

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И СИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ГИБКИ КОНЦЕВЫХ УЧАСТКОВ ШВЕЛЛЕРОВ, ИСПОЛЗУЕМЫХ В ВАГОНОСТРОЕНИИ

© 2024 Е. Н. Сосенушкин, Е. А. Яновская, А. С. Пономарева

Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», г. Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 14.02.2024

В статье рассмотрена одна из краевых задач, возникающих при анализе операции гибки, в качестве метода решения использован подход, где дифференциальные уравнения равновесия решаются совместно с условием пластичности при известных допущениях. Выполнено компьютерное моделирование операции гибки в программном комплексе DEFORM. Оценены напряжено-деформированное состояние металла заготовки и кинематические характеристики, определены изгибающий момент и силовые параметры гибки концевых участков швеллера ограниченной длины, рассчитан угол пружинения.

*Ключевые слова:* гнутый швеллер, гибка, сила деформирования, изгибающий момент, математическая и компьютерная модели, пружинение.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-2-131-143

EDN: UAOJLK

### АКТУАЛЬНОСТЬ

Важным звеном железнодорожного транспорта является подвижной состав, включающий в себя грузовые и пассажирские вагоны, которые обеспечивают потребности государства в перевозках грузов и пассажиров. Вагонный парк характеризуется многообразием типов и конструкций. Это вызвано необходимостью удовлетворения различных требований при перевозках: защиты ряда грузов от атмосферных воздействий, сохранения скоропортящихся грузов, предупреждения повреждений хрупких грузов, обеспечения комфорта пассажирам. Кузов вагона предназначен для размещения пассажиров или грузов, что влияет на тип вагона и его конструкцию. К примеру, кузов пассажирского вагона состоит из рамы, боковых и торцовых стен, пола, крыши, дверей, окон, систем жизнеобеспечения [1]. Рама вагона собирается из хребтовой балки, проходящей по всей длине, двух шкворневых, усиливающих ребра нижней части кузова, трех поперечных и двух концевых балок [2]. Балки изготавливают из гнутого швеллера [3] с размерами  $h \times t \times s$  ( $h$  – ширина стенки;  $t$  – высота полок;  $s$  – толщина полок швеллера) по техническим условиям [4] из толстолистового проката [5]. Материал балок сталь марки 09Г2Д

*Сосенушкин Евгений Николаевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой композиционных материалов. E-mail: sen@stankin.ru*

*Яновская Елена Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики. E-mail: elena\_yanovskaya@bk.ru*

*Пonomарева Анна Сергеевна студент кафедры СПД. E-mail: ponotaryovaanna11@icloud.com*

[6] из группы низколегированных конструкционных сталей для сварных конструкций марганцовистая с медью, и которая обладает повышенной стойкостью против атмосферной коррозии. Для стыкования балок концевые участки швеллеров дополнительно обрабатываются с помощью операций гибки и обрезки [7, 8].

### ДОПУЩЕНИЯ И ПОСТАНОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Для определения технологических параметров проведем теоретический анализ операции гибки концевой части ограниченной длины балки в виде гнутого швеллера при следующих допущениях [9]:

- справедлива гипотеза плоских сечений, по которой устанавливают распределение тангенциальных деформаций по высоте сечения  $\varepsilon_{\theta max} = \frac{s}{2R_c}$  ( $R_c$  – радиус срединной поверхности);

- поворот сечений, перпендикулярных к срединной поверхности, происходит относительно точек, расположенных на нейтральной поверхности напряжений, в конечный момент деформации (пренебрегаем зоной немонотонной деформации);

- упрочнение металла в условиях горячей деформации отсутствует.

Для оценки напряженного состояния участка заготовки воспользуемся общим подходом совместного решения уравнений равновесия с условием пластичности. Дифференциальные уравнения равновесия в частных производных в полярной системе координат [9]:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0; \quad (2)$$

где  $\sigma_\rho$  – радиальное напряжение;  $\sigma_\theta$  – тангенциальное напряжение;  $\tau_{\rho\theta}$  – касательное напряжение.

При изгибе моментом касательные напряжения отсутствуют, а уравнение равновесия получит вид:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0. \quad (3)$$

В этом случае нормальные напряжения являются главными. Энергетическое условие пластичности возьмем в форме постоянства главного касательного напряжения:

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = \pm \beta \sigma_s, \quad (4)$$

где  $\sigma_s$  – напряжение текучести; знак «плюс» относится к зоне растяжения ( $\rho > \rho_n$ ), а знак «минус» относится к зоне сжатия ( $\rho < \rho_n$ );  $\beta$  – коэффициент Лоде – Надаи;  $\rho$  – текущий радиус гибки;  $\rho_n$  – радиус нейтральной поверхности напряжений.

При решении задачи воспользуемся граничными условиями для вычисления произвольной постоянной интегрирования:

для зоны растяжения при  $\rho = R_n$   $\sigma_\rho = 0$ , тогда

$$\sigma_\rho = -\beta \sigma_s \ln \frac{R_n}{\rho}, \quad (5)$$

где  $R_n$  – наружный радиус гибки.

Используя условие пластичности, найдем тангенциальное напряжение  $\sigma_\theta$ :

$$\sigma_\theta = \beta \sigma_s \left( 1 - \ln \frac{R_n}{\rho} \right). \quad (6)$$

Для зоны сжатия при  $\rho = R_b$   $\sigma_\rho = 0$ , тогда имеем:

$$\sigma_\rho = -\beta \sigma_s \ln \frac{\rho}{R_b}, \quad (7)$$

где  $R_b$  – внутренний радиус гибки.

Используя условие пластичности, найдем тангенциальное напряжение  $\sigma_\theta$ :

$$\sigma_\theta = -\beta \sigma_s \left( 1 + \ln \frac{\rho}{R_b} \right). \quad (8)$$

Величина внешнего изгибающего момента  $M_n$  при пластическом изгибе с радиусом нейтральной поверхности, совпадающим с радиусом срединной поверхности  $\rho_n = R_b + \frac{s}{2}$ :

$$\begin{aligned} M_n &= \beta \int_{\rho_n}^R \sigma_s \rho d\rho + \beta \int_{R_b}^{\rho_n} (-\sigma_s) \rho d\rho = \\ &= \beta \sigma_s \frac{R_n^2 - \rho_n^2 - \rho_n^2 + R_b^2}{2} = \\ &= \beta \sigma_s \frac{s}{4} (R_n + \rho_n - \rho_n - R_b) = \beta \sigma_s \frac{s^2}{4}. \end{aligned} \quad (9)$$

Изгибающий момент определен на единицу длины пуансона. При изгибе моментом без упрочнения интегральная сумма по толщине заготовки элементарных сил, вызванных напряжениями  $\sigma_\theta$  равна нулю  $\left( \int_{R_b}^{R_n} \sigma_\theta d\rho = 0 \right)$ . С учетом действия продольной силы, эта интегральная сумма должна быть равна продольной силе:

$$N = \int_{R_b}^{R_n} \sigma_\theta d\rho. \quad (10)$$

Поэтому доля толщины материала, в которой действуют напряжения, вызываемые продольной силой, больше половины толщины заготовки на некоторую величину  $C$ :

$$\rho_n = R_n - \frac{s}{2} - C, \quad (11)$$

Без учета влияния среднего главного напряжения можно положить  $\beta = 1$ . Тогда величина продольной силы выразится уравнением:

$$\begin{aligned} N &= \int_{\rho_n}^{R_n} \sigma_s d\rho + \int_{R_b}^{\rho_n} (-\sigma_s) d\rho = \\ &= \sigma_s (R_n - 2\rho_n + R_b) = 2\sigma_s C. \end{aligned} \quad (12)$$

При осредненном напряжении  $\sigma_\theta \approx \sigma_{\theta \text{ ср}}$ :

$$N = \sigma_{\theta \text{ ср}} s, \quad (13)$$

а радиус нейтральной поверхности:

$$\rho_n = \frac{R_n + R_b}{2} - \frac{\sigma_{\theta \text{ ср}} s}{2\sigma_s} - C. \quad (14)$$

В рассматриваемом сечении балки сумма моментов, действующих на деформируемый участок, должна быть равна 0, тогда имеем равенство:

$$M_n + M_N = M_\sigma, \quad (15)$$

где  $M_N$  – момент, создаваемый продольной силой  $N$ ;  $M_\sigma$  – момент, вызванный напряжением  $\sigma_\theta$ .

$$\begin{aligned} M_\sigma &= \int_{\rho_n}^{R_n} \sigma_s \rho d\rho + \int_{R_b}^{\rho_n} (-\sigma_s) \rho d\rho = \frac{\sigma_s}{2} (R_n^2 - 2\rho_n^2 + R_b^2) = \\ &= \frac{\sigma_s}{4} [s^2 + 4C(R_n + R_b - C)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Величина момента  $M_N$  относительно центра кривизны срединной поверхности заготовки:

$$M_N = N \frac{R_n + r_b}{2} = \sigma_s C (R_n + r_b). \quad (17)$$

С учетом зависимостей (16) и (17) находим величину внешнего изгибающего момента:

$$M_n = \sigma_s \left( \frac{s^2}{4} - C^2 \right) = \sigma_s \left( \frac{s^2}{4} - \frac{N^2}{4\sigma_s^2} \right). \quad (18)$$

Анализ уравнения (18) позволяет установить, что при  $N = 0$  оно совпадает с формулой (9), а при  $N = \sigma_s s$  внешний изгибающий момент  $M_n = 0$ , а  $C = \frac{s}{2}$ , т.е. нейтральная поверхность совпадет с внутренней поверхностью изгибаемого участка балки. При наличии растягивающей продольной силы, действующей на изгибаемую заготовку, для соблюдения условий равновесия

необходимо, чтобы на внутренней поверхности заготовки были приложены сжимающие напряжения равные контактному давлению на пуансоне. Условие равновесия при этом [9]:

$$2\sigma_{\theta_{cp}}s \frac{d\varphi}{2} = \sigma_n R_B d\varphi, \quad (19)$$

где  $d\varphi$  – центральный угол между секущими радиусами при выделении в очаге деформации элементарного объема изгибаемой полки балки, по нормали к которым действует растягивающее напряжение  $\sigma_{\theta_{cp}}$ , вызванное продольной силой  $N$ . Из (19) находим  $\sigma_n$ :

$$\sigma_n = \sigma_{\theta_{cp}} \frac{s}{R_B}. \quad (20)$$

В этом случае для зоны сжатия нужно принять другое граничное условие при  $\rho = r_B$   $\sigma_\rho = -\sigma_n$  и пересчитать величину радиального напряжения:

$$\sigma_\rho = -\beta\sigma_s \ln \frac{\rho}{R_B} - \sigma_{\theta_{cp}} \frac{s}{R_B}. \quad (21)$$

Приведенные зависимости, полученные авторами [9, 10], справедливы для гибки в условиях горячей деформации при  $r_B = \frac{R_B}{s} > 1$ .

Схема гибки концевого участка гнutoго швеллера (рисунок 1) аналогична двуглоуной гибке П-образных деталей. Разница заключается в том, что исходной заготовкой является не плоская полоса, а гнутый швеллер. Зазор между пуансоном и матрицей назначен равным толщине полки швеллера  $z=s$ .

В соответствии со схемой перемещения материальных точек при осуществлении операции гибки концевого участка балки (рисунок 2) во время движения пуансона вниз на этапе рабочего хода происходит частичное спрямление имеющегося радиуса швеллера, а затем изгиб на другую величину радиуса с уменьшением размера средней полки швеллера, при этом боковые полки, занимая новое вертикальное по-

ложение, располагаются в зазоре между пуансоном и матрицей. Точки образующей внутренней поверхности балки переходят на контактную поверхность пуансона по нормальям к его образующей. Точки внешней поверхности балки без изменения толщины полок швеллера занимают новые положения, соответствующие внешнему контуру обрабатываемого концевого элемента. Изменение кривизны полок балки при спрямлении и изгибе на новый радиус требует затратить дополнительную работу на деформирование.

Без большой погрешности учтем эту дополнительную работу увеличением продольных напряжений, как это предложено в работе [9], т.е. общее приращение радиального напряжения равно:

$$\Delta\sigma_\rho = \frac{s\sigma_s}{2R_\rho}, \quad (22)$$

С учетом (22) уравнение (21) можно представить в виде:

$$\sigma_\rho = -\beta\sigma_s \ln \frac{\rho}{R_B} - \sigma_{\theta_{cp}} \frac{s}{R_B} - \sigma_s \frac{s}{2R_\rho}, \quad (23)$$

Внешний изгибающий момент, определяемый по уравнению (9) выразится:

$$M_n = yR, \quad (24)$$

где  $y$  – расстояние между точками касания заготовки с пуансоном и матрицей, т.е. между точками приложения реакций  $R$ , выражается через геометрические параметры штампа. Зависимость между силой гибки  $P$  и реакциями  $R$  [10]:

$$P = \frac{m(\cos\frac{\alpha}{2} + \mu\sin\frac{\alpha}{2})\cos\frac{\alpha}{2}}{3(r_n+r_n+1)(1-\sin\frac{\alpha}{2})} bs\sigma_b, \quad (25)$$

где  $m$  – относительный изгибающий момент;  $\sigma_b$  – предел прочности металла при температуре штамповки;  $\mu$  – коэффициент трения.

В конце процесса гибки расстояние между реакциями  $y \approx 0$ , т.е. наибольшая сила гибки будет определяться пластическим сдвигом [8]:

$$P = 2F_o\tau \approx F_o\sigma_b, \quad (26)$$

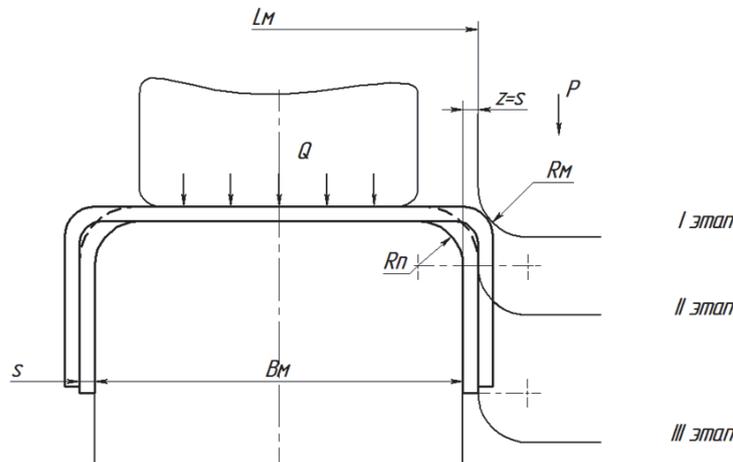
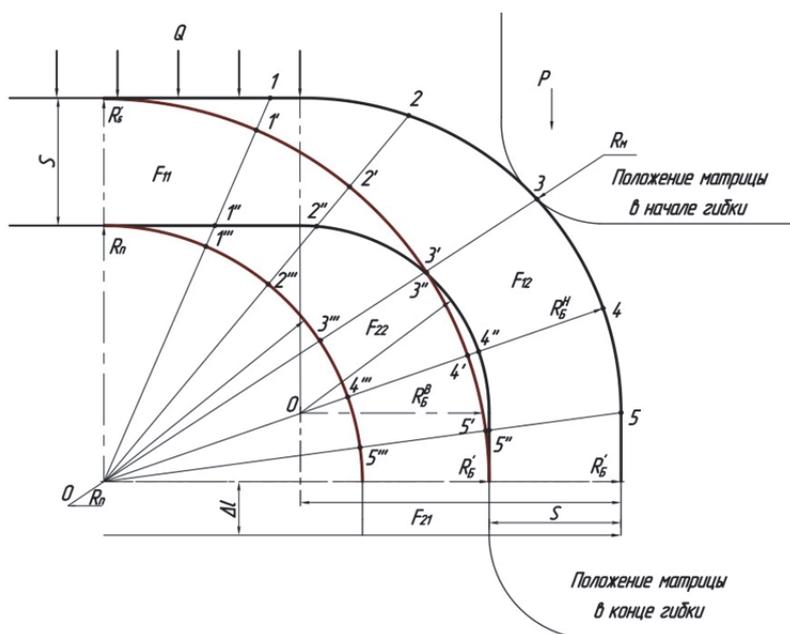


Рисунок 1. Схема гибки



**Рисунок 2.** Схема перемещений материальных точек границ очага деформации:

$O, O'$  – центры кривизны радиусных участков балки до и после гибки соответственно;  $R_n$  – радиус пуансона;  $R_6^B$  – радиус внутренней образующей балки до гибки;  $R_6^H$  – радиус наружной образующей балки до гибки;  $R_6$  – радиус внешней образующей балки после гибки;  $s$  – толщина полок и стенки балки;  $F_{11}, F_{12}$  – площади поперечного сечения участков поперечного сечения до деформирования;  $F_{21}, F_{22}$  – площади поперечного сечения участков после деформирования;  $\Delta l$  – увеличение длины прямолинейного участка сечения балки после деформирования;  $Q$  – сила прижима стенки балки;  $P$  – сила гибки, развиваемая на матрице; 1 - 5; 1' - 5' – соответственно точки образующей наружного контура поперечного сечения до и после деформирования; 1'' - 5''; 1''' - 5''' – соответственно точки образующей внутреннего контура поперечного сечения до и после деформирования

где  $F_0$  – площадь сечения очага деформации изгибаемого швеллера, ограниченная криволинейными контурами (см. рисунок 2).

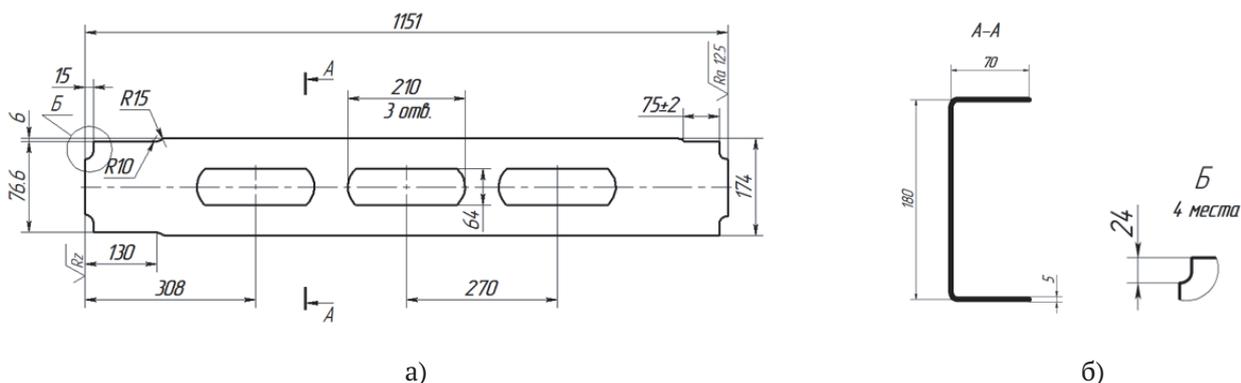
Математическая модель гибки концевых участков балок описана в работе [11].

Проведем расчет технологических параметров гибки концевых участков балки на конкретном примере. Чертеж балки представлен на рисунке 3, где левый конец обрабатывается с двух сторон, а правый концевой участок деформируется по схеме односторонней гибки [10] длина противоположных участков различная.

На способ обработки концевых участков балок получен патент на изобретение [12], который

реализуется с помощью универсально-переналаживаемого штампа (рис. 4), конструкция которого также является объектом патентного права [13]. Конструктивные особенности и подробности работы штампа можно найти в статье [14].

Для определения силовых параметров гибки воспользуемся уравнениями (9) и (25). Связь изгибающего момента с сопротивлением деформированию прослеживается на рисунке 5а. Влияние толщины полок швеллера на силу деформирования показано на рисунке 5б, характер изменения силы нелинейный. Сила деформирования возрастает с увеличением толщины полок швеллера. С увеличением относительного изгибающего мо-



**Рисунок 3.** Чертеж балки (а), поперечное сечение балки (б)

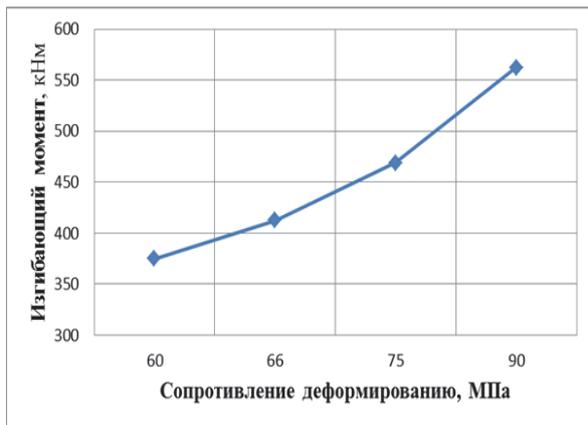


а)

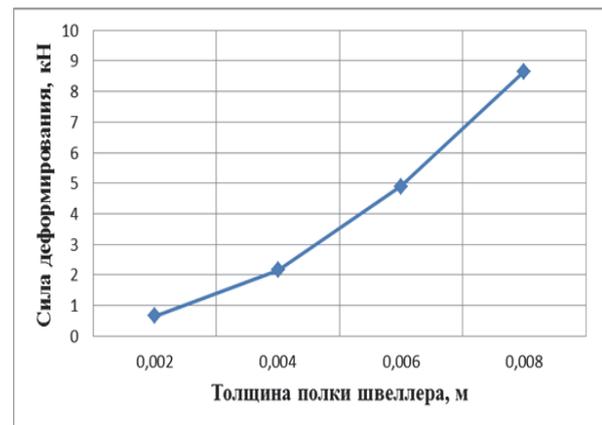


б)

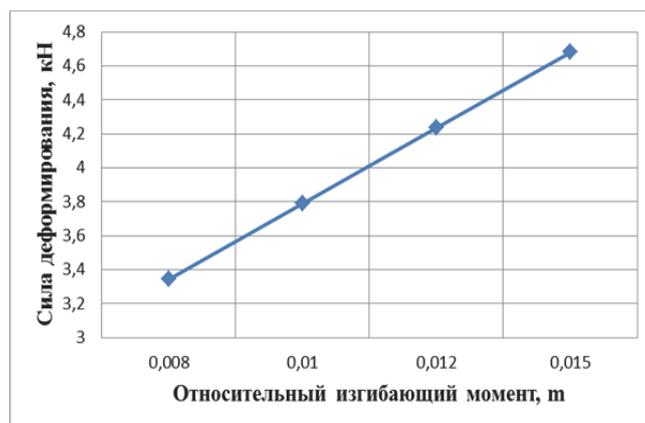
Рисунок 4. Штмп (а) для гибки концевых участков балок (б)



а - влияние сопротивления деформированию на изгибающий момент



б - влияние толщины швеллера на силу деформирования



в - влияние относительного изгибающего момента на силу деформирования

Рисунок 5. Изменение изгибающего момента от сопротивления деформированию (а) и силы деформирования от толщины швеллера (б) и относительного изгибающего момента (в)

мента сила гибки возрастает (рисунок 5б). В этом случае характер изменения линейный.

### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИБКИ КОНЦЕВЫХ УЧАСТКОВ БАЛОК В ШТАМПЕ

Поскольку толщина полок изгибаемого швеллера 5 мм, то деталь можно отнести к толстолистовым [6, 15, 16], и в качестве инструмента для численного моделирования использовать программный комплекс DEFORM 2D [17].

#### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

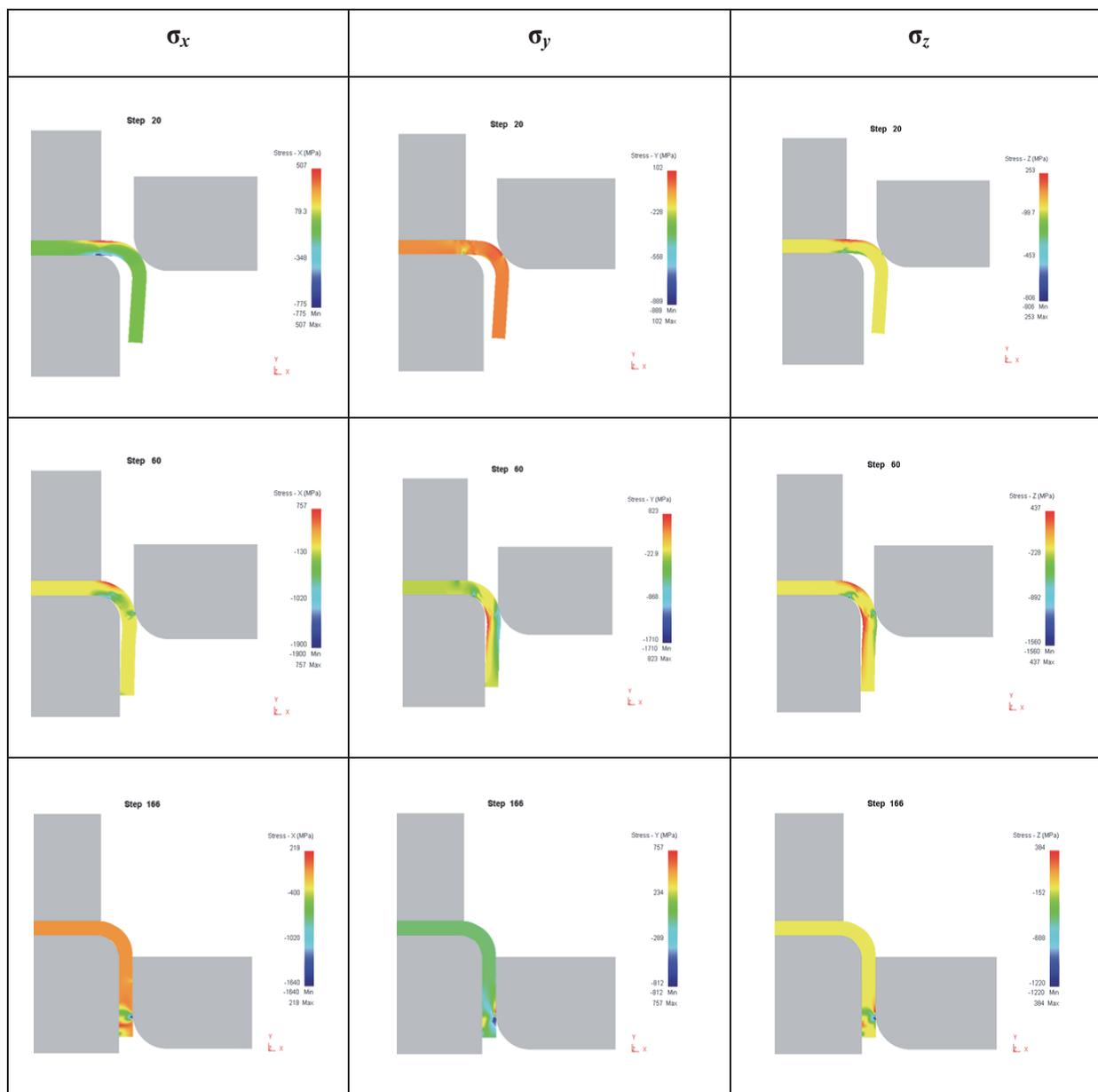
Геометрические параметры определим из чертежа балки (см. рисунок 3). Для реализации технологии гибки используется индукционный нагрев концевого участка ограниченной длины до

температуры 900°C. С учетом транспортировки к прессу и установки заготовки в штамп температура начала гибки находится на уровне 850°C, что соответствует температурному интервалу полугорячей штамповки (неполная горячая деформация). Фактор трения для этих условий принимаем по модели Прандтля – Зибеля  $f=0,5$ . В качестве условий теплообмена на стадии установки заготовки в штамп до начала рабочего хода принимаем теплообмен излучением, во время рабочего хода условия меняются на контактный теплообмен.

#### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты моделирования гибки в штампе для половины поперечного сечения балки в силу симметрии представлены в виде таблиц, при этом получены: нормальные компоненты тензора на-

Таблица 1. Нормальные компоненты тензора напряжений по стадиям деформирования



пряжений (таблица 1); касательные напряжения, максимальное главное растягивающее напряжение и интенсивность напряжений по стадиям деформирования представлены в таблице 2; компоненты тензора деформаций (таблица 3), следует отметить, что концевой элемент подвергается гибке в условиях плоского деформированного состояния, а компоненты деформаций не зависят от координаты  $z$ ; компоненты скорости деформаций в локализованном очаге деформации сечения детали; критерий Кокрофта – Латама по стадиям деформирования представлены в таблице 4.

Специфика процесса гибки ограниченного по длине (координата  $z$ ) концевой участка балки в виде гнутого швеллера заключается в том, что на начальной стадии деформирования, гибка производится по свободной схеме при контакте заготовки только с одним инструментом,

а именно с матрицей. Стадия свободного изгиба сопровождается ростом силы (таблица 5) на ходе матрицы 14 мм и, по достижении интенсивности напряжений предела текучести материала, наблюдается рост нагрузки. При ходе матрицы 26 мм сила достигает максимального значения 3,78 кН, затем силовые параметры снижаются до значения 3,45 кН и до конца рабочего хода практически не изменяются. В этот момент радиусная часть пуансона будет полностью охвачена металлом заготовки, а полка сечения балки займет вертикальное положение, хотя и не полностью будет прилегать к пуансону. При дальнейшем ходе матрицы вниз деформация полок будет отсутствовать, а движению матрицы на этой стадии препятствуют только силы трения. Протекающая деформация в локальных зонах сечения балки немонотонна.

**Таблица 2.** Напряженное состояние в очаге деформации по стадиям деформирования

Касательные напряжения	Максимальное главное растягивающее напряжение	Интенсивность напряжений
$\tau_{xy}$	$\sigma_1^{max}$	$\sigma_i$

Таблица 3. Компоненты тензора деформаций по стадиям деформирования

$\epsilon_x$	$\epsilon_y$	$\gamma_{xy}$

Поскольку очаг деформации в сечении балки локализуется вблизи радиусного участка пунсона, то наибольшие компоненты тензоров напряжений и деформаций проявляются в локальной зоне на радиусном участке постоянной кривизны.

Изменение температуры по сечению детали в начале и конце гибки представлено в таблице 5, здесь же приводится график изменения силовых параметров гибки концевой части балки на ограниченной длине.

### ПАРАМЕТРЫ ПРУЖИНЕНИЯ ПОСЛЕ ГИБКИ В ШТАМПЕ

Отклонение формы детали после выполнения гибочных работ predeterminedены незамкнутостью контура получаемых изделий и спецификой напряженно-деформированного состояния материала в конце гибки, что связано с неизбежностью снятия упругой составляющей деформации. При постоянстве кривизны

получаемого радиусного участка концевой элемента изгибаемой балки привлечем теорему о разгрузке, сформулированную А.А. Ильиным [18], что позволяет воспользоваться уравнениями упругого чистого изгиба, возникающего при нагружении заготовки изгибающим моментом  $M_{и}$ . Величина момента (18) должна быть такой, чтобы в конце гибки получить переходный участок от стенки к полке швеллера с заданным радиусом кривизны. При разгрузке согнутого участка детали ограниченной длины в общем случае изменяются радиус и угол гибки.

Опираясь на опытные данные [8, 10] в части несущественного изменения радиуса гибки в условиях полугорячей деформации, будем определять только величину угла пружинения  $\Delta\alpha$  изгибаемого локального участка балки в виде швеллера, для чего воспользуемся методом О. Мора и моделью изгибаемого бруса с заделкой, приложив к его свободному концу единичный момент  $M'$  [19]:

**Таблица 4.** Моделирование параметров гибки: компоненты скорости деформации и нормализованный энергетический критерий Кокрофта - Латама

Скорость деформаций		Исчерпание ресурса пластичности
$\dot{\epsilon}_x$	$\dot{\epsilon}_y$	Критерий Кокрофта - Латама

$$\Delta\alpha = \int_0^l \frac{M_H M'}{EJ} dl,$$

очевидно, что дифференциал длины дуги  $dl = \rho_H d\alpha$  и  $M' = 1$ , тогда

$$\Delta\alpha = \frac{M_H}{EJ} \rho_H \alpha, \quad (27)$$

где  $J$  – момент инерции сечения с учетом его кривизны, причем  $\frac{1}{J} + \frac{1}{J'} + \frac{1}{F\rho_H^2}$ ;

$$J' = \int_F \frac{\rho_H}{\rho_H + y} y^2 dF;$$

$F$  – площадь сечения изгибаемого участка заготовки;

$\rho_H$  – радиус нейтрального слоя при упругом изгибе бруса большой кривизны.

Если положить  $\frac{1}{J} = \lambda \frac{1}{J'}$ ,  $M_H = mW\sigma_b$ ,  $\rho_H = R_B + xs$ , то для полки заготовки прямо-

угольного сечения уравнение для определения угла пружинения приобретет вид:

$$\Delta\alpha = 2\lambda m (r_B + x) \frac{\sigma_b}{E} \arcsin \frac{a}{a+y}, \quad (28)$$

где  $E$  – модуль упругости материала заготовки при температуре обработки;

$x$  – коэффициент, определяющий положение нейтрального слоя при упругом изгибе бруса большой кривизны;

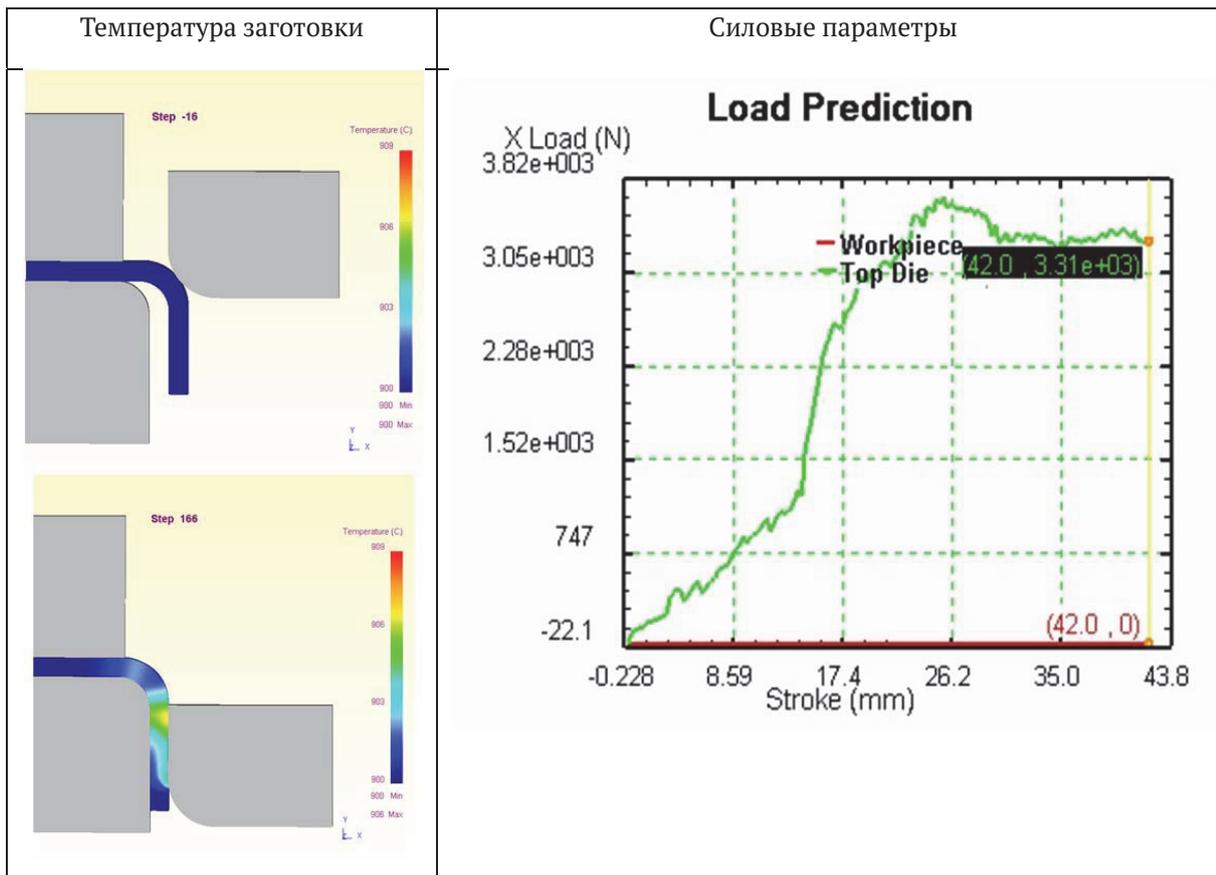
$$a = 1 + r_M + r_H; \gamma = \frac{z}{s} - 1; r_H = \frac{R_H}{s}; r_M = \frac{R_M}{s}.$$

В данном случае зазор между инструментом  $z=s$ , тогда значение  $\gamma=0$ , а угол гибки  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , т.е. формула для определения угла пружинения перепишется

$$\Delta\alpha = \pi\lambda m (r_B + x) \frac{\sigma_b}{E}. \quad (29)$$

С учетом аппроксимации кривой упрочнения степенной функцией и объемной схемы напряженного состояния [9] в очаге деформации относительный изгибающий момент может быть вычислен:

Таблица 5. Температурное поле в сечении заготовки и сила деформирования



$$m = \beta \frac{3}{2+n} \eta^2 \frac{\sigma_{in}}{\sigma_b}, \quad (30)$$

где  $\beta$  – коэффициент, учитывающий вид напряженно-деформированного состояния при гибке широких полос;

$\eta$  – коэффициент утонения;

$\sigma_{in}$  – интенсивность напряжений в наружных волокнах заготовки;

$$n = \frac{\lg \frac{\sigma_{in}}{\sigma_{02}}}{\lg \frac{\varepsilon_{in}}{\varepsilon_{02}}}, \quad (31)$$

$n$  – показатель деформационного упрочнения.

Принимая упомянутые выше допущения, выражение (30) может быть преобразовано к виду:

$$m = C \eta^2 \varepsilon_{\theta n}^n, \quad (32)$$

где

$$C = 3 \frac{1+\delta_b}{2+n} \beta \left( \frac{\beta}{\varepsilon_{in}} \right)^n, \quad (33)$$

$\delta_b$  – относительное удлинение при испытании образца на растяжение в момент образования шейки;

$\varepsilon_{in}$  – истинная (логарифмическая) деформация в момент образования шейки;

$\varepsilon_{\theta n}$  – истинная тангенциальная деформация наружных волокон.

Перечисленные показатели принимаются в соответствии с заданной температурой нагрева металла заготовки.

Из допущения равенства радиусов нейтральных слоев напряжений и деформаций, получим:

$$\varepsilon_{\theta n} = \ln \sqrt{\frac{r_b + \eta}{r_b}}. \quad (34)$$

#### ПРИМЕР РАСЧЕТА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГИБКИ КОНЦЕВЫХ УЧАСТКОВ БАЛКИ

В таблицу 6 занесены данные по механическим характеристикам стали 09Г2Д при температуре 900 °С согласно действующего стандарта [6] и известными из справочной литературы [20].

На основе опытных данных независимых исследователей [8, 10, 19], составлена таблица 7 коэффициентов для расчета параметров гибки.

Для рассматриваемого случая гибки концевого участка балки размеры балки – из чертежа (см. рисунок 3); относительный внутренний радиус гибки  $r_b = r_n = 2,4$ ; относительный радиус матрицы  $r_m = 4,0$ ; ширина пуансона  $B_n = 158$  мм; размер матрицы  $L_m = 168$  мм; расстояние между полками балки по нейтральному слою  $l = 163$  мм.

Как видно из формулы (27) на величину угла пружинения оказывают влияние относительный изгибающий момент  $m$ , относительный радиус пуансона  $r_n$ , коэффициент смещения ней-

Таблица 6. Свойства стали 09Г2Д при температуре деформации 900 °С

Параметр	$\sigma_{02}$	$\sigma_{ш}$	$\sigma_b$	E	$\delta_b$	$\psi$
Ед. изм.	МПа				%	
Значение	66	69	75	$1,5 \times 10^5$	12	95

Таблица 7. Значения коэффициентов

Коэффициент	$\mu$	$\lambda$	$\beta$	$n$	$\eta$	$\chi$	$m$
Значение	0,5	0,995	1,15	0,66	0,993	0,472	3,34
Источник, формула	[7, 10]	[10, 19]	[19]	(31)	[10]	[19]	[19]

трального слоя деформации  $\chi$  и механические характеристики материала заготовки.

Для рассматриваемого случая гибки концевых участков балки в условиях полугорячей деформации угол пружинения, полученный расчетом по зависимости (27) составил  $\Delta\alpha=0,0198$  градуса, что практически не оказывает влияния на изменение геометрических параметров сечения изготавливаемой балки при снятии упругой составляющей деформации.

### ВЫВОДЫ

Проведенный анализ операции гибки концевых участков балки ограниченной длины в условиях полугорячей деформации позволил оценить напряженное состояние металла заготовки, рассчитать необходимую силу деформирования, зависящую от геометрических параметров заготовки и инструмента, определить изгибающий момент; оценить исчерпание ресурса пластичности металла балки по стадиям деформирования, а также рассчитать параметры пружинения. Отличительной особенностью операции гибки является то, что положение полок швеллера изменяется только в начале гибки, а в конце операции определяется углом  $90^\circ$  между стенкой швеллера и его полками. В момент касания матрицей заготовки полки поворачиваются на угол меньше  $90^\circ$ , а дальше спрямляются, примыкая к пуансону, по мере движения матрицы вниз. Уменьшается размер стенки до значения  $(h-2s)$ , увеличивается радиус между полками и стенкой со значения 9 мм до 12 мм. При этом формирование радиусной части изгибаемого участка заканчивается, когда очаг деформации локализуется вблизи закругленной кромки пуансона.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пигунов, В.В. Конструкция, теория и расчет вагонов: учеб. пособие. В 2-х частях. Ч.1 / В.В. Пигунов, А.В. Пигунов. – Гомель: Бел ГУТ, 2020. – 303 с.
2. Вагоны [под ред. Л.Д. Кузмича]. – М.: Машиностроение, 1978. – 376 с.
3. ГОСТ 8278-83 «Швеллеры стальные гнутые равнополочные. Сортамент». – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 16 с.
4. ГОСТ 11474-76 «Профили стальные гнутые. Технические условия». – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 7 с.
5. ГОСТ 19281 – 2014 «Прокат повышенной прочности. Общие технические условия». – М.: Стандартиформ, 2021. – 69 с.
6. ГОСТ 19282-73 «Сталь низколегированная толстолистовая и широкополосная универсальная». – М.: Государственный комитет по стандартам, 1973. – 30 с.
7. Ильин, Л.Н. Технология листовой штамповки: учебник для вузов / Л.Н. Ильин, И.Е. Семенов. – М.: Дрофа, 2009. – 475 с.
8. Горбунов, М.Н. Технология заготовительно-штамповочных работ в производстве самолетов / М.Н. Горбунов. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
9. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
10. Мошнин, Е.Н. Гибка, обтяжка и правка на прессах / Е.Н. Мошнин. – М.: Машгиз, 1959. – 360 с.
11. Сосенушкин, Е.Н. Математическая модель напряженного состояния и силовых параметров гибки концевых участков балок / Е.Н. Сосенушкин, В.В. Белокопытов, Е.А. Яновская и др. / Международная научно-практическая конференция «Перспективные машиностроительные технологии АЕТ 2022». 21-25 ноября 2022. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 311-318.
12. Патент 2746190 Способ обработки концевых участков балки С-образного сечения / Е.Н. Сосенушкин, В.В. Белокопытов, Е.А. Яновская, А.Е. Сосенушкин. Оpubл. 08.04.2021. Бюл. №10.
13. Патент 2746193 Штамп для обработки концевых участков балки П-образного сечения / Е.Н. Сосенушкин, В.В. Белокопытов, Е.А. Яновская, А.Е. Сосенушкин. Оpubл. 08.04.2021. Бюл. №10.
14. Сосенушкин, Е.Н. Штамповая оснастка для пластического деформирования концевых участков балок в вагоностроении / Е.Н. Сосенушкин,

- В.В. Белокопытов, Е.А. Яновская и др.// Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2023. – Вып. 5. – С. 391-397.
15. Сосенушкин, Е.Н. Технологические процессы штамповки изделий из толстостенных труб/ Е.Н. Сосенушкин, В.В. Третьюхин, Е.А. Яновская // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – 2013. – №2. – С.25 – 29.
  16. Сосенушкин, Е.Н. Пластическое течение в тонком слое: теория, математические модели, анализ решений и их приложения / Е.Н. Сосенушкин, Е.А. Яновская. – М.: Янус-К, 2023. – 208 с.
  17. Паршин, В.С. Практическое руководство к программному комплексу DEFORM-3D: учебное пособие / В.С. Паршин, А.П. Карамышев, И.И. Некрасов, Ю.Б. Чечулин. – Екатеринбург: УрФУ, 2010. – 265 с.
  18. Ильюшин А.А. Труды. Т.1 (1935-1945) / Составители Е.А. Ильюшина, Н.Р. Короткина. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 352 с.
  19. Мещерин, В.Т. Определение угла пружинения при гибке П-образных деталей с учетом влияния зазора между пуансоном и матрицей / В.Т. Мещерин, Л.Н. Ильин // Кузнечно-штамповочное производство. – 1972. – № 2. – С.16-18.
  20. Ковка и штамповка. Справочник в 4-х томах/ Под общей ред. Е.И. Семенова. Т.1: Материалы и нагрев. Оборудование. Ковка. – М.: Машиностроение, 2010. – 717 с.

## MATHEMATICAL MODEL OF STRESS-STRAIN STATE AND FORCE PARAMETERS OF BENDING END SECTIONS OF CHANNELS USED IN CAR BUILDING

© 2024 E.N. Sosenushkin, E.A. Yanovskaya, A.S. Ponomareva

Moscow State Technological University “STANKIN”, Moscow, Russia

The article examines one of the boundary value problems that arise when analyzing the bending operation; an approach is used as a solution method where differential equilibrium equations are solved together with the plasticity condition under known assumptions. Computer modeling of the bending operation was carried out using the DEFORM software package. The stress-strain state of the workpiece metal and kinematic characteristics were assessed, the bending moment and force parameters for bending the end sections of a channel of limited length were determined, and the springing angle was calculated.

*Keywords:* bent channel, bending, deformation force, bending moment, mathematical and computer models, springing.

DOI: 10.37313/1990-5378-2024-26-2-131-143

EDN: UAOJLK

### REFERENCES

1. Pigunov, V.V. Konstrukciya, teoriya i raschet vagonov: ucheb. posobie. V 2-h chastyah. CH.1 / V.V. Pigunov, A.V. Pigunov. – Gomel': Bel GUT, 2020. – 303 s.
2. Vagony [pod red. L.D. Kuzmicha]. – М.: Mashinostroenie, 1978. – 376 s.
3. GOST 8278-83 «SHvellery stal'nye gnutye ravnopolochnye. Sortiment». ? М.: Izd-vo standartov, 1983. – 16 s.
4. GOST 11474-76 «Profil' stal'nye gnutye. Tekhnicheskie usloviya». – М.: Izd-vo standartov, 1978. – 7 s.
5. GOST 19281 – 2014 «Prokat povyshennoj prochnosti. Obshchie tekhnicheskie usloviya». – М.: Standartinform, 2021. – 69 s.
6. GOST 19282-73 «Stal' nizkolegirovannaya tolstolistovaya i shirokopolosnaya universal'naya». – М.: Gosudarstvennyj komitet po standartam, 1973. – 30 s.
7. Il'in, L.N. Tekhnologiya listovoj shtampovki: uchebnyk dlya vuzov / L.N. Il'in, I.E. Semenov. – М.: Drofa, 2009. – 475 s.
8. Gorbunov, M.N. Tekhnologiya zagotovitel'no-shtampovочных работ v proizvodstve samoletov / M.N. Gorbunov. – М.: Mashinostroenie, 1981. – 224 s.
9. Storozhev, M.V. Teoriya obrabotki metallov davleniem / M.V. Storozhev, E.A. Popov. – М.: Mashinostroenie, 1977. – 423 s.
10. Moshnin, E.N. Gibka, obtyazhka i pravka na pressah / E.N. Moshnin. – М.: Mashgiz, 1959. – 360 s.
11. Sosenushkin, E.N. Matematicheskaya model' napryazhennogo sostoyaniya i silovykh parametrov gibki koncevnykh uchastkov balok / E.N. Sosenushkin, V.V. Belokopytov, E.A. Yanovskaya i dr.// Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferenciya «Perspektivnye mashinostroitel'nye tekhnologii AET 2022». 21-25 noyabrya 2022. – Sankt-Peterburg, 2023. – S. 311-318.
12. Patent 2746190 Sposob obrabotki koncevnykh uchastkov balki S-obraznogo secheniya / E.N. Sosenushkin, V.V. Belokopytov, E.A. Yanovskaya, A.E. Sosenushkin. Opubl. 08.04.2021. Byul. №10.
13. Patent 2746193 Shtamp dlya obrabotki koncevnykh uchastkov balki P-obraznogo secheniya/ E.N. Sosenushkin, V.V. Belokopytov, E.A. Yanovskaya, A.E. Sosenushkin. Opubl. 08.04.2021. Byul. №10.
14. Sosenushkin, E.N. Shtampovaya osnastka dlya plasticheskogo deformirovaniya koncevnykh uchastkov balok v vagonostroenii / E.N. Sosenushkin, V.V. Belokopytov, E.A. Yanovskaya i dr.// Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki. – 2023. – Вып. 5. – С. 391-397.
15. Sosenushkin, E.N. Tekhnologicheskie processy

- shtampovki izdelij iz tolstostennyh trub/ E.N. Sosenushkin, V.V. Tret'yuhin, E.A. Yanovskaya // Kuznechno-shtampovnoe proizvodstvo. Obrabotka metallov davleniem. – 2013. – №2. – S.25 – 29.
16. *Sosenushkin, E.N.* Plasticheskoe techenie v tonkom sloe: teoriya, matematicheskie modeli, analiz reshenij i ih prilozheniya / E.N. Sosenushkin, E.A. Yanovskaya. – M.: YAnus-K, 2023. – 208 s.
17. *Parshin, V.S.* Prakticheskoe rukovodstvo k programmnomu kompleksu DEFORM-3D: uchebnoe posobie / V.S. Parshin, A.P. Karamyshev, I.I. Nekrasov, YU.B. Chechulin. – Ekaterinburg: UrFU, 2010. – 265 s.
18. *Il'yushin A.A.* Trudy. T.1 (1935-1945) / Sostaviteli E.A. Il'yushina, N.R. Korotkina. – M.: FIZMATLIT, 2003. – 352 s.
19. *Meshcherin, V.T.* Opredelenie ugla pruzhineniya pri gibke P-obraznyh detalej s uchetom vliyaniya zazora mezhdru puansonom i matricej / V.T. Meshcherin, L.N. Il'in // Kuznechno-shtampovnoe proizvodstvo. – 1972. – № 2. – S.16-18.
20. *Kovka i shtampovka.* Spravochnik v 4-h tomah/ Pod obshchej red. E.I. Semenova. T.1: Materialy i nagrev. Oborudovanie. Kovka. – M.: Mashinostroenie, 2010. – 717 s.

---

*Evgeny Sosenushkin, Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Head of Department of Composite Materials.*

*E-mail: sen@stankin.ru*

*Elena Yanovskaya, Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor of the Department of Applied  
Mathematics. E-mail: elena\_yanovskaya@bk.ru*

*Anna Ponomareva, Student of the SPD Department.*

*E-mail: ponomaryovaanna11@icloud.com*