УДК 629.78 : 681.51

# ЭКОНОМНОЕ ЦИФРОВОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МИНИСПУТНИКОМ ПРИ УСПОКОЕНИИ, ОРБИТАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ И РАЗГОНЕ РОТОРОВ В КРАТНЫХ КЛАСТЕРАХ ГИРОДИНОВ

© 2025 Е.И. Сомов, С.Е. Сомов, С.А. Бутырин, Т.Е. Сомова

Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 11.04.2025

Анализируются два важных аспекта экономного цифрового электромагнитного управления миниспутником в начальных режимах с разгоном роторов гиродинов: солнечная энергетическая поддержка при орбитальной ориентации спутника на солнечно-синхронной орбите и полётная цифровая оценка вектора индукции магнитного поля Земли по навигационным измерениям. Приводятся численные результаты по эффективности разработанных алгоритмов.

*Ключевые слова*: информационный миниспутник, экономное цифровое управление, разгон роторов гиродинов.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-2-146-155 EDN: IGYLIF

## **ВВЕДЕНИЕ**

После отделения информационного миниспутника (МС) от разгонного блока и раскрытия панелей солнечных батарей (СБ) в связанной с корпусом (body) спутника системе координат (ССК) О xyz – базисе **B** с ортами  $\mathbf{b}_i$ ,  $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$ , этот МС начинает кувыркаться – совершать пространственное ротационное движение в инерциальной системе координат (ИСК) – базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  с вектором угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}$  переменного направления. При завершении начальных режимов (НР) ориентации МС его угловое положение должно быть стабилизировано [1], например, в орбитальной системе координат (ОСК)  $O x^{\circ} y^{\circ} z^{\circ}$  – базисе **O** с ортами  $\mathbf{0}_i$ , который вращается в базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  с вектором угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_0$  (рис. 1 в [18]), а оборудование системы управления движением (СУД) подготовлено к выполнению запланированных целей. Здесь традиционно выделяют режимы успокоения (торможения вращения) корпуса МС, поворотных маневров (ПМ) для приведения ориентации спутника к требуемой, а также подготовки бортового оборудования СУД к работе. Например, начальный режим российского спутника связи Sesat, запущенного в 2000 г., включал два одноосных ПМ, последовательно выполняемых с помощью реактивных двигателей (РД) с широтно-импульсной модуляцией их тяги по сигналам приборов ориентации на Солнце (ПОС) и на Землю (ПОЗ), а также гироскопических датчиков угловой скорости (ДУС) [2,3].

Экономичность СУД в НР достигается отказом от применения РД при использовании магнитного управления [4-7] в сочетании с гравитационной стабилизацией [8]. В отличие от кластеров двигателей-маховиков [9,10] использование в НР силовых гироскопических кластеров (СГК) на основе гиродинов (ГД) требует обеспечения постоянных значений кинетических моментов (КМ) их роторов. Кратные кластеры [11-16] с коллинеарными группами ГД выделяются такими достоинствами: граница *д***S** области **S** вариации вектора **H** кинетического момента кластера совпадает с выпуклой оболочкой этой области, все поверхности сингулярных состояний СГК внутри области **S** являются проходимыми и поэтому доступны явные законы их настройки, когда все характеристики перемещения каждого ГД определяются по аналитическим соотношениям. Кластеры кратных схем *3-SPE* (*3 Scissored Pair Ensemble*, набор 3 ножничных пар) и *2-SPE* на основе трёх либо двух пар ГД, рис. 1, нашли практическое применение в СУД многих информационных спутников.

Возможности бортовой системы электропитания MC в начале его миссии не позволяют выполнить одновременный разгон роторов всех ГД в составе указанных кластеров, такой разгон доступен лишь для пар ГД. Поэтому предусмотрен режим долговременной ориентации орта  $\mathbf{n}^{_{p}}$  нормали к плоскости панелей СБ в направлении Солнца в двух вариантах стабилизации MC: в базисе  $\mathbf{I}_{_{\oplus}}$  с началом в центре Земли либо в базисе  $\mathbf{O}$  с началом в центре масс спутника  $\mathbf{O}$ 

Евгений Иванович Сомов, кандидат технических наук, доцент, начальник отдела СамГТУ. E-mail: e\_somov@mail.ru Сергей Евгеньевич Сомов, научный сотрудник СамГТУ. E-mail: s\_somov@mail.ru

Сергей Анфимович Бутырин, кандидат технических наук, начальник лаборатории СамГТУ. E-mail: butyrinsa@mail.ru Татьяна Евгеньевна Сомова, научный сотрудник СамГТУ. E-mail: te\_somova@mail.ru



Рис. 1. Отсчёт углов ГД в СГК по схеме 3-SPE (а) и по схеме 2-SPE (b)

В [14] исследован метод разгона роторов ГД в составе кратных СГК, когда угловые положения ГД зафиксированы сразу в его «парковом» состоянии, которому соответствует значение вектора его КМ **H** = **0**, рис. 2. Здесь применялся пошаговый разгон роторов в циклах последовательности пар ГД, когда при завершении каждого цикла выполняется условие **H** = **0**. При этом проявляются как инерционные возмущающие моменты из-за разгона роторов пар ГД, так и существенные гироскопические связи пространственного углового движения КА, стабилизируемого РД.



Рис. 2. Парковые состояния СГК по схеме 3-SPE (a) и по схеме 2-SPE (b)

В [15,16] представлены результаты анализа динамических процессов разгона роторов шести ГД СГК по схеме *3-SPE* при ориентации орта нормали **n**<sup>*r*</sup> к плоскости панелей СБ по орту **s** направления на Солнце при стабилизации МС на солнечно-синхронной орбите (ССО) в ИСК, см. рис. 1 в [18]. В концепции данного режима после успокоения МС предусмотрено три этапа [17]:

1) начальная ориентация МС в ИСК с необходимым расположением указанных ортов;

2) накопление измерительной информации на начальных витках ССО и ориентации МС в усредненное угловое расположение в ИСК, когда устанавливаются нелинейные колебания МС из-за противоборства гравитационного момента и управляющего момента магнитного привода (МП);

3) ситуационный разворот панелей СБ с обеспечением близости направлений отмеченных ортов. Главное достоинство этого варианта разгона роторов ГД при стабилизации МС в ИСК заключается в достойном среднегодовом значении основного фактора энергетического обеспечения спутника  $Q_s = \cos \overline{\varphi}_s^*$  при угловом рассогласовании  $\varphi_s^*$  между ортами  $\mathbf{n}^r$  и  $\mathbf{s}$ . При значении  $Q_s \ge 0.7$  обеспечивается возможность быстрого разгона роторов ГД. Очевиден недостаток этого варианта – сложность, поэтому возникает вопрос: а нельзя ли более простым способом накапливать электроэнергию от солнечного излучения, пусть даже без обеспечения быстрого разгона роторов ?

Бортовые магнитные средства являются источниками весьма мощных магнитных полей в окрестности ОСК миниспутника, которые могут создавать значительные возмущения для магнитометров (MM) и других магнитометрических датчиков. Известные способы уменьшения возмущающего влияния таких полей основаны на механически отдалённом размещении МП относительно MM, использовании оригинальных магнитных экранов и управляемой компенсации магнитных помех при включениях МП, а также на экзотическом разделении каждого временного интервала цифрового управления MC на два участка поочерёдной дискретной работы MM и MП. Полетные результаты свидетельствует о «средней» точности магнитометров при измерении вектора индукции **B** = B**b** магнитного поля Земли (МПЗ) как по модулю B (до 3%), так и по пространственному углу орта **b** (до 0,5 град). Это диктует необходимость полётного оценивания значений вектора индукции **B** МПЗ в ССК с применением цифровых информационных технологий.

В статье решаются две отмеченные выше задачи с применением и развитием результатов авторов [9-11] и [15-18] при одинаковых обозначениях координат и параметров.



на Солнце в орбитальной системе

координат

МОДЕЛИ, АЛГОРИТМЫ И ОБСУЖДЕНИЕ ЗАДАЧ

Для представления задач, решаемых в ОСК, применяются орт s направления на Солнце и орт e направления на Землю, противоположный орту 0, и направлению оси  $O y^{\circ}$  ОСК, см. рис. 3 и рис. 1 в [18]. Предполагается, что в НР ориентации панели СБ развёрнуты по оси Оz ССК на угол  $-\pi/2$ , МС имеет массу 250 кг и элементы его тензора инерции  $\mathbf{J} = \operatorname{diag}(J_x, J_y, J_z)$  в ССК связаны соотношением  $J_y < J_z < J_x$ . Численными методами исследовано движение MC на ССО [19] с высотой 570 км, наклонением 97.67 град и начальной долготой восходящего узла (ДВУ) 30 град. Такая орбита прецессирует по ДВУ со скоростью 0.9856 град/сут, изменение её наклонения носит колебательный характер при наличии малой вековой составляющей. Орт § перемещается в ОСК по образующей поверхности конуса, ось которого направлена по оси О  $z_a$  ОСК и угол полураствора  $\phi_s^* \in [59, 67]$ град регулярно изменяется в зависимости от времени года. Среднегодовое значение фактора энергетического обеспечения  $Q_s = \cos \overline{\phi}_s^* = 0.464$ .

Многие требуемые математические модели и алгоритмы управления миниспутником на ССО подробно представлены в статье [18], поэтому здесь приводятся только необходимые сведения.

Геомагнитная система координат определяется в геодезической Гринвичской системе координат (ГСК)

с помощью вектора магнитного момента  $\mathbf{M}_{\oplus} = \mathbf{M}_{\oplus} \mathbf{m}_{\oplus}$  с модулем  $\mathbf{M}_{\oplus}$  и ортом  $\mathbf{m}_{\oplus}$ , эта система используется при описании магнитного поля Земли. В простейшем случае МПЗ представляется потенциалом диполя  $\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{b}$  с модулем  $\mathbf{B} = \mu_{e}^{m} \mathbf{M}_{\oplus} a_{o}^{m} / r_{o}^{3}$ , где  $\mu_{e}^{m}$  – магнитная проницаемость вакуума и  $a_{o}^{m}$  – модуль вектора  $\mathbf{a}_{o}^{m} = \mathbf{m}_{\oplus} - 3\langle \mathbf{m}_{\oplus}, \mathbf{r}^{o} \rangle \mathbf{r}^{o}$ , который направлен по орту  $\mathbf{b} = \mathbf{a}_{o}^{m} / a_{o}^{m}$ .

Ориентация ССК **B** в ИСК  $\mathbf{I}_{\oplus}$  определяется кватернионом  $\mathbf{\Lambda} = (\lambda_0, \lambda)$ , где  $\lambda = \{\lambda_i\}$ , который представляется в форме  $\mathbf{\Lambda} = \{C_{\Phi/2}, \mathbf{e}^e S_{\Phi/2}\}$  с ортом  $\mathbf{e}^e$  оси Эйлера и углом  $\Phi$  собственного поворота, а также вектором модифицированных параметров Родрига (МПР)  $\mathbf{\sigma} = \{\mathbf{\sigma}_i\} = \mathbf{e}^e \mathbf{g} \ (\Phi/4)$ , который связан с кватернионом  $\mathbf{\Lambda}$  явными прямыми и обратными соотношениями.

Кинематические соотношения для кватерниона  $\Lambda$  и вектора МПР  $\sigma$  имеют вид  $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega/2$  и

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{4} (1 - \boldsymbol{\sigma}^2) \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \langle \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega} \rangle \boldsymbol{\sigma}, \qquad (1)$$

динамика углового движения МС описывается векторным уравнением

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} + \mathbf{M}^{\mathrm{g}} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{gr}}.$$
(2)

Здесь  $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$  является вектором КМ электромеханической СУД, столбец  $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$  представляет вектор КМ СГК, вектор  $\mathbf{M}^{\mathrm{g}} = \{\mathbf{M}_i^{\mathrm{g}}\}$  управляющего момента СГК формируется в виде  $\mathbf{M}^{\mathrm{g}} = -\mathbf{H}'$ , где (·)' – символ локальной производной по времени;  $\boldsymbol{\omega} = \{\boldsymbol{\omega}_i\}$  – вектор угловой скорости МС, представленный в ССК *Охуz*;  $\mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \{m_i^{\mathrm{m}}\}$  – вектор управляющего механического момента МП, который формируется по формуле  $\mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \{m_i^{\mathrm{m}}\} = \mathbf{L} \times \mathbf{B}$ , где вектор электромагнитного момента (ЭММ)  $\mathbf{L} = \{l_i\}$  с ограниченными компонентами  $|l_i| \leq 1^{\mathrm{m}}$  и вектор индукции МПЗ **B** с ортом **b** определены в ССК; наконец, вектор  $\mathbf{M}^{\mathrm{gr}}$  представляет возмущающий гравитационный момент.

Алгоритмы цифрового управления МП в режиме успокоения используют сочетание закона торможения, оптимального по быстродействию на начальном этапе, с автоматическим переключением на локально-оптимальный закон управления с минимальным принуждением [20 - 22]. При этом направление вектора механического момента МП **М** = **М**<sup>m</sup>(**o**) определяется ортом **k** вектора КМ  $\mathbf{K} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$  миниспутника. Синтезированный закон управления  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\omega})$  обеспечивает выполнение условия  $\boldsymbol{\omega}(t) \in \mathbf{S}_{\omega} \equiv (\boldsymbol{\omega}(t) : | \boldsymbol{\omega}(t) | \leq \Delta_{\omega}^{\circ} \forall t \geq t_{1}^{*})$ , где  $\Delta_{\omega}^{\circ}$  определяет размер множества  $\mathbf{S}_{\omega}$ . Будем считать, что в моменты времени  $t_{r} = rT_{u}^{m}$ ,  $r \in \mathbf{N}_{0} \equiv [0,1,2...)$  вектор индукции  $\mathbf{B}_{r} \equiv \mathbf{B}(t_{r}) = \mathbf{B}_{r}\mathbf{b}_{r}$  вычисляется на основе бортовой модели МПЗ при использовании дискретных измерений положения и угловой скорости МС. При формировании команды  $\mathbf{M}_{r} = -a \mathbf{K}_{r}$  для вектора механического момента МП на каждом полуинтервале времени  $t \in [t_{r}, t_{r+1})$  с заданным периодом  $T_{u}^{m}$  сначала определяется вектор потребной вариации импульса (*pulse*) управляющего момента

$$\mathbf{M}_{r}^{p} \equiv \int_{t_{r}}^{t_{r+1}} \mathbf{M}(\tau) d\tau = -a \int_{t_{r}}^{t_{r+1}} \mathbf{K}(\tau) d\tau$$
$$= -\mathbf{K}_{r} (1 - \exp(-aT_{u}^{m})) \mathbf{k}_{r}.$$

Этот вектор представляется в виде  $\mathbf{M}_r^p = \mathbf{b}_r \times (\mathbf{M}_r^p \times \mathbf{b}_r) + \mathbf{b}_r (\mathbf{M}_r^p, \mathbf{b}_r)$  и для энергетической экономичности МП назначается вектор  $\mathbf{M}_r^p = \mathbf{M}_r^{pm} \equiv \mathbf{b}_r \times (\mathbf{M}_r^p \times \mathbf{b}_r)$  с условием  $(\mathbf{M}_r^p, \mathbf{b}_r) = 0$ .

Вектор потребной вариации импульса управляющего момента МП  $\mathbf{M}_{r}^{pm} \equiv -\Delta \mathbf{I}_{r}^{m} \mathbf{k}_{r}$  с модулем  $\Delta \mathbf{I}_{r}^{m} = \mathbf{K}_{r}(1 - \exp(-aT_{u}^{m}))$  и ортом  $\mathbf{k}_{r}$  далее используется для формирования цифрового управления ЭММ  $\mathbf{L}_{r} = \{l_{ir}\}$  МП с периодом  $T_{u}^{m}$ . При этом определяется взаимная ориентация ортов  $\mathbf{b}_{r}$  и  $\mathbf{k}_{r}$ , если  $|(\mathbf{b}_{r}, \mathbf{k}_{r})| > \cos(\pi/3)$ , то на текущем периоде дискретности МП не включается, иначе формируется вектор ЭММ  $\mathbf{L}_{r} = (\Delta \mathbf{I}_{r}^{m} / T_{u}^{m})(\mathbf{b}_{r} \times \mathbf{k}_{r}) / \mathbf{B}_{r}$  с ограниченными компонентами  $|l_{ir}| \leq 1^{m}$ . Кстати, аналогичный алгоритм цифрового управления МП применяется для автоматической

Кстати, аналогичный алгоритм цифрового управления МП применяется для автоматической разгрузки СГК от накопленного кинетического момента.

Вводятся ортогональная гироскопическая система координат (ГирСК)  $Ox_c^g y_c^g z_c^g$  СГК, для простоты совпадающая с ССК Oxyz, отсчет углов ГД  $\beta_p$  при их перемещениях по осям их подвеса, см. рис. 1, и обозначения проекций ортов КМ каждого ГД на оси ГирСК

$$\begin{aligned} x_1 &= C_1 \equiv \cos\beta_1; \ x_2 = C_2 \equiv \cos\beta_2; \ y_1 = S_1 \equiv \sin\beta_1; \\ y_2 &= S_2 \equiv \sin\beta_2; \ x_3 = S_3 \equiv \sin\beta_3; \ x_4 = S_4 \equiv \sin\beta_4; \\ z_3 &= C_3 \equiv \cos\beta_3; \ z_4 = C_4 \equiv \cos\beta_4; \ y_5 = C_5 \equiv \cos\beta_5; \\ y_6 &= C_6 \equiv \cos\beta_6; \ z_5 = S_5 \equiv \sin\beta_5; \ z_6 = S_6 \equiv \sin\beta_6. \end{aligned}$$

Вектор *нормированного* кинетического момента СГК  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{H}(\boldsymbol{\beta})/h_{g}$ , где столбец  $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_{p}\}$ ,  $p = 1 \div 6$ , и матрица Якоби  $\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h} / \partial \boldsymbol{\beta}$  представляются в виде

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + S_3 + S_4 \\ S_1 + S_2 + C_5 + C_6 \\ C_3 + C_4 + S_5 + S_6 \end{bmatrix};$$
$$\mathbf{A}_{\mathrm{h}}(\mathbf{\beta}) = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & C_3 & C_4 & 0 & 0 \\ C_1 & C_2 & 0 & 0 & -S_5 & -S_6 \\ 0 & 0 & -S_3 & -S_4 & C_5 & S_6 \end{bmatrix}.$$

Вектором цифрового управления СГК  $\mathbf{u}_{k}^{g}(t) = {\mathbf{u}_{pk}^{g}(t)}$  с периодом  $T_{u}$ ,  $\mathbf{u}_{pk}^{g}(t) = \mathbf{u}_{pk}^{g} \forall t \in [t_{k}, t_{k+1})$ ,  $t_{k+1} = t_{k} + T_{u}$ ,  $k \in \mathbb{N}_{0}$ , считается вектор  $\mathbf{u}_{k}^{g} = \dot{\boldsymbol{\beta}}_{k} \equiv {\dot{\boldsymbol{\beta}}_{pk}}$  скоростей ГД по осям их подвеса с ограниченными по модулю компонентами  $|\boldsymbol{\beta}_{p}(t)| \leq \beta^{m}$ . При этом кусочно-непрерывный управляющий момент СГК формируется по соотношениям

$$\mathbf{M}_{k}^{g}(t) = -h_{g}\mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta}(t) \ \mathbf{u}_{k}^{g}(t); \ \boldsymbol{\beta}(t) = \mathbf{u}_{k}^{g}(t).$$
(3)

Сингулярные состояния этой схемы возникают при таких угловых положениях ГД, когда матрица Грама  $\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta}) \equiv \mathbf{A}_{h}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{A}_{h}^{t}(\boldsymbol{\beta})$  теряет полный ранг, т.е. при  $G = \det(\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta}) = 0)$ . На рисунках 4 и 5 представлены некоторые результаты анализа сингулярных множеств схем *3-SPE* и *2-SPE*.

Важной проблемой управления СГК избыточной структуры является выбор функции распределения вектора КМ СГК между ГД – закона настройки СГК. Наиболее рациональными являются явные законы настройки, когда все характеристики движения ГД получаются по аналитическим соотношениям. При обозначениях



Рис. 4. Множества сингулярных состояний и область вариации КМ схемы 3-SPE



**Рис. 5.** Схема 2-*SPE* (*a*), область вариации КМ (*b*) и множества сингулярных состояний (*c*)

$$\begin{aligned} x_{12} &= x_1 + x_2; \quad x_{34} = x_3 + x_4; \quad y_{12} = y_1 + y_2; \\ y_{56} &= y_5 + y_6; \quad z_{34} = z_3 + z_4; \quad z_{56} = z_5 + z_6; \\ \widetilde{x}_{12} &= \frac{x_{12}}{\sqrt{4 - y_{12}^2}}; \\ \widetilde{x}_{34} &= \frac{x_{34}}{\sqrt{4 - z_{34}^2}}; \\ \widetilde{y}_{12} &= \frac{y_{12}}{\sqrt{4 - x_{12}^2}}; \\ \widetilde{y}_{56} &= \frac{y_{56}}{\sqrt{4 - z_{56}^2}}; \\ \widetilde{z}_{34} &= \frac{z_{34}}{\sqrt{4 - x_{34}^2}}; \\ \widetilde{z}_{56} &= \frac{z_{56}}{\sqrt{4 - y_{56}^2}}; \end{aligned}$$

компоненты явного векторного закона настройки  $\mathbf{f}_{\rho}(\mathbf{\beta}) = \{f_{\rho 1}, f_{\rho 2}, f_{\rho 3}\} \equiv \mathbf{0}$  СГК схемы *3-SPE* принимаются в виде

$$f_{\rho 1}(\mathbf{\beta}) \equiv \widetilde{x}_{12} - \widetilde{x}_{34} + \rho(\widetilde{x}_{12}\widetilde{x}_{34} - 1);$$
  

$$f_{\rho 2}(\mathbf{\beta}) \equiv \widetilde{y}_{56} - \widetilde{y}_{12} + \rho(\widetilde{y}_{56}\widetilde{y}_{12} - 1);$$
  

$$f_{\rho 3}(\mathbf{\beta}) \equiv \widetilde{z}_{34} - \widetilde{z}_{56} + \rho(\widetilde{z}_{34}\widetilde{z}_{56} - 1),$$
(4)

где постоянный параметр  $\rho$ удовлетворяет условию  $0 < \rho < 1$ . Для представления условий однозначной разрешимости уравнения  $\mathbf{h}(\mathbf{\beta}) = \mathbf{h}$ , где  $\mathbf{h} = \{x, y, z\}$ является известным столбцом, относительно синусов и косинусов углов  $\beta_p$  всех шести гиродинов, вводятся обозначения

$$p_{12} = \sqrt{4 - (x_{12})^2}; q_{12} = \sqrt{4 - (y_{12})^2};$$
  

$$p_{34} = \sqrt{4 - (z_{34})^2}; q_{34} = \sqrt{4 - (x_{34})^2};$$
  

$$p_{56} = \sqrt{4 - (y_{56})^2}; q_{56} = \sqrt{4 - (z_{56})^2};$$
  

$$x_{12} = \frac{x + \Delta_x}{2}; x_{34} = \frac{x - \Delta_x}{2}; x_{56} = \frac{y + \Delta_y}{2};$$
  

$$y_{12} = \frac{y - \Delta_y}{2}; z_{34} = \frac{z + \Delta_z}{2}; z_{56} = \frac{z - \Delta_z}{2};$$
  

$$d_x = q_{12} + p_{34}; d_y = q_{56} + p_{12}; d_z = q_{34} + p_{56}$$

Условия разрешимости векторного уравнения  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}(t) = \mathbf{h}(t)$  имеют вид

$$\Delta_{x} = d_{x} \{1 - [1 - 4\rho((q_{12} - p_{34})(x/2) + \rho(q_{12}p_{34} - (x/2)^{2}))/d_{x}^{2}]^{1/2}\}/\rho;$$

$$\Delta_{y} = d_{y} \{1 - [1 - 4\rho((q_{56} - p_{12})(y/2) + \rho(q_{56}p_{12} - (y/2)^{2}))/d_{y}^{2}]^{1/2}\}/\rho;$$

$$\Delta_{z} = d_{z} \{1 - [1 - 4\rho((q_{34} - p_{56})(z/2) + \rho(q_{34}p_{56} - (z/2)^{2}))/d_{z}^{2}]^{1/2}\}/\rho$$
(5)

и при введении столбца  $\Delta = \{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\}$  очевидным образом преобразуются к нелинейному векторному уравнению  $\Delta = \Phi(\mathbf{h}, \Delta)$ . Получить аналитическое решение этого уравнения для определения углов  $\beta_p^*$  ГД в парковом состоянии СГК затруднительно, но его численное решение достигается практически мгновенно по методу простой итерации – при рациональном выборе начального точки достаточно лишь 2-3 итераций для получения результата с приемлемой точностью.

Закон настройки схемы 2-SPE строго обоснован и представлен явном аналитическом виде.



Рис. 6. Схемы разгона роторов в парах гиродинов (а) и приведения СГК в парковое состояние (b)

Положение нечетных (p = 1,3,5) и четных (p = 2,4,6) ГД в трех парах  $i = 1 \div 3$  удобно представить углами  $\alpha_i = (\beta_{2i-1} + \beta_{2i})/2$  и  $\delta_i = (\beta_{2i-1} - \beta_{2i})/2$ ,  $i = 1 \div 3$ , которые поясняют применяемое выше наименование «ножничной пары» – угол  $\alpha_i$  определяет центральную линию  $a_i$  «ножниц», а углы  $\pm \delta_i$  – положения векторов КМ  $\mathbf{h}_{2i-1}$  и  $\mathbf{h}_{2i}$  относительно линии  $a_i$  в i-ой паре ГД.

Парковое состояние СГК, которому соответствует значение вектора его КМ  $\mathbf{H} = \Sigma \mathbf{h}_p = \mathbf{0}$  при  $\mathbf{h}_p = |\mathbf{h}_p| = h_g$ , приведено на рис. 2*a*. Здесь векторы КМ всех 3 пар ГД  $\mathbf{h}_i = \mathbf{h}_{2i-1} + \mathbf{h}_{2i}$  с одинаковыми модулями и концами в точках **A**, **B** и **C** принадлежат плоскости **P**, которая содержит начало **O** ГирСК, причем векторы  $\mathbf{h}_i$  направлены по линиям  $a_i$ . Детальный топологический анализ сингулярных состояний схемы *3-SPE* и проходимости внутренних сингулярных поверхностей данной схемы показывает, что все эти поверхности проходимы. Наибольшую сложность в исследовании доставляет именно начало ГирСК – центр сгустка сингулярных поверхностей, см. рис. 4.

Явный векторный закон настройки СГК принимается в виде

$$\mathbf{A}_{\beta}(\boldsymbol{\beta})\dot{\boldsymbol{\beta}} = -\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\beta}) \equiv -\mathbf{sat}(\boldsymbol{\phi}_{\alpha},\boldsymbol{\mu}_{\alpha}\mathbf{f}_{\alpha}(\boldsymbol{\beta})), \tag{6}$$

где прямоугольная матрица Якоби  $\mathbf{A}_{\beta}(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{f}_{\rho}(\boldsymbol{\beta}) / \partial \boldsymbol{\beta}$  и векторная функция

$$\mathbf{sat}(\phi_{\rho},\mu_{\rho}\mathbf{f}_{\rho}(\boldsymbol{\beta})) = \{\mathbf{sat}(\phi_{\rho},\mu_{\rho}f_{\rho i}(\boldsymbol{\beta}))\}, \ i = 1 \div 3,$$

имеет параметры ограничения  $\phi_{\rho}$  и усиления  $\mu_{\rho}$ . Данный закон настройки обеспечивает отсутствие сингулярных состояний СГК по схеме *3-SPE* для всех внутренних точек области **S** вариации вектора его суммарного кинетического момента. Здесь рационален выбор параметра  $\rho = 0.65$ .

Для СГК по схеме *3-SPE* в плоскости изменения КМ каждой *i*-ой паре ГД введем линии  $b_i$ , ортогональные линиям  $a_i$ , рис. 6 *a*, и будем считать, что направления осей роторов нечетных (p = 1,3,5) и четных (p = 2,4,6) ГД в парах  $i = 1 \div 3$  зафиксированы в корпусе КА с помощью арретиров по линиям  $b_i$  при значениях углов ГД  $\beta_{2i-1} = \beta_{2i} - \pi$ , так как согласно применяемой стратегии отсчета углов гиродины с нечетными номерами в парах всегда перемещаются впереди ГД с четными номерами, см. рис. 1, 2 и 6 *a*.

При последовательном разгоне роторов в каждой паре ГД с одинаковыми ускорениями в противоположных направлениях вплоть до номинального значения  $h_{\rm g}$  их собственных КМ инерционные возмущающие моменты компенсируются. В результате КМ всех шести ГД принимают значения  $h_{\rm g}$  без влияния их инерционных возмущающих моментов на угловое движение корпуса КА и при отключении арретиров гиродинов СГК будет готов для приведения в его парковое состояние.

При развороте двух ГД с противоположными векторами КМ в *i*-ой паре в разные стороны с одинаковыми скоростями по осям подвеса создаваемые ими гироскопические моменты складываются, а вектор КМ  $\mathbf{h}_i(t)$  этой пары ГД изменяется вдоль центральной линии  $a_i$ , см. рис. 2 и 6 *b*. Поэтому приведение СГК в парковое состояние с условиями  $\mathbf{H}(t) \equiv \mathbf{0}$  и  $\mathbf{M}^g(t) = -\mathbf{H}'(t) \equiv \mathbf{0}$  рационально выполнять указанные развороты гиродинов во всех трех парах *одновременно* в следующей последовательности:

1) все шесть ГД разворачиваются в соответствующих направлениях с одинаковыми постоянными угловыми скоростями до значений их углов  $\hat{\beta}_{2i-1} = \beta^*_{2i-1} - \chi$ ,  $\hat{\beta}_{2i} = \beta^*_{2i} + \chi$  в парах  $i = 1 \div 3$  с заданным постоянным углом  $\chi = 1$  град;

2) при значении командного управляющего момента СГК **М**<sup>g</sup> ≡ **0** включается закон его настройки (6), который автоматически приводит СГК точно в парковое состояние.

В статьях [15] и [23] представлены результаты авторов по исследованию динамических процессов разгона роторов шести гиродинов и приведения СГК в парковое состояние для малого информационного спутника на ССО с другими параметрами.

#### КОМПЬЮТЕРНАЯ ИМИТАЦИЯ

Имитация выполнена для МС с тензором инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}(130,98,114)$  кгм<sup>2</sup> на ССО при таких параметрах оборудования СУД: максимальное значение ЭММ магнитного привода  $1^{\text{m}} = 20 \text{ Am}^2$  при периоде его цифрового управления  $T_u^{\text{m}} = 16 \text{ c}$ ; собственный КМ каждого ГД  $h_e = 10 \text{ Hmc}$ .

Рисунок 7 представляет изменения угловой скорости МС при его успокоении, переходе в ОСК и орбитальной гравитационно-магнитной стабилизации, где указаны номера n витков солнечносинхронной орбиты. На рисунках 8 и 9 детально представлены изменения векторов механического и электромагнитного моментов МП при его цифровом управлении на 4-ом витке ССО.

Рисунки 10 и 11 демонстрируют угловые ошибки орбитальной стабилизации МС и изменение пространственного угла  $\phi_y$  между ортами местной вертикали  $\mathbf{0}_2$  и нормали  $\mathbf{n}^p$  к плоскости панелей СБ. Здесь нетрудно убедиться, что в стабильном режиме такие отклонения не превышают 0,2 град по модулю, что вполне достаточно для решения целевых задач СУД в рассматриваемой части НР ориентации МС.





**Рис. 9.** Вектор электромагнитного момента магнитного привода с цифровым управлением



**Рис. 11.** Угол  $\phi_v$  между ортами  $\mathbf{0}_2$  и  $\mathbf{n}^p$ 



Рис. 8. Векторы механического и электромагнитного моментов магнитного привода



Рис. 10. Погрешности стабилизации в ОСК

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен анализ двух важных аспектов экономного цифрового электромагнитного управления миниспутником в начальных режимах с разгоном роторов шести гиродинов: солнечная энергетическая поддержка при гравитационномагнитной стабилизации спутника на солнечно-

синхронной орбите и полётная цифровая оценка вектора индукции МПЗ по его компьютерной модели и измерениям, выполняемых навигационными спутниками.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н.* Управление ориентацией космических аппаратов. М., Наука, Физмат-лит, 1974. 600 с.
- 2. *Somov S.* Damping dynamics of a flexible satellite at pulse-width modulation of an engine control. Russian Aeronautics. 2005. Vol. 48, no. 4. P. 34-44.
- 3. *Сомов С.Е.* Анализ колебаний конструкции спутника при наведении на Солнце и Землю с широтно-импульсной модуляцией управления двигателями // Известия Самарского научного центра РАН. 2007. Том 9, №3. С. 847-858.
- 4. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М., Машиностроение, 1975. 248 с.
- 5. *Боевкин В.И., Гуревич Ю.Г., Павлов Ю.Н., Толстоусов Г.Н.* Ориентация искусственных спутников в гравитационных и магнитных полях. М., Наука, Физматлит, 1976. 304 с.
- 6. Алпатов А.П., Драновский В.И., Салтыков Ю.Д., Хорошилов В.С. Динамика космических аппаратов с магнитными системами управления. М., Машиностроение, 1978. 200 с.
- 7. *Овчинников М.Ю., Ролдугин Д.С.* Современные алгоритмы активной магнитной ориентации спутника // Космические аппараты и технологии. 2019. Том 3, № 2 (28). С. 73-86.
- 8. *Бесекерский В.А., Иванов В.А., Самотокин Б.Б.* Орбитальное гирокомпасирование. СПб., Политехника, 1993. 256 с.
- 9. *Сомова Т.Е.* Экономичное цифровое управление ориентацией информационного спутника в начальных режимах // Известия Самарского научного центра РАН. 2017. Том 19, № 4. С. 122-129.
- 10. *Сомов С.Е., Сомова Т.Е.* Автономное цифровое управление мини-спутником землеобзора в режимах начальной ориентации // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 5. С. 84-93.

- Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Управление кратными кластерами гиродинов в системах ориентации космических аппаратов // 15 Российская мультиконференция по проблемам управления. Материалы конференции «Управление в аэрокосмических системах». СПб., ГНЦ РФ «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2022, С. 103-106.
- 12. Токарь Е.Н., Легостаев В.П., Платонов В.Н., Седых Д.А. Кратные гиросиловые системы // Космические исследования. 1981. Том 19, № 6. С. 813–822.
- 13. Сомов Е.И. Анализ сингулярных состояний и синтез явных законов настройки гирокомплексов кратных схем // Гироскопия и навигация. 2013. № 1(80). С. 134–148.
- 14. Somov S., Butyrin S. Guidance and robust pulse-width control of an information satellite at initial, service and emergency modes. IFAC-OnLinePapers. 2011. Vol. 44, no. 1. P. 2072–2077.
- 15. Сомов С.Е. Разгон гиророторов и включение избыточного кластера гиродинов в контур управления ориентацией информационного спутника // Известия Самарского научного центра РАН. 2017. Том 19, № 4. С. 130-138.
- 16. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е. Цифровое управление кластером шести гиродинов при начальной ориентации космического аппарата // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. Том 21, № 5. С. 116-129.
- 17. Сомов Е.И., Бутырин С.А. Энергосберегающее цифровое управление магнитным приводом в аварийном режиме ориентации спутника // Известия Самарского научного центра РАН. 2018. Том 20. № 1. С. 37-44.
- 18. *Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е.* Экономичное цифровое управление в аварийном режиме стабилизации спутника на солнечно-синхронной орбите // Известия Самарского научного центра РАН. 2018. Том 20. № 6. С. 196-201
- 19. Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребенников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, Физматлит, 1976. 864 с.
- 20. Фурасов В.Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация. М., Наука, Физматлит, 1977. 248 с.
- 21. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.И. Управление колебаниями. М., Наука, Физматлит, 1980. 384 с.
- 22. Акуленко Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления. М., Физматлит, Наука, 1987. 368 с.
- 23. *Somov S., Somov Ye., Butyrin S., Somova T.* A spin-up of the rotors and enable a control gyro cluster into the spacecraft attitude system. Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2019. Vol. 10, no. 3. P. 451-462.

# ECONOMIC DIGITAL ELECTROMAGNETIC CONTROL OF A MINISATELLITE WHEN CALMING, ORBITAL ORIENTATION AND ROTORS SPIN-UP IN A REDUNDANT CLUSTER OF GYRODINES

© 2025 Ye.I. Somov, S. Ye. Somov, S.A. Butyrin, T. Ye. Somova

# Samara State Technical University, Samara, Russia

Two important aspects of economical electromagnetic control of a minisatellite in initial modes with a spin-up of gyrodines rotors are analyzed: solar energetic supporting when orbital orientation of the satellite in a sun-synchronous orbit and flight digital estimating an induction vector of the Earth's magnetic field based on navigation measurements. Numerical results on the efficiency of the developed algorithms are presented.

*Key words:* information minisatellite, economical digital control, acceleration of gyrodines rotors DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-2-146-155 EDN: IGYLIF

# REFERENCES

- 1. Raushenbah B.V., Tokar' E.N. Upravlenie orientaciej kosmicheskih apparatov. M., Nauka, Fizmat-lit, 1974. 600 s.
- 2. *Somov S.* Damping dynamics of a flexible satellite at pulse-width modulation of an engine control. Russian Aeronautics. 2005. Vol. 48, no. 4. P. 34-44.
- 3. *Somov S.E.* Analiz kolebanij konstrukcii sputnika pri navedenii na Solnce i Zemlyu s shi-rotno-impul'snoj modulyaciej upravleniya dvigatelyami // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2007. Tom 9, №3. S. 847-858.
- 4. *Kovalenko A.P.* Magnitnye sistemy upravleniya kosmicheskimi letatel'nymi apparatami. M., Mashinostroenie, 1975. 248 s.
- 5. *Boevkin V.I., Gurevich Yu.G., Pavlov Yu.N., Tolstousov G.N.* Orientaciya iskusstvennyh sputnikov v gravitacionnyh i magnitnyh polyah. M., Nauka, Fizmatlit, 1976. 304 s.
- 6. *Alpatov A.P., Dranovskij V.I., Saltykov Yu.D., Horoshilov V.S.* Dinamika kosmicheskih apparatov s magnitnymi sistemami upravleniya. M., Mashinostroenie, 1978. 200 s.
- 7. *Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S.* Sovremennye algoritmy aktivnoj magnitnoj orientacii sputnika // Kosmicheskie apparaty i tekhnologii. 2019. Tom 3, № 2 (28). S. 73-86.
- 8. Besekerskij V.A., Ivanov V.A., Samotokin B.B. Orbital'noe girokompasirovanie. SPb., Politekhnika, 1993. 256 s.
- 9. *Somova T.E.* Ekonomichnoe cifrovoe upravlenie orientaciej informacionnogo sputnika v nachal'nyh rezhimah // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2017. Tom 19, № 4. S. 122-129.
- 10. *Somov S.E., Somova T.E.* Avtonomnoe cifrovoe upravlenie mini-sputnikom zemleobzora v rezhimah nachal'noj orientacii // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2020. Tom 22. № 5. S. 84-93.

- 11. Somov E.I., Butyrin S.A., Somov S.E., Somova T.E. Upravlenie kratnymi klasterami girodinov v sistemah orientacii kosmicheskih apparatov // 15 Rossijskaya mul'tikonferenciya po problemam upravleniya. Materialy konferencii «Upravlenie v aerokosmicheskih sistemah». SPb., GNC RF «Koncern «CNII «Elektropribor». 2022, S. 103-106.
- 12. *Tokar' E.N., Legostaev V.P., Platonov V.N., Sedyh D.A.* Kratnye girosilovye sistemy // Kosmicheskie issledovaniya. 1981. Tom 19, № 6. S. 813–822.
- 13. *Somov E.I.* Analiz singulyarnyh sostoyanij i sintez yavnyh zakonov nastrojki girokompleksov kratnyh skhem // Giroskopiya i navigaciya. 2013. № 1(80). S. 134–148.
- 14. *Somov S., Butyrin S.* Guidance and robust pulse-width control of an information satellite at initial, service and emergency modes. IFAC-OnLinePapers. 2011. Vol. 44, no. 1. P. 2072–2077.
- 15. *Somov S.E.* Razgon girorotorov i vklyuchenie izbytochnogo klastera girodinov v kontur upravleniya orientaciej informacionnogo sputnika // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2017. Tom 19, № 4. S. 130-138.
- 16. *Somov E.I., Butyrin S.A., Somov S.E.* Cifrovoe upravlenie klasterom shesti girodinov pri nachal'noj orientacii kosmicheskogo apparata // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2019. Tom 21, № 5. S. 116-129.
- 17. *Somov E.I., Butyrin S.A.* Energosberegayushchee cifrovoe upravlenie magnitnym privodom v avarijnom rezhime orientacii sputnika // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2018. Tom 20. № 1. S. 37-44.
- 18. *Somov E.I., Butyrin S.A., Somova T.E.* Ekonomichnoe cifrovoe upravlenie v avarijnom rezhime stabilizacii sputnika na solnechno-sinhronnoj orbite // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra RAN. 2018. Tom 20. № 6. S. 196-201
- 19. Abalakin V.K., Aksenov E.P., Grebennikov E.A., Demin V.G., Ryabov Yu.A. Spravochnoe rukovodstvo po nebesnoj mekhanike i astrodinamike. M.: Nauka, Fizmatlit, 1976. 864 s.
- 20. Furasov V.D. Ustojchivost' dvizheniya, ocenki i stabilizaciya. M., Nauka, Fizmatlit, 1977. 248 s.
- 21. Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Sokolov B.I. Upravlenie kolebaniyami. M., Nauka, Fizmatlit, 1980. 384 s.
- 22. Akulenko L.D. Asimptoticheskie metody optimal'nogo upravleniya. M., Fizmatlit, Nauka, 1987. 368 s.
- 23. *Somov S., Somov Ye., Butyrin S., Somova T.* A spin-up of the rotors and enable a control gyro cluster into the spacecraft attitude system. Mathematics in Engineering, Science and Aerospace. 2019. Vol. 10, no. 3. P. 451-462.

Yevgeny Somov, Candidate of Technics, Associate Professor, Head of Department, Samara State Technical University. *E-mail:* e\_somov@mail.ru

Sergey Somov, Researcher of Samara State Technical University. E-mail: s\_somov@mail.ru

Sergey Butyrin, Candidate of Technics, Head of Laboratory, Samara State Technical University. E-mail: butyrinsa@mail.ru Tatyana Somova, Researcher of Samara State Technical University. E-mail: te\_somova@mail.ru