

# АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА НАНЕСЕНИЯ МИКРОУГЛУБЛЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ КОЛЛЕКТОРА

© 2025 В.В. Жалнин

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
г. Саратов, Россия

Статья поступила в редакцию 21.04.2025

В статье приведен анализ результатов математического моделирования процесса нанесения микроуглублений на поверхность коллектора электродвигателя прокатыванием шлифовальной ленты. На основе математического моделирования была построена компьютерная модель процесса формирования микроуглублений на поверхности коллектора с целью повышения его износостойкости. Компьютерная модель позволила выполнить численный анализ процесса формирования микроуглублений и наглядно его представить в виде графических зависимостей. Показано, что с увеличением зернистости шлифовальной ленты число микроуглублений уменьшается, а суммарная площадь поверхности микроуглублений возрастает. Установлена также зависимость суммарной площади микроуглублений и их числа от числа проходов шлифовальной ленты.

*Ключевые слова:* микроуглубления, коллектор, математическая модель, площадь микроуглублений, число микроуглублений.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-3-195-199

EDN: SEGSQL

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема повышения износостойкости поверхностей трения обычно решается созданием дискретного микрорельефа, который удерживает смазку в рабочей зоне контактирующих поверхностей. [1-10]. Недостатками этих способов является низкая производительность и получение гладких впадин дискретного микрорельефа, которые плохо удерживают смазку.

Нетривиальным решением проблемы повышения износостойкости коллекторной пары электродвигателей является нанесение на поверхность коллектора микроуглублений накаткой шлифовальной лентой [11-13]. Необычность данного процесса состоит в том, что он приводит к многократному повышению износостойкости коллектора. Чтобы понять и обосновать возможность применения процесса нанесения микроуглублений шлифовальной лентой, автор на основе ранее выполненных исследований в области теории абразивной обработки [14, 15], теории деформирования тонких оболочек [16] и закономерностей теории вероятностей построил математическую модель этого процесса [13] и показал высокую его эффективность. Было установлено, что эффективность процесса формирования на поверхности коллектора микроуглублений обеспечивается тем, что в процессе работы электродвигателя частички износа графитовых щеток запрессовываются в микроуглубления и начинают играть роль твердой смазки. Ниже приведен анализ результатов математического моделирования процесса формирования микроуглублений прокаткой шлифовальной ленты.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В результате прокатки шлифовальной ленты на поверхности коллектора формируются микроуглубления со случайными геометрическими параметрами. Суммарная площадь всех микроуглублений на обрабатываемой поверхности зависит как от числа этих микроуглублений, так и от их размеров, которые являются случайными величинами. Известно, что математическое ожидание произведения случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин:

$$S_o = z_o \cdot s_o, \quad (1)$$

где  $S_o$  – математическое ожидание суммарной площади всех микроуглублений,  $мм^2$ ,  $z_o$  – среднее число микроуглублений на поверхности коллектора;  $s_o$  – средняя площадь микроуглублений,  $мм^2$ .

Величины  $s$  и  $z$  являются независимыми случайными величинами, так как величина  $z$  зависит от диаметра абразивных зерен, а величина  $s$  от диаметра зерен не зависит. Следовательно, дисперсия

суммарной площади микроуглублений определяется по известной в теории вероятностей зависимости, как дисперсия произведения двух независимых случайных величин:

$$D(S) = D(s) \cdot D(z) + D(s) \cdot z_o^2 + D(z) \cdot s_o^2, \quad (2)$$

где  $D(z)$  – дисперсия числа микроуглублений на единице поверхности, равная для закона Пуассона  $D(z) = z_o$ ;  $D(s)$  – дисперсия распределения площади микроуглублений, равная  $D(s) = \sigma_s^2$ .

Если накатка микроуглублений осуществляется не за один оборот заготовки, то надо учесть, что при последующих проходах часть микроуглублений попадет в предыдущие микроуглубления. Например, если осуществляется второй проход, то вероятность этого события будет равна:

$$P = S \cdot \frac{S_1}{F}, \quad (3)$$

где  $S_1$  – площадь ранее накатанных микроуглублений,  $\text{мм}^2$ ;  $F$  – площадь поверхности, на которую накатываются микроуглубления,  $\text{мм}^2$ ;  $S$  – площадь вновь накатываемых микроуглублений,  $\text{мм}^2$ .

С учетом (3) площадь, занимаемая микроуглублениями после повторного прохода, будет равна:

$$S_2 = S_1 + \left( S - S \frac{S_1}{F} \right), \quad (4)$$

Но так как второй проход осуществляется тем же инструментом при тех же условиях, что и первый, то следует принять  $S = S_1$ . Тогда равенство (4) примет вид:

$$S_2 = S_1 \cdot \left( 2 - \frac{S_1}{F} \right), \quad (5)$$

Аналогично (5) определим площадь микроуглублений, оставленных на обрабатываемой поверхности после третьего прохода:

$$S_3 = S_2 + \left( S_1 - S_1 \frac{S_2}{F} \right) = 3S_1 \left( 1 - \frac{S_1}{F} + \frac{S_1^2}{3F^2} \right), \quad (5)$$

Подобно (6) определим суммарную площадь микроуглублений после  $k$ -ого прохода:

$$S_k = S_{k-1} + \left( S_1 - S_1 \frac{S_{k-1}}{F} \right), \quad (6)$$

где  $S_k$  – суммарная площадь микроуглублений после  $k$ -ого прохода,  $\text{мм}^2$ ;  $S_{k-1}$  – суммарная площадь микроуглублений после  $(k-1)$ -ого прохода,  $\text{мм}^2$ .

По той же методике находим и число микроуглублений, оставленных абразивными зернами после  $k$ -ого прохода:

$$z_k = z_{k-1} + \left( z_1 - z_1 \frac{S_{k-1}}{F} \right), \quad (8)$$

Как видно, зависимости (7) и (8) носят рекуррентный характер.

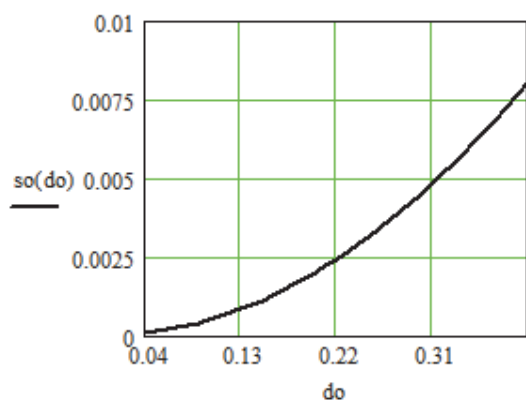
На основе полученных математических моделей разработан алгоритм и протестирована на языке программирования MatCad система компьютерного имитационного моделирования процесса формирования микроуглублений на поверхности коллекторов электродвигателей накаткой шлифовальной лентой, и выполнен компьютерный эксперимент, который выявил и наглядно представил зависимости вероятностных параметров микроуглублений на поверхности коллектора от зернистости абразивного инструмента и числа проходов шлифовальной ленты.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости среднего значения площади впадины от зерен и их среднего числа на обрабатываемой поверхности.

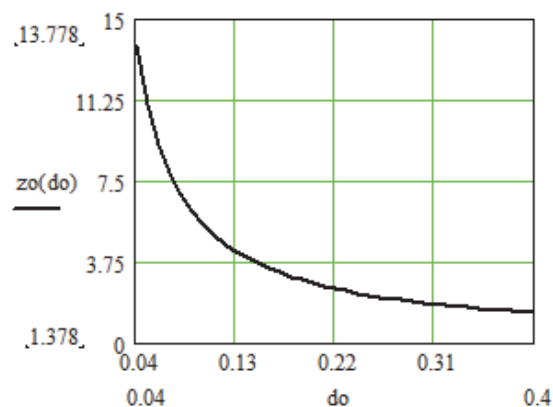
Как видно из рисунков 1 и 2, с увеличением зернистости инструмента площадь единичных впадин от зерен увеличивается, а число впадин уменьшается. Это объясняется тем, что более крупные абразивные зерна могут оставить более глубокие канавки большей площади, чем мелкие зерна. Но крупнозернистый инструмент имеет меньшее удельное число зерен, чем мелкозернистый, поэтому и число оставленных этими зернами углублений получается меньшим.

На рис. 3 представлена зависимость среднего значения суммарной площади впадин от зерен и числа впадин на единице поверхности коллектора в зависимости от зернистости инструмента.

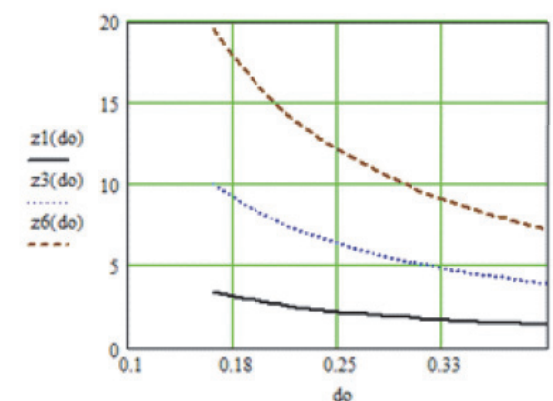
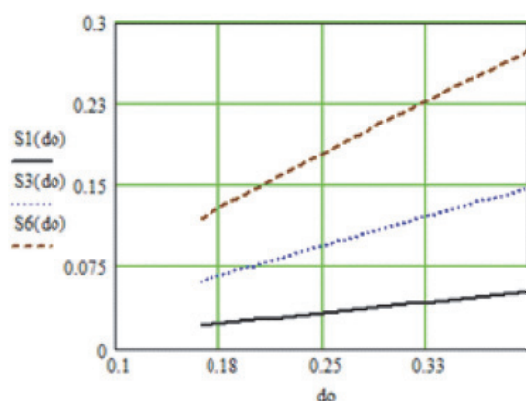
Как видно из рисунка 3, с увеличением зернистости площадь впадин от зерен возрастает, а число микровпадин от зерен уменьшается. Объясняется это тем, что с возрастанием зернистости увеличивается возможная глубина впадин от зерен. А так как площадь впадины имеет квадратичную зависимость от ее глубины, то с возрастанием зернистости увеличиваются площади впадин. Число



**Рис. 1.** Зависимость средней площади впадины от зерен  $s_o$  от зернистости инструмента  $d_o$



**Рис. 2.** Зависимость среднего числа впадин от зерен  $z_o$  от зернистости инструмента  $d_o$



зерен в меньшей степени зависят от зернистости. Поэтому в целом зависимость носит возрастающий характер.

С увеличением числа проходов при накатке микровападин суммарная их площадь и число возрастает. Так как площадь микровападин намного меньше площади, на которую они наносятся, то степень перекрытия их при повторных накатках незначительно, а влияние этого фактора на суммарную площадь впадин невелико.

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет выявить закономерности влияния зернистости шлифовальной ленты на площадь микроуглублений и их числа, оставленными абразивными зёрнами при прокатке коллектора шлифовальной лентой.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный анализ выявил зависимость суммарной площади микроуглублений и их числа, оставленными абразивными зёрнами при прокатке коллектора электродвигателя шлифовальной лентой, от зернистости инструмента. Установлено, что с увеличением зернистости шлифовальной ленты число микроуглублений на единице поверхности коллектора уменьшается, а суммарная площадь микроуглублений возрастает. Объясняется это тем, что с возрастанием зернистости уменьшается число абразивных зерен на единице поверхности инструмента, но увеличивается их глубина внедрения в обрабатываемую поверхность. А так как площадь впадины имеет квадратичную зависимость от ее глубины, то в целом зависимость доли микроуглублений на поверхности коллектора носит возрастающий характер.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермольчева, Н.В. К оценке площади поверхности микролунок частично регулярного микрорельефа при дискретном вибрационном резании / Н.В. Ермольчева, Б.С. Орлов, А.В. Королёв, А.А. Скрипкин // *Авиационная промышленность*. – 2013. – № 4. – С. 24-27.

2. Пат. 2401731 Способ формирования плосковершинного регулярного микрорельефа выглаживанием / Кузнецов В. П., Горгоц В. Г., Ильичев С. А.; заявитель и патентообладатель ООО «Предприятие «Сенсор». – Оpubл. 20.10.2010. Бюл. № 29 – 4 с.
2. *Пушкарев? Д.В.* Формирование регулярного микрорельефа в отверстиях малого диаметра / Д.В. Пушкарев, И.В. Батинов // Технические науки - от теории к практике: сб. ст. по матер. XXXIII междунар. науч.-практ. конф. № 4(29). – Новосибирск: СибАК, 2014.
2. *Таламанов, П.Н.* Исследование регулярного микрорельефа поверхности детали при вибронакатывании / П.Н. Таламанов, В.Н. Таламанов, Ю.Ю. Старчик, Н.И. Федоссенко // Механизация строительства. – 2016. – Т. 77. – № 9. – С. 62-64.
2. Пат. 2495287 Российская федерация, МПК F16C 33/58. Способ повышения маслостойкости шарикоподшипника / Орлов Б.С., Королев А.В., Ермольчева Н.В.; заявитель и патентообладатель СГТУ имени Гагарина Ю.А. Опубликовано: 10.10.2013 Бюл. № 28. – 5с.
2. Пат. 113686 МПК B24B 39/00. Устройство для вибрационной обработки поверхностей / Ермольчева Н.В., Орлов Б.С., Королев А.В.; заявитель и патентообладатель СГТУ имени Гагарина Ю.А. Опубликовано: 27.02.2012 Бюл. № 6
2. *Киселев, М.Г.* Технология и оборудование электроэрозионного модифицирования поверхности титановых винтовых стоматологических имплантатов с формированием на ней частично регулярного микрорельефа / М.Г. Киселев, С.Г. Монич, О.Н. Колесник // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2018. – № 1 (58). – С. 27-35.
2. *Ягьяев, Э.Э.* Повышение надежности работы пары трения «шків-ремень» вариаторов автомобилей за счет нанесения на их поверхность регулярного микро-рельефа методом лазерной абляции / Э.Э. Ягьяев // Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета. – 2018. – № 1 (59). – С. 202-208
2. Пат. 2442841 Способ подготовки поверхности детали с использованием ультразвуковых колебаний / Ковалевская Жанна Геннадьевна, Клименов Василий Александрович Национально исследовательский Томский политехнический университет. Опубликовано: 20.02.2012. Бюл. № 5.
10. Пат. 2329131 Способ создания регулярного микрорельефа на цилиндрических заготовках / Киселев Е. С., Степчева З. В., Ковальногов В.Н. Опубликовано: 20.07.2008. Бюл. № 20.
11. *Королев, А.А.* Определение числовых параметров процесса формирования дискретного микрорельефа на поверхностях коллектора / А.А. Королев, А.В. Королев, В.В. Жалнин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2023. – № 7. – С. 415-420. – DOI 10.24412/2071-6168-2023-7-415-416. – EDN XNNRSC.
12. *Королев, А.В.* Определение площади поверхности смазочных канавок при процессе формирования частично регулярного микрорельефа на цилиндрических поверхностях / А.В. Королев, А.А. Королев, В.В. Жалнин // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2024. – № 2. – С. 460-464. – DOI 10.24412/2071-6168-2024-2-460-461. – EDN PQCUJR.
13. *Королев, А. В.* Повышение износостойкости коллекторной пары созданием микроуглублений на поверхности коллектора / А.В. Королев, В.В. Жалнин, А.А. Королев // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2024. – № 9. – С. 545-546. – DOI: 10.24412/2071-6168-2024-9-545-546.
14. *Korolev, A.V.* Gutting geometry of abrasive grains / A.V. Korolev, A.N. Vasin, V.A. Nazar'eva, O.P. Reshetnikova// Russian Engineering Research, 2014, Vol. 34, No.10, pp 655-659.
15. *Королев, А.В.* Геометрические параметры режущей части абразивных зерен / А.В. Королев, А.Н. Васин, В.А. Назарьева, О.П. Решетникова // СТИН. – 2014. – №3. – С. 18-24.
16. *Александров, В.М.* Плоские контактные задачи для составного упругого клина / В.М. Александров, Д.А. Пожарский // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2006. – № S6. – С. 27-30.

## ANALYSIS OF THE RESULTS OF MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF APPLYING MICROPITS TO THE COMMUTATOR SURFACE

© 2025 V.V. Zhalnin

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia

The article presents an analysis of the results of mathematical modeling of the process of applying micropits to the surface of an electric motor commutator using abrasive belt grinding. Based on mathematical modeling, a computer model of the process of forming micropits on the commutator surface was developed to enhance its wear resistance. The computer model enabled a numerical analysis of the micropit formation process and its visual representation through graphs. It was shown that as the grit size of the abrasive belt increases, the number of micropits decreases, while the total surface area of the micropits increases. The dependence of the total surface area of micropits and their number on the number of abrasive belt passes was also established.

**Keywords:** micropits, commutator, mathematical model, micropit area, number of micropits.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-3-195-199

EDN: SEGSQL

## REFERENCES

1. *Ermol'cheva, N.V.* K ocenke ploshchadi poverhnosti mikrolunok chastichno regul'yarnogo mikrorel'efa pri diskretnom vibracionnom rezanii / N.V. Ermol'cheva, B.S. Orlov, A.V. Korolev, A.A. Skripkin // *Aviacionnaya promyshlennost'*. – 2013. – № 4. – S. 24-27.
2. Pat. 2401731 Sposob formirovaniya ploskovershinnogo regul'yarnogo mikrorel'efa vyglazhivaniem / Kuznecov V. P., Gorgoc V. G., Il'ichev S. A.; zayavitel' i patentoobladatel' OOO "Predpriyatie "Sensor". – Opubl. 20.10.2010. Byul. № 29 – 4 s.
3. *Pushkarev D.V.* Formirovanie regul'yarnogo mikrorel'efa v otverstiyah malogo diametra / D.V. Pushkarev, I.V. Batinov // *Tekhnicheskie nauki - ot teorii k praktike: sb. st. po mater. XXXIII mezhdunar. nauch.-prakt. konf. № 4(29)*. – Novosibirsk: SibAK, 2014.
4. *Talamanov, P.N.* Issledovanie regul'yarnogo mikrorel'efa poverhnosti detali pri vibronakatyvanii / P.N. Talamanov, V.N. Talamanov, Yu.Yu. Starchik, N.I. Fedossenko // *Mekhanizatsiya stroitel'stva*. – 2016. – T. 77. – № 9. – S. 62-64.
5. Pat. 2495287 Rossijskaya federatsiya, MPK F16C 33/58. Sposob povysheniya masloemkosti sharikopodshipnika / Orlov B.S., Korolev A.V., Ermol'cheva N.V.; zayavitel' i patentoobladatel' SGTU imeni Gagarina Yu.A. Opublikovano: 10.10.2013 Byul. № 28. – 5s.
6. Pat. 113686 MPK V24V 39/00. Ustrojstvo dlya vibracionnoj obrabotki poverhnostej / Ermol'cheva N.V., Orlov B.S., Korolev A.V.; zayavitel' i patentoobladatel' SGTU imeni Gagarina Yu.A. Opublikovano: 27.02.2012 Byul. № 6
7. *Kiselev, M.G.* Tekhnologiya i oborudovanie elektroerozionnogo modifitsirovaniya poverhnosti titanovykh vintovykh stomatologicheskikh implantatov s formirovaniem na nej chastichno regul'yarnogo mikrorel'efa / M.G. Kiselev, S.G. Monich, O.N. Kolesnik // *Vestnik Belorussko-Rossijskogo universiteta*. – 2018. – № 1 (58). – S. 27-35.
8. *Yag'yaev, E.E.* Povyshenie nadezhnosti raboty pary treniya "shkiv-remen" variatorov avtomobilej za schet naneseniya na ih poverhnost' regul'yarnogo mikro-rel'efa metodom lazernoj ablyatsii / E.E. Yag'yaev // *Uchenye zapiski Krymskogo inzhenerno-pedagogicheskogo universiteta*. – 2018. – № 1 (59). – S. 202-208
9. Pat. 2442841 Sposob podgotovki poverhnosti detali s ispol'zovaniem ul'trazvukovykh kolebaniy / Kovalevskaya Zhanna Gennad'evna, Klimenov Vasilij Aleksandrovich Nacional'no issledovatel'skij Tomskij politekhnicheskij universitet. Opublikovano: 20.02.2012. Byul. № 5.
10. Pat. 2329131 Sposob sozdaniya regul'yarnogo mikrorel'efa na cilindricheskikh zagotovkah / Kiselev E. S., Stepcheva Z. V., Koval'nogov V.N. Opublikovano: 20.07.2008. Byul. № 20.
11. *Korolev, A.A.* Opredelenie chislovyykh parametrov processa formirovaniya diskretnogo mikrorel'efa na poverhnostyakh kollektora / A.A. Korolev, A.V. Korolev, V.V. Zhalnin // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. – 2023. – № 7. – S. 415-420. – DOI 10.24412/2071-6168-2023-7-415-416. – EDN XNNRSC.
12. *Korolev, A.V.* Opredelenie ploshchadi poverhnosti smazochnykh kanavok pri processe formirovaniya chastichno regul'yarnogo mikrorel'efa na cilindricheskikh poverhnostyakh / A.V. Korolev, A.A. Korolev, V.V. Zhalnin // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. – 2024. – № 2. – S. 460-464. – DOI 10.24412/2071-6168-2024-2-460-461. – EDN PQCUJR.
13. *Korolev, A.V.* Povyshenie iznosostojkosti kollektornoj pary sozdaniem mikrouglublenij na poverhnosti kollektora / A.V. Korolev, V.V. Zhalnin, A.A. Korolev // *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. – 2024. – № 9. – S. 545-546. – DOI: 10.24412/2071-6168-2024-9-545-546.
14. *Korolev, A.V.* Gutting geometry of abrasive grains / A.V. Korolev, A.N. Vasin, V.A. Nazar'eva, O.P. Reshetnikova // *Russian Engineering Research*, 2014, Vol. 34, No.10, pp 655-659.
15. *Korolev, A.V.* Geometricheskie parametry rezhushchej chasti abrazivnykh zeren / A.V. Korolev, A.N. Vasin, V.A. Nazar'eva, O.P. Reshetnikova // *STIN*. – 2014. – № 3. – S. 18-24.
16. *Aleksandrov, V.M.* Ploskie kontaktnye zadachi dlya sostavnogo uprugogo klina / V.M. Aleksandrov, D.A. Pozharskij // *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Estestvennye nauki*. – 2006. – № S6. – S. 27-30.