

УДК 62-762.001

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЮ В РАДИАЛЬНОМ ПОДШИПНИКЕ КАЧЕНИЯ С УЧЁТОМ ТРЕНИЯ В СЕПАРАТОРЕ

© 2025 В.Б. Балякин, Д.Е. Долгих

Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва,
г. Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 01.10.2025

В статье представлена математическая модель момента сопротивления вращения в шариковом подшипнике качения с учётом трения тел качения о сепаратор и сепаратора о центрирующую поверхность наружного кольца. По техническим требованиям в рабочих условиях подшипники нагружаются осевым и радиальным усилиями и опрокидывающим моментом. При разработке методики расчета подшипника учитывали осевую, радиальную и моментную нагрузки. Рассматривается шарикоподшипник, установленный с возможным перекосом колец. Угол перекоса колец изменяется в пределах от 0 до предельного угла свободного поворота. Оценка сопротивления вращению осуществляется по моменту трения на наружном кольце подшипника. При определении момента сопротивления вращению в шариковом подшипнике учитывались центробежные силы шариков. На основании приведенной математической модели были разработаны алгоритм и компьютерная программа по расчёту момента трения в шарикоподшипнике с учётом трения сепаратора о тела качения и центрирующее кольцо. Проведено сравнение расчётных значений момента трения с экспериментальными данными, полученными на модернизированном стенде. Экспериментальная погрешность определения момента трения составляла 12,5%. Показано, что имеет место хорошая корреляция теоретических кривых с экспериментальными данными. Максимальное расхождение теоретических и экспериментальных данных не превышает 15%. Теоретические кривые пересекают все эллипсы рассеяния экспериментальных замеров, что свидетельствует о достоверности разработанной методики определения момента сопротивления шариковых подшипников качения с учётом трения сепаратора о тела качения и центрирующее кольцо.

Ключевые слова: шарикоподшипник, сепаратор, центробежная сила, коэффициент трения, момент сопротивления.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-6-176-181
EDN: XLFRD

ВВЕДЕНИЕ

Технологические аспекты при изготовлении, монтаже и эксплуатации подшипников качения в опорах машин и механизмов оказывают существенное влияние на работоспособность и долговечность изделий [1-3]. Эксплуатационные параметры, такие как соотношения действующих на радиально-упорные подшипники осевых и радиальных нагрузок, перекоса колец, центробежные силы влияют на динамические характеристики опор [4,5].

Важную роль при эксплуатации опорных узлов поворота сопла авиационных реактивных двигателей, гироскопов, автоматов перекоса несущего винта вертолётов, колёс автомобилей и других жизненно важных конструкций машин играют моменты трения в подшипниках [6]. Рекомендации по расчёту моментов трения в подшипниках качения приводятся в ряде справочников [7-9]. Однако исследований по влиянию трения в контакте сепаратора с телами качения и центрирующей дорожкой на момент трения в шариковых подшипниках до настоящего времени не проводились.

Рассматривается шарикоподшипник, установленный с перекосом колец. Угол перекоса колец ψ изменяется в пределах от 0 до предельного угла свободного поворота. Оценка сопротивления вращению осуществляется по моменту трения на наружном кольце подшипника.

По техническим требованиям в рабочих условиях подшипники нагружаются осевым и радиальным усилиями и опрокидывающим моментом. В этой связи при разработке методики расчета подшипника следует предусмотреть осевую, радиальную и моментную нагрузки как в работе [6,10].

При расчетах подшипников необходимо учитывать центробежные силы шариков.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Общий вид подшипника в сборе приведен на рисунке 1. Подшипник состоит из наружного кольца 1, внутреннего кольца 2, шариков 3 и сепаратора 4.

Величину начального угла контакта определим по формуле:

$$\alpha_0 = \arccos(1 - g/2R_m),$$

где g – радиальный зазор в подшипнике, а величина R_m определяется по формуле

Балякин Валерий Борисович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой основ конструирования машин.
E-mail: 029-029@mail.ru
Долгих Дмитрий Евгеньевич, аспирант.

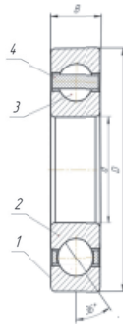


Рисунок 1 – Общий вид подшипника в разрезе

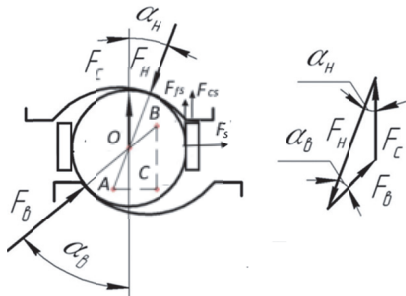


Рисунок 2 – Силовые и геометрические соотношения в подшипнике при наличии осевой и радиальной силы

$R_m = R_B + R_H - D_w$, в которой D_w – диаметр шарика, R_B и R_H – радиусы желобов внутреннего и наружного колец.

При действии в общем случае радиальной и осевой нагрузок схема сил, действующих в подшипнике, представлена на рисунке 2.

Для контакта шарика с кольцами геометрические и силовые соотношения по рисунку 2 будут иметь вид:

$$\frac{F_{Bi}}{\sin \alpha_{Hi}} = \frac{F_{Hi}}{\sin \alpha_{Bi}} = \frac{F_c}{\sin(\alpha_{Bi} - \alpha_{Hi})};$$

$$(R_B - 0,5D_w - \delta_B) \sin \alpha_{Bi} + (R_H - 0,5D_w - \delta_H) \sin \alpha_{Hi} = S_i;$$

$$(R_B - 0,5D_w - \delta_B) \cos \alpha_{Bi} + (R_H - 0,5D_w - \delta_H) \cos \alpha_{Hi} = H_i.$$

Здесь: F_{Bi}, F_{Hi} – усилия в контактах; F_c – центробежная сила, действующая на шарик; α_{Bi}, α_{Hi} – углы контакта; δ_B, δ_H – деформации в контактах; S_i, H_i – осевое и радиальное смещения центров желобов колец в рассматриваемом сечении.

При известных значениях усилий и углов контакта шариков с кольцами нагрузки подшипника определяются из условия равновесия внутреннего кольца:

$$F_r = \sum_{i=1}^z F_{1Bi} \cos \alpha_{1Bi} \cos \varphi \text{ и } F_a = \sum_{i=1}^z F_{1Bi} \sin \alpha_{1Bi}.$$

Полученная система уравнений решается относительно углов контакта методом Ньютона.

Усилия в контакте шариков с кольцами создают опрокидывающий момент. Действующий на внутреннее кольцо со стороны шарика момент определим по формуле:

$$M_{01i} = \frac{F_{1Bi} \cdot D_{0B} (\sin \alpha_{1Bi})}{2},$$

где D_{0B} – диаметр по центрам желоба внутреннего кольца.

При симметричном расположении шариков условие равновесия кольца под действием момента будет иметь вид:

$$M = \left(\sum_{i=1}^z F_{1Bi} \sin \alpha_{1Bi} \right) \cdot D_{0B} \cos \varphi / 2.$$

Приведенная система уравнений равновесия и ранее приведенных геометрических соотношений позволяет определить перекося и смещения колец, а также распределение усилий и углов контакта в подшипнике.

Решение системы уравнений выполняется численно комбинированным методом. Во внутреннем цикле при принятом значении перекося ψ определяются радиальное S_r и осевое S_a смещения колец из решения методом Ньютона системы двух нелинейных уравнений:

$$\Phi_1(S_r, S_a, \psi) \equiv F_r - \sum_{i=1}^z F_{1Bi} \cos \alpha_{1Bi} \cos \varphi = 0;$$

$$\Phi_2(S_r, S_a, \psi) \equiv F_a - \sum_{i=1}^z F_{1Bi} \sin \alpha_{1Bi} = 0.$$

Затем во внешнем цикле методом хорд уточняется значение угла перекося ψ из решения уравнения:

$$\Phi_3(S_r, S_a, \psi) \equiv M - \left(\sum_{i=1}^z F_{1Bi} \sin \alpha_{1Bi} \right) \cdot D_{0B} \cos \varphi / 2.$$

После определения усилий и углов контакта вычисляются для всех шариков размеры площадок контакта с внутренним и наружным кольцами. Вычисляются расстояния от края площадки контакта до кромки бортика и проверяются условия отсутствия выкатывания шариков на кромки бортиков колец или замка. Угол контакта шарика с кромкой замка определится по формуле:

$$\alpha_{3H} = \arccos(1 - (D_H - D_3)/2R_H) - \text{для наружного кольца};$$

$$\alpha_{3B} = \arccos(1 - (d_3 - d_B)/2R_B) - \text{для внутреннего кольца}.$$

Здесь: d_B и d_H – диаметры по дну желоба внутреннего и наружного колец; d_3 и D_3 – диаметры замка на торцах внутреннего и наружного колец.

В контактах шарика с наружным и внутренним кольцами имеется качение с верчением. Схема действия сил и моментов при движении шарика приведена на рисунке 3.

Моменты трения качения для каждого из шариков определим по известной зависимости [7]:

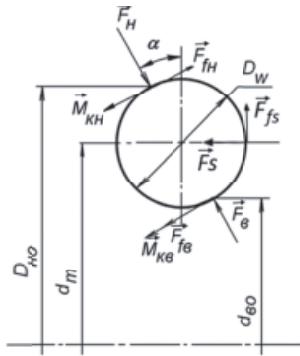


Рисунок 3 – Схема действия сил и моментов при движении шарика

$$M_{кн} = f_k \cdot F_H; M_{кв} = f_k \cdot F_N.$$

Моменты трения вращения на эллиптической площадке контакта на кольцах определим по следующим зависимостям[11]:

$$T_{вн} = 3\pi \cdot f \cdot F_N \cdot a_n \cdot S_n / (16(1 + m_n));$$

$$T_{вв} = 3\pi \cdot f \cdot F_N \cdot a_v \cdot S_v / (16(1 + m_v)),$$

где f_k и f – коэффициенты трения качения и скольжения в контакте; a_n, a_v и b_n, b_v – размеры полуосей площадки контакта шарика с желобами наружного и внутреннего колец соответственно; S – значение сходящегося ряда, вычисляемого при приближенных вычислениях по формуле[10]:

$$S = 1 + \frac{m^2}{2^2} + \frac{m^4 \cdot 1^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{m^6 \cdot 1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \frac{m^8 \cdot 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} + \dots$$

здесь $m_n = (a_n - b_n) / (a_n + b_n)$, $m_v = (a_v - b_v) / (a_v + b_v)$.

Размеры полуосей площадки контакта определяются по формулам работы [10]:

$$a_v = k_{av} \sqrt[3]{F_v R_{прв} / E_{np}}, a_n = k_{an} \sqrt[3]{F_n R_{прн} / E_{np}};$$

$$b_v = k_{bv} \sqrt[3]{F_v R_{прв} / E_{np}}, b_n = k_{bn} \sqrt[3]{F_n R_{прн} / E_{np}},$$

Здесь $E_{np} = 2 / ((1 - \epsilon_1^2) / E_1 + (1 - \epsilon_2^2) / E_2)$ – приведенный модуль упругости в контакте, где E_1, E_2 – модули упругости, ϵ_1, ϵ_2 – коэффициенты Пуассона материалов шариков и колец.

$$R_{прв} = D_w / (4 - D_w / R_v + 2D_w / (d_m / \cos \alpha_v - D_w));$$

$$R_{прн} = D_w / (4 - D_w / R_n - 2D_w / (d_m / \cos \alpha_n + D_w)).$$

Безразмерные коэффициенты для расчета:

- размеров больших полуосей площадок контакта

$$k_{av} = (1,4664 / Y_v^{0,0945}) (R_{xв} / R_{yв})^{0,318}, k_{an} = (1,4664 / Y_n^{0,0945}) (R_{xn} / R_{yn})^{0,318};$$

- размеров меньших полуосей площадок контакта

$$k_{bv} = (1,4184 / Y_v^{0,0945}) (R_{yв} / R_{xв})^{0,318}, k_{bn} = (1,4184 / Y_n^{0,0945}) (R_{yn} / R_{xn})^{0,318},$$

Вспомогательные коэффициенты:

$$Y_v = 1 - (1 - R_{yв} / R_{xв})^3; Y_n = 1 - (1 - R_{yn} / R_{xn})^3.$$

Приведенные радиусы кривизны в контактах будут равны:

в сечении, перпендикулярном направлению качения

$$R_{xв} = R_v / (2R_v / D_w - 1) \text{ и } R_{xn} = R_n / (2R_n / D_w - 1);$$

в сечении по направлению качения

$$R_{yn} = D_w (D_{0н} / 2 \cos \alpha_n + R_n) / (D_{0н} / \cos \alpha_n + 2R_n - D_w).$$

Радиус кривизны шарика $R_1 = D_w / 2$.

Радиусы кривизны желобов колец:

- в сечении, перпендикулярном направлению качения,

$$R_{v1} = R_v \text{ и } R_{n1} = R_n;$$

- в сечении по направлению качения

$$R_{v2} = D_{0в} / 2 \cos \alpha_v - R_v; R_{n2} = D_{0н} / 2 \cos \alpha_n + R_n.$$

Общий момент сопротивления вращению для одного шарика можно определить по формуле:

$$M_{сопр} = (M_{кн} + M_{кв}) \cdot \cos \alpha + (T_{вн} + T_{вв}) \cdot \sin \alpha.$$

Сопротивление движению в подшипнике осуществляется также за счёт трения шариков о перемычки сепаратора и сепаратора о центрирующую поверхность, например, как показано на рисунке 2, внутреннего кольца.

Усилие в контакте шарика с сепаратором F_s можно найти по зависимости

$$F_s = F_H(i) \sin(\alpha_n) - F_v(i) \sin(\alpha_v).$$

Эта сила направлена по нормали к поверхности контакта.

Сила трения направлена перпендикулярна нормальной силе и определяется по зависимости

$$F_{fs} = f_c F_s,$$

где f_c – коэффициент трения сепаратора о тела качения.

Тогда момент трения тела качения о переключку сепаратора будет

$$M_s = F_{fs} D_w / 2.$$

Усилие прижатия сепаратора к центрирующей поверхности определим по формуле:

$$F_s = F_{cs} + \sqrt{F_{SB}^2 + F_{ST}^2}.$$

Здесь центробежная сила при смещении сепаратора определится по формуле:

$$F_{cs} = m_s g_{nl} \omega_0^2 / 2,$$

где m_s – масса сепаратора, g_{nl} – зазор плавания сепаратора.

Составляющие усилия прижатия шарика по координатным осям определяются суммированием проекций усилий взаимодействия с переключкой сепаратора:

$$F_{SB} = \sum_{i=1}^z (F_s(i) \sin(\varphi) - F_{fs}(i) \cos(\varphi));$$

$$F_{ST} = \sum_{i=1}^z (F_s(i) \cos(\varphi) + F_{fs}(i) \sin(\varphi)).$$

После уточнений коэффициента трения f_c сепаратора о центрирующее кольцо определяется момент трения скольжения сепаратора по центрирующей поверхности:

$$T_s = f_s F_s D_{s1} / 2,$$

где D_{s1} – диаметр центрирующей поверхности

Пренебрегая сопротивлением на перемешивание воздушно-масляной среды, что характерно для использования консистентной смазки или небольших скоростей вращения, общий момент сопротивления вращению наружного кольца можно определить суммированием:

$$M_{aR} = T_s + \sum_{i=1}^z M_{сопр i} + M_{si}.$$

На основании приведенной математической модели были разработаны алгоритм и компьютерная программа по расчёту момента трения в шарикоподшипнике с учётом трения сепаратора о тела качения и центрирующее кольцо.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

На модернизированной экспериментальной установке, описанной в работе [5] были проведены экспериментальные исследования влияния осевой и радиальной силы на момент трения в подшипнике качения №208. Средние значения шестнадцати экспериментальных замеров для каждого значения осевой и радиальной нагрузок, а также их эллипсы рассеяния, для вероятности $P=0,99$ нанесены на графики теоретических расчётов, полученных по разработанной теории. Результаты исследования приведены на рисунках 4-6.

Из графиков видно, что имеет место хорошая корреляция теоретических расчётов с экспериментальными данными. Максимальная погрешность определения момента трения не превышает 15%.

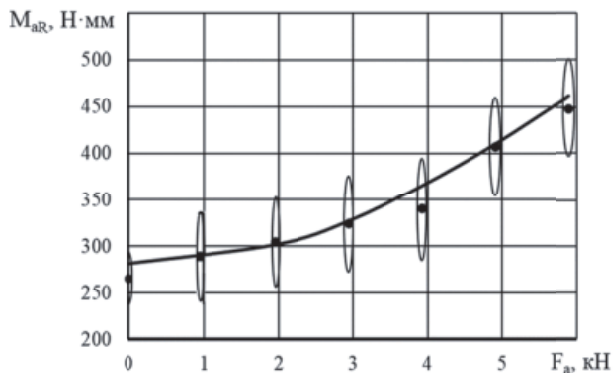


Рисунок 4 – Зависимость момента трения в подшипнике № 208 при действии осевой силы F_a и радиальной силы $Fr = 4,9$ кН

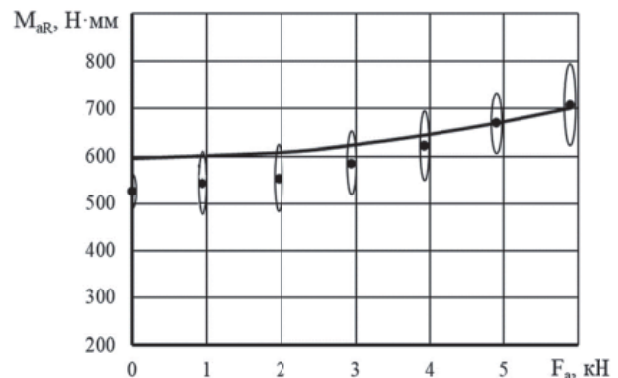


Рисунок 5 – Зависимость момента трения в подшипнике № 208 при действии осевой силы F_a и радиальной силы $Fr = 9,8$ кН

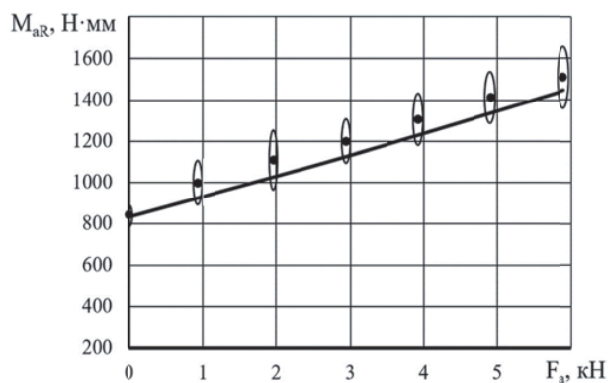


Рисунок 6 - Зависимость момента трения в подшипнике № 208 при действии осевой силы F_a и радиальной силы $F_r = 14,7$ кН

ВЫВОДЫ

Так как теоретические кривые пересекают эллипсы рассеяния экспериментальных замеров, то можно говорить о достоверности разработанной методики определения момента сопротивления шариковых подшипников качения с учётом трения сепаратора о тела качения и центрирующее кольцо.

На используемой в эксперименте установке невозможно исследовать влияние скорости вращения на момент сопротивления подшипников.

Для оценки влияния скорости вращения на момент сопротивления в подшипнике качения с учётом трения сепаратора необходимо дополнительные экспериментальные исследования на специальном оборудовании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Королев, А.А. Влияние геометрических параметров рабочих поверхностей шарикоподшипника на его работоспособность / А.А. Королев, А.В. Королев // Трение и износ. – 2015. – Т.36. – №2. – С. 244–248.
2. Королев, А.В. Экспериментальное исследование влияния геометрии контакта тел и дорожек качения шариковых подшипников на момент трения качения / А.В. Королев, А.А. Королев // Трение и износ. – 2016. – Т.37. – №2. – С. 156–161.
3. Силаев, Б.М. Метод расчёта высокоскоростной опоры качения двигателей летательных аппаратов с учётом изнашивания / Б.М. Силаев, П.А. Даниленко // Трение и износ. – 2015. – Т.36. – №4. – С. 453–460.
4. Балякин, В.Б. Исследование влияния перекоса колец подшипника качения на момент трения и долговечность опор / В.Б. Балякин, Е.П. Жильников, Б.Б. Косенок, А.В. Лаврин // Трение и износ. – 2016. – Т.37. – №6. – С. 693–698.
5. Балякин, В.Б. Экспериментальное исследование момента трения в подшипнике качения при перекосе вала / В.Б. Балякин, А.В. Лаврин, В.Б.А. Оссала // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2018. – Т.20. – №4. – С. 37–42.
6. Жильников, Е.П. Расчет двухрядного подшипника автомата перекоса несущего винта вертолета / Е.П. Жильников, И.М. Шифрин // Актуальные проблемы трибологии: сборник докладов регионального научно-технического семинара. – Самара: Изд. СамГТУ, 2008. – С. 71–72.
7. Перель, Л.Я. Подшипники качения. Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник / Л.Я. Перель, Филатов А.А. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1992. – 608 с.
8. Бейзельман, Р.Д. Подшипники качения: Справочник / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Ципкин, Л.Я. Перель. 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1975. – 572 с.
9. Спришевский, А.И. Подшипники качения: Справочник / А.И. Спришевский. – М.: Машиностроение, 1969. – 748 с.
10. Галахов, М.А. Расчёт подшипниковых узлов / М.А. Галахов, А.И. Бурмистров. – М.: Машиностроение. 1988. – 272 с.
11. Пинегин, С.В. Трение качения в машинах и приборах / С.В. Пинегин. – М.: Машиностроение, 1976. – 262 с.

DETERMINATION OF THE RESISTANCE TO ROTATION IN A RADIAL BEARING WITH ACCOUNTING FOR FRICTION IN THE SEPARATOR

© 2025 V.B. Balyakin, D.E. Dolgikh

Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov, Samara, Russia

The article presents a mathematical model of the resistance torque of rotation in a ball bearing, taking into account the friction of the rolling elements on the cradle and the cradle on the centering surface of the outer ring. According to the technical requirements, under operating conditions, the bearings are loaded with axial and radial forces and a tilting moment. When developing the methodology for calculating the bearing, the axial, radial, and moment loads were taken into account. The article considers a ball bearing installed with a possible misalignment of the rings. The angle of misalignment of the rings varies from 0 to the limit angle of free rotation. The resistance to rotation is estimated by the friction torque on the outer ring of the bearing. When determining the resistance torque to rotation in a ball bearing, the centrifugal forces of the balls were taken into account. Based on the given mathematical model, an algorithm and a computer program were developed for calculating the friction torque in a ball bearing, taking into account the friction of the cage on the rolling elements and the centering ring. The calculated values of the friction torque were compared with the experimental data obtained on the upgraded bench. The experimental error in determining the friction torque was 12.5%. It was shown that there is a good correlation between the theoretical curves and the experimental data. The maximum discrepancy between theoretical and experimental data does not exceed 15%. The theoretical curves intersect all the dispersion ellipses of the experimental measurements, which indicates the reliability of the developed method for determining the moment of resistance of ball bearings, taking into account the friction of the cage on the rolling elements and the centering ring.

Keywords: ball bearing, cage, centrifugal force, coefficient of friction, resistance torque.

DOI: 10.37313/1990-5378-2025-27-6-176-181

EDN: XLFRDJ

REFERENCES

1. *Korolev, A.A.* The influence of geometric parameters of the working surfaces of a ball bearing on its operability / A.A. Korolev, A.V. Korolev // Friction and wear. – 2015. – Vol.36. – No. 2. – pp. 244-248.
2. *Korolev, A.V.* Experimental study of the influence of the geometry of the contact of bodies and rolling tracks of ball bearings at the moment of rolling friction / A.V. Korolev, A.A. Korolev // Friction and wear. – 2016. – Vol.37. – No. 2. pp. 156-161.
3. *Silaev, B.M.* Method for calculating high-speed rolling bearings of aircraft engines taking into account wear / B.M. Silaev, P.A. Danilenko // Friction and wear. – 2015. – Vol.36. – No. 4. – pp. 453-460.
4. *Balyakin, V.B.* Investigation of the effect of misalignment of rolling bearing rings on the moment of friction and durability of supports / V.B. Balyakin, E.P. Zhilnikov, B.B. Kosenok, A.V. Lavrin // Friction and wear. – 2016. – Vol.37. – No. 6. – pp. 693-698.
5. *Balyakin, V.B.* Experimental study of the friction moment in a rolling bearing with shaft misalignment / V.B. Balyakin, A.V. Lavrin, V.B.A. Ossiala // Izvestiya of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. – 2018. – Vol. 20. – No. 4. – Pp. 37-42.
6. *Zhilnikov, E.P.* Calculation of a Double-Row Bearing of the Helicopter Main Propeller Skewing Machine [Text] / E.P. Zhilnikov, I.M. Shifrin // Actual Problems of Tribology: Collection of Papers from the Regional Scientific and Technical Seminar. – Samara: SamSTU Publishing House, 2008. – Pp. 71-72.
7. *Perel, L.Ya.* Rolling Bearings. Calculation, Design and Maintenance of Supports: Handbook / L.Ya. Perel, Filatov A.A. 2nd edition, revised. and add. – M.: Mechanical Engineering, 1992. – 608p.
8. *Beizelman, R.D.* Swash-bearing: Handbook / R.D. Beizelman, B.V. Tsipkin, L.Ya. Perel. 6th ed., revised and add. – M.: Mechanical Engineering, 1975. – 572p.
9. *Sprihevsky, A.I.* Rolling Bearings: Handbook / A.I. Sprihevsky. – M.: Mechanical Engineering, 1969. – 748 p.
10. *Galakhov M.A.* Calculation of Bearing Units / M.A. Galakhov, A.I. Burmistrov. – M: Mechanical Engineering. 1988. – 272 p
11. *Pinegin, S.V.* Rolling Friction in Machines and Devices / S.V. Pinegin. – M.: Mechanical Engineering, 1976. – 262 p