzora // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2016. Tom 18, Nº 4(6). S. 1173-1180.
- 5. *Albert A.* Regressiya, psevdoinversiya i rekurrentnoe ocenivanie. M.: Nauka, 1977, 224 s.
- 6. *Somova T*. Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion. Journal of Aeronautics and Space Technologies. 2016. Vol. 9, no. 2. P. 35-45.

Sergey Somov, Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Centre, Russian Academy of Sciences; Researcher of Department "Navigation, Guidance, and Motion control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail s_somov@mail.ru Tatyana Somova, Researcher of Department "Navigation, Guidance, and Motion Control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail te somova@mail.ru

Sergey Butyrin, Senior Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Scientific Center, Russian Academy of Sciences; Head of Laboratory for "Modeling of Control Systems", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail butyrinsa@mail.ru

Yevgeny Somov, Leading Researcher of Department "Dynamics and Motion Control", Samara Federal Research Scientific Center, Russian Academy of Sciences; Head of Department for "Navigation, Guidance, and Motion Control", Research Institute for Problems of Mechanical Systems Reliability, Samara State Technical University. E-mail e_somov@mail.ru