

УДК 378:004.77 (Высшее образование. Университеты. Академическое обучение)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД СОЦИАЛЬНО-ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

©2020 Е.Н. Чеканушкина, Д.Ф. Пирова

*Чеканушкина Елена Николаевна, кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры «Психология и педагогика».*

E-mail: elenacheka@mail.ru

Пирова Диёра Фаруховна, бакалавр, институт автоматизации и информационных технологий.

E-mail: di.pirova@yandex.ru

Самарский государственный технический университет.
Самара, Россия

Статья поступила в редакцию 17.02.2020

Предмет статьи: математическое моделирование как метод социально-экологического прогнозирования. *Объект статьи:* математические методы. *Цель работы:* анализ и применение методов математического моделирования, позволяющих прогнозировать социально-экологические проблемы, в процессе подготовки технических специалистов. *Методология работы* состоит в выявлении практического применения математических методов, в процессе формирования компетенции социально-экологического прогнозирования у будущих технических специалистов. *Результаты работы содержат* теоретическое и методологическое обоснование практического применения методов математического моделирования в социально-экологическом прогнозировании. *Областью применения результатов* является процесс подготовки технических специалистов, обладающих компетенцией социально-экологического прогнозирования. *Вывод:* в современных условиях особую значимость приобретает формирование у обучающихся технического университета компетенции социально-экологического прогнозирования. Основным методом прогнозирования, «вероятностного утверждения о будущем с относительно высокой степенью достоверности» [4], представляется математическое моделирование. Использование математических методов моделирования в учебном процессе, способствует формированию у обучающихся умений оценивать антропогенное воздействие производственной деятельности человека, выявлять возможные экологические проблемы, негативно влияющие на социум, обозначать перспективы развития процессов и явлений по реализации концепции устойчивого развития общества и природной среды. Сформированная компетенция социально-экологического прогнозирования у выпускника технического университета содействует развитию навыков научного обоснования рационализаторских предложений, проектов, мотивации к разработке эффективных программ, рекомендаций для управления различными экологическими ситуациями, что обеспечивает их адекватное отношение к социально-экологической безопасности общества.

Ключевые слова: математические методы, математическое моделирование, прогноз, социально-экологическое прогнозирование.

DOI: 10.37313/2413-9645-2020-22-72-51-59

Введение. Современный цивилизационный этап развития характеризуется совокупностью негативных воздействий производственной деятельности человека на окружающую природную среду, увеличением масштабов реальной угрозы биологическим системам, что актуализирует потребность в прогнозировании экологического развития, экологической безопасности, последствий антропогенного воздействия в интересах устойчивого развития. Именно профессиональное образование является необходимым условием для подготовки технических специалистов, реализующих в бу-

дущей профессиональной деятельности социально-экологическое прогнозирование, направленное на обеспечение социума экологической безопасностью. Исследователи отмечают, что «составление экологического прогноза является сложной и ответственной задачей и невозможно без всестороннего математического анализа всех аспектов взаимоотношений живых организмов и многочисленных факторов внешней среды» [5]. Развитие прогнозов осуществляется в различных сферах деятельности человека, применяются различные методы прогнозирования (интуитивные, формализо-

ванные). Так, в рамках концепции устойчивого развития (Рио-де-Жанейро) были представлены прогнозы в коллективном труде «Пределы роста. Доклад Римскому клубу» (Д. Медоуз, 1972 г.), «За пределами роста» (Д. Медоуз, 1992 г.), «Управление морями как глобальным ресурсом» (Э. Манн-Боргезе, 1998 г.) «Пределы роста – 30 лет спустя» (Д. Медоуз, 2004 г.), а также разработаны модели мирового развития.

В процессе подготовки будущих специалистов по техническим направлениям и профилям подготовки (бакалавров, инженеров, магистров), чья деятельность представляет социально значимый характер, крайне важным является расширить рамки профессиональных компетенций посредством изучения методов математического моделирования, которые позволят прогнозировать социально-экологические ситуации, проблемы и выбирать альтернативные варианты их решения. Социально-экологическое прогнозирование представляет обоснованное суждение оценки ожидаемых результатов, выбор и перспективы развития и управления в реализации оптимальных путей решения экологических проблем в сфере профессиональной деятельности.

Полагаем, что исключительную важность в процессе обучения студентов технического вуза приобретает формирование у них, в контексте научно-исследовательской, проектной деятельности, способности и готовности применять в профессиональной деятельности методы математического моделирования в прогнозировании социально-экологических проблем, обеспечения экологической безопасности и устойчивого развития окружающей среды. Практика показывает, что «моделирование широко используется и как средство обучения – формирование и развитие навыков и умений моделирования природных и социальных явлений и процессов у студента. Моделирование,

как показывает опыт, эффективно, поскольку модель воспроизводит ядерные связи и отношения объекта (или явления) и помогает систематизировать мысль, представить большой объем информации емко, выделить отличительные и общие черты, делает сложный материал более доступным и наглядным» [6].

Анализ. Рассмотрим использование математического моделирования в сфере управления качеством водных ресурсов и экологической безопасности, где компьютерные и математические модели должны облегчать сложный процесс принятия решений, в котором участвуют несколько проявляющих внимание сторон с различными интересами и различными социально-экологическими и экономическими целями природных ресурсов. Управление водными ресурсами в речных бассейнах требует экспертных знаний в области водных ресурсов в сочетании с использованием соответствующих моделей гидроинформатики.

В статье демонстрируются практические применения систем моделирования, включая тестирование различных альтернатив управления с полностью интегрированными моделями.

Проблема использования математического моделирования в водных ресурсах интересовала многих ученых. Так, Н.Н. Беляев совместно с Н.С. Зыонгом из института механики (Ханой, Вьетнам) разработали математическую модель гидродинамики течения в русле реки. В данной модели при расчете скорости водного потока в реке ключевую роль играют такие «важные элементы как геометрия берегов (наличие мысов, заливов), островов, которые оказывают определяющее влияние на формирование поля скорости. Для расчета поля скорости используется система уравнений, записанная в физических переменных, в рамках теории мелкой воды:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0;$$

$$\frac{\partial uh}{\partial t} + \frac{\partial(u^2 + P)h}{\partial x} + \frac{\partial uvh}{\partial y} = hv \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uvh}{\partial x} + \frac{\partial(v^2 + P)h}{\partial y} = hv \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right),$$

где h – уровень свободной поверхности воды; P – среднее давление воды по глубине водоема. В правой части данных уравнений записа-

ны слагаемые, соответствующие трению между слоями течения в горизонтальном направлении»[3].

Группой ученых во главе с М.З. Згуровским была получена математическая модель переноса

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial v \varphi}{\partial y} + \sigma \varphi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \left(\mu_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \sum q_i(t) \delta(r - r_i),$$

«где φ – концентрация загрязняющего вещества; u, v – компоненты вектора скорости; σ – коэффициент, учитывающий процессы химического разложения загрязнения; μ_x, μ_y – коэффициент турбулентной диффузии; q_i – интенсивность точечных источников загрязнения; $r_i = (x_i, y_i)$ – месторасположение точечных источников загрязнения; $\delta(r - r_i)$ – дельта-функция Дирака; t – время» [2].

«Модельные исследования выявляют критические ситуации и предлагают рациональные способы их разрешения. В стратегическом смысле математические модели позволяют наметить технологические пути рационального

$$\frac{\partial y_i}{\partial t} + \nabla \cdot (v_i y_i) = \nabla \cdot (k_i \nabla y_i) + F_i(t, x, u, y) \text{ для } i = 1, 2, \dots, m.$$

«Состояние сообщества описывается вектор-функцией $y(t, x) = (y_i(t, x))_{i=1}^m$ плотности обилия популяций по компактному множеству $D \subset R^n$ изменения пространственной переменной x и по времени $t, t \in T = [0, T]$. Переменная x означает моделируемые характеристики особей. Это могут быть характеристики пространственного расположения, возраста, размеры, массы, морфологических особенностей или физиологического состояния организмов, и многое другое. Вектор v_i означает скорость направленного движения (переноса) особей в множестве D . Символ « \cdot » означает скалярное произведение. Символ ∇ представляет собой оператор взятия производной по переменной x (градиент), параметр k_i – коэф-

са примеси в реке:

сочетания необходимых объемов промысловых изъятий и экологического охранения видов водных организмов. С экологической точки зрения важны проблемы технологий промысла (потери неиспользуемой части вылова) и экологические последствия изъятия биоресурса. В теории рыболовства разработаны различные варианты стратегий промысла» [7, с. 10]. В большинстве случаев они описывают какое-либо закономерное состояние популяции или сообщества, например, равновесное, или как-либо соответствующее известным характеристикам рыб. Общий подход к модельному описанию процессов промысла и динамики обилия промысловых популяций в составе сообщества можно описать следующим образом:

фициент диффузии. Взаимодействие популяций между собой и воздействие на них промысла происходит локально и описывается функцией F_i » [1].

Управление качеством воды в реке при использовании математического моделирования было предложено учеными университета Минхо, Португалия. Данная модель получила название «DUFLOW» и была разработана для широкого спектра применений, таких как распространение приливов и отливов. Она основана на одномерном уравнении в частных производных, которое описывает нестационарное течение в открытых каналах. Эти уравнения, которые являются математическим переводом законы сохранения массы и импульса гласят:

$$B \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0;$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial (aQv)}{\partial x} + \frac{g|Q|Q}{C^2 AR} = b\gamma w^2 \cos(\Phi - \phi); Q = v \times A,$$

«где t – время, x – расстояние, измеренное вдоль оси канала, $H(x, t)$ – уровень воды по отношению к контрольному уровню, $v(x, t)$ – средняя скорость (усредненная по площади поперечного сечения), $Q(x, t)$ – разряд в точке

x и в момент времени t , $R(x, H)$ – гидравлический радиус поперечного сечения, $A(x, H)$ – площадь поперечного сечения потока, $b(x, H)$ – ширина поперечного сечения пото-

ка, $B(x, H)$ – ширина хранения в поперечном сечении, g – ускорение силы тяжести, $C(x, H)$ – коэффициент де Шези, $w(t)$ – скорость ветра, $\Phi(t)$ – направление ветра в градусах, $\phi(t)$ – направление оси канала в градусах, измеренное по часовой стрелке с севера, $\gamma(t)$ – коэффициент преобразования ветра, α – поправочный коэффициент на неравномерность распределения скорости в адвекции»[8]. Эта модель может быть использована для определения уровня удаления загрязняющих веществ, необходимых для достижения выбранных стандартов качества речной воды в столичном регионе.

В процессе моделирования используются алгебраические уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения с частными производными, которые могут быть линейными и нелинейными. Эти уравнения решаются с помощью ана-

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g \frac{dh_0}{dx},$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [A(x, t)u] = 0,$$

«где $u(x, t)$ – средняя скорость потока воды, $A(x, t)$ – площадь поперечного сечения потока, $H(x, t)$ – полная глубина бассейна, $h_0(x)$ – постоянное невозмущенное значение, g – ускорение свободного падения, x – координаты в направлении речного стока, t – время.

$$A(x, t) = \int z(y; x, t) dy.$$

Получены аналитические решения, описывающие преобразование стационарного потока в канале с переменными параметрами. Полученные результаты позволяют проводить гидрологический анализ малых рек. При моделировании необходимо сократить разрыв между симуляцией и реальной системой. В целом это сокращение является сложным из-за неизбежных неопределенностей в процессе моделирования. Анализ и оценка влияния неопределенности на производительность модели может

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} - f(C),$$

где C – концентрация общего загрязнителя, t – время, x – продольное смещение, u – скорость, D_L – коэффициент диффузии, $f(C)$ –

литических и численных методов. Для моделирования процессов через модели вероятности используется метод Монте-Карло. В области поверхностных вод математические модели используются для решения очистки сточных вод, промышленных и сельскохозяйственных загрязнений, защиты источников питьевой воды и т.п.

Математические модели различных процессов системы речного типа основаны на моделировании однородного потока жидкости. Одномерные модели используют среднюю скорость потока в сечении и описывают процессы со сниженной точностью. Однако нельзя пренебрегать использованием одномерной модели, поскольку полученные решения могут быть использованы для проверки численных моделей и быстрой оценки характеристик. Рассмотрим теоретическую модель, которая позволяет спрогнозировать загрязнение и определить качество воды:

Данная система не закрыта и связь уравнений между A и H задается геометрией потока воды в вертикальной плоскости. Для этого необходимо знать профиль русла реки $z(y, x, t)$ в каждый поперечный разрез вдоль реки»[8]. Площадь поперечного сечения потока рассчитывается следующим образом:

предоставить полезную информацию для получения лучшей математической модели. Методология анализа модельной неопределенности качества речной воды была разработана с целью оценки экологического состояния малых рек. Подобная методология была применена к реке Орето в Италии. Также была использовалась математическая модель, разработанная Томаном и Мюллером в 1987 году и Чапрой в 1997 году, на основе уравнения адвекции-дисперсии для одномерного потока [7]:

общий термин для реакций с участием загрязнителя C .

Для генерации большого количества параметров для модели был применен метод Монте-Карло. Моделирование было выполнено для каждого набора параметров, чтобы сравнить с данными измерений (BOD, DO, NH₄ и NO₃). Эффективность этого подхода оценивалась с учетом интерпретации данных, полученных в

$$\omega \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial x} = q,$$

где ω – площадь поперечного сечения (m^2), V – средняя скорость потока (m/c), q – боковой расход на единицу длины (m^2/c), x – про-

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{g}{\omega} \cdot \frac{\partial(\overline{H\omega})}{\partial x} + \frac{Vq}{\omega} = g(I - I_T),$$

где g – ускорение свободного падения, I – уклон русла реки (m/m), I_T – гидравлический уклон (m/m), H – расстояние между поверхностью воды и центром тяжести поперечного сечения.

Был разработан параллельный алгоритм, который определяет решения для каждого сектора, которые имеют постоянные гидрологические характеристики [11].

$$u'_t + uu'_x + vu'_y + wu'_z = -\frac{1}{\rho} P'_x + (\mu u'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v u'_z)'_z + 2\Omega(v \sin \theta - w \cos \theta),$$

$$v'_t + uv'_x + vv'_y + wv'_z = -\frac{1}{\rho} P'_y + (\mu v'_x)'_x + (\mu v'_y)'_y + (v v'_z)'_z - 2\Omega u \sin \theta,$$

$$w'_t + uw'_x + vw'_y + ww'_z = -\frac{1}{\rho} P'_z + (\mu w'_x)'_x + (\mu w'_y)'_y + (v w'_z)'_z + 2\Omega u \cos \theta + g,$$

$$u'_x + v'_y + w'_z = 0.$$

где $V = \{u, v, w\}$ – компоненты вектора скорости, p – гидродинамическое давление, ρ – плотность, Ω – угловая скорость вращения земли, θ – угол угловой и вертикальной скорости, μ, ν – горизонтальная и вертикальная составляющие коэффициента турбулентности.

полевых условиях [9]. Математическая модель, основанная на системе уравнений Сен-Венана, разработана в работе [11]. Смоделирован речной сток бассейнов рек Урал и Самара в России. Использовалось одномерное уравнение неразрывности и уравнение движения для русел рек с боковыми притоками:

странственная координата (m), t – скоординированное время (c).

Также была разработана дискретная математическая модель гидродинамики. При разработке данной модели основным источником ошибки является приближение предельных условий. Важно, чтобы все входные данные были одного порядка аппроксимации. Была разработана трехмерная модель гидродинамики, основанная на уравнениях Навье-Стокса и уравнении неразрывности для несжимаемой жидкости:

При решении математических моделей были применены численные методы и спрогнозированы значения концентрации загрязняющих веществ, которые были определены с левого берега и через разные интервалы (рис.1):

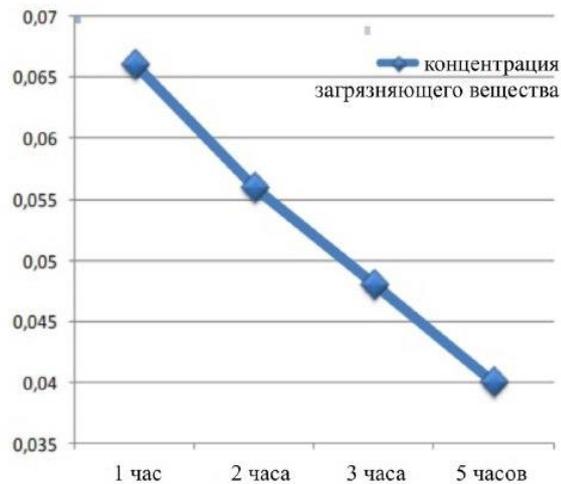


Рис. 1. Изменения в концентрации загрязняющего вещества на левом берегу: Oy – концентрация (мг/л), Ox – время (часы) (Changes in the concentration of pollutant on the left bank: concentration (mg / l), time (hours)).

Представленные численные модели позволили определить гидродинамику и дисперсию загрязняющих веществ во времени.

На рисунке 2 показано снижение концентрации загрязняющих веществ в зависимости от времени.

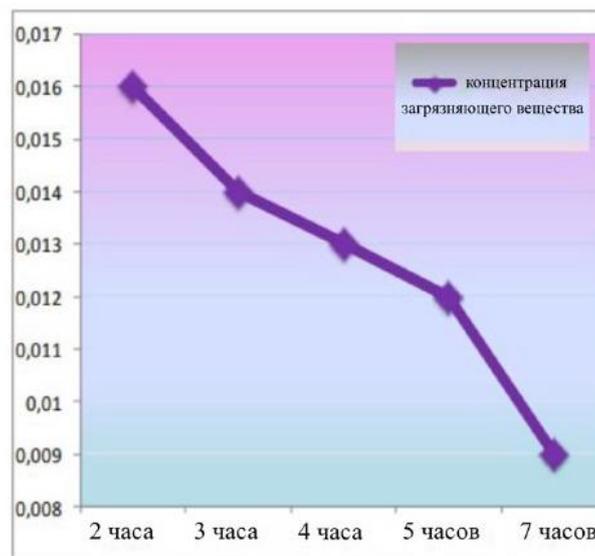


Рис. 2. Снижение концентрации загрязняющих веществ на левом берегу в зависимости от времени (Reduced concentration of pollutants on the left bank versus time).

В данной модели можно увидеть, что граничные узлы и внутренняя часть имеют тот же порядок аппроксимации [9].

Детерминированная математическая модель была разработана для определения рассе-

ивания нефтепродуктов для участка реки Прут из Костешть в Республике Молдова.

На протяжении изучаемого сектора было спрогнозировано, что концентрация загрязняющих веществ значительно снизится (рис.3).

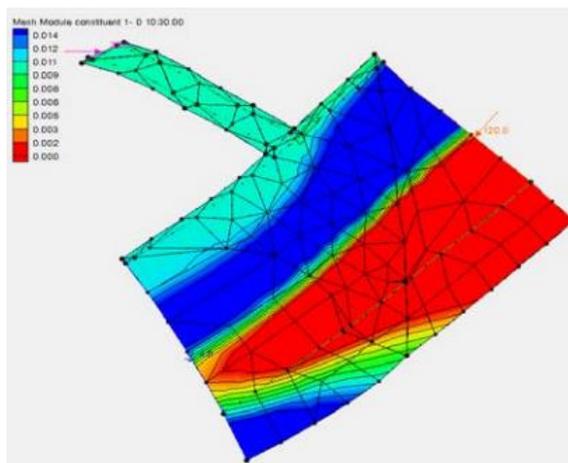


Рис. 3. Полевое распределение концентраций загрязняющих веществ через 10 часов 30 минут.
(Field distribution of pollutant concentrations after 10 hours 30 minutes).

Проблема качества воды является ключом к устойчивому развитию общества. Эта проблема сложна, и поэтому для ее решения необходимо привлекать экспертов из всех областей: физики, химии, математики и т. д.

Исходя из анализа научных работ о загрязнении систем «речного» типа и математического моделирования процессов в этих системах, было установлено, что детерминированные математические модели являются мощным и полезным инструментом для контроля и предотвращения загрязнения в системах, упомянутых выше. Математические модели очень чувствительны к изменению параметров и требуют тщательного выбора коэффициентов для конкретной модели водной системы.

Для получения результатов с высокой точностью используются двумерные и трехмерные модели, для решения которых используются численные методы. Для лучшего понимания поведения реальной системы можно использовать одномерные модели, решение которых может быть представлено аналитически. Полученные аналитические решения могут быть использованы для моделирования сложных процессов в системах «речного типа».

Исследование показывает, что в процессе моделирования качества воды участвуют ис-

следователи из разных стран: Румынии, Греции, России, Молдовы и т.д. Чтобы получить наилучшие результаты, необходимо, чтобы все изготовленные и разработанные модели были внедрены на практике. Это принесет большую пользу для окружающей среды и предотвращения чрезвычайных ситуаций.

Вывод. Анализ математических моделей учёных в области экологии (гидродинамики и рассеивания загрязняющих веществ в «речные» системы), проектирование теоретической модели управления водными ресурсами, представляет практико-ориентированный подход в обучении, который способствует развитию научного мировоззрения, критического мышления, творческой активности студентов и формирование компетенции социально-экологического прогнозирования в будущей профессиональной сфере. Прогнозирование в контексте реализации концепции устойчивого развития общества и природной среды, обеспечение социума экологической безопасностью приоритетно и соответствует требованиям к инженеру XXI века, разработанными авторитетными международными организациями – FEANI (Европа) и ABET (Северная Америка) под эгидой ЮНЕСКО, то подготовка технических специалистов становится более эффективной.

1. Абакумов, А. И. Эффекты промышленного воздействия на рыбную популяцию / А.И. Абакумов, Ю.Г. Израильский // Математическая биология и биоинформатика. – 2016. – Т. 11. - № 2. – С. 191-204.
2. Згуровский, М. З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М.З. Згуровский, В.В. Скопецкий, В.К. Хрущ, Н.Н. Беляев. – К.: Наукова думка. – 1997. – 368 с.
3. Зьонг, Н. С. Численное моделирование течения воды на участке русла реки с переменной глубиной / Н.С. Зьонг // ВісникДніпропетровськогоуніверситету Гер. Механіка. – 2000. – Вип. 3, т. 1. – С. 130–137.
4. Леньков, Р. В. Социальное прогнозирование и проектирование : учеб.пособие /Р.В. Леньков. – М.: ЦСП и М, 2013. – 192 с

5. Медведский, В. А. Сельскохозяйственная экология: учеб. пособие / В.А. Медведский, Т.В. Медведская.-Витебск, ВГАВМ, 2003.- 246 с.
6. Роговая, О. Г. Экологическое моделирование: практика: учеб.методическое пособие / О.Г. Роговая. – СПб.: ООО «Книжный Дом», 2007. – 104 с.
7. Barbour, M. T., Gerritsen, J., Snyder, B.D., Stribling, J.B. Rapid Bioassessment Protocols for Use in Streams and Wade Able Rivers: Periphyton, Benthic Macroinvertebrates and Fish, 2nd ed.; Environmental Protection Agency, Office of Water: Washington, DC, USA, 1999.
8. Betty, N. G., Turner, A., Tyler A. O. and Falconer R.A. (1996), Modelling Contaminant Geochemistry in Estuaries, Water Research, Vol 30, n°1, pp 63-74.
9. Cellier, F. E. Continuous System Modeling, Springer - Verlag, New York, 1991.
10. Clark, C. W. Mathematical bioeconomics. The mathematics of conservation. Third Edition. NewJersey: J. WileyandSonsPubl., 2010. – 368 p.
11. Petruhin, N. C., Pelinovschii E. N. Modeling of water flow in the one-dimensional shallow water equations. Proceedings of Nizhny Novgorod Technical University, № 4(91), pp. 60-69.

MATHEMATICAL MODELING AS A SOCIO – ENVIRONMENTAL FORECASTING METHOD

© 2020 E.N. Chekanushkina, D.F. Pirova

*Elena N. Chakanushkina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of
«Psychology and pedagogy».*

E-mail: elenacheka@mail.ru

Diera F. Pirova, Bachelor's Degree Student.

E-mail: di.pirova@yandex.ru

**Samara State Technical University.
Samara, Russia**

The subject of the article: mathematical modeling as a socio – environmental forecasting method. Object of the article: mathematical methods. The aim of the study: analysis and application of mathematical modeling methods enabling socio – environmental issues forecasting in the process of training of technical specialists. Methodology of the work is to identify the practical application of mathematical methods in the process of developing the competencies of future technical specialists in the area of socio-environmental forecasting. The results of the work contain theoretic and methodological feasibility of practical application of mathematical modeling methods in socio – environmental forecasting. Results application area is the process of training technical specialists with the socio-environmental forecasting competence. Conclusion: development of socio-environmental forecasting competence among technical university students is essential in modern conditions. The main forecasting method, “a probabilistic statement about the future with a relatively high degree of confidence” [4], is mathematical modeling. Application of mathematical modeling methods in the educational process contributes to the development of students' skills in assessing the anthropogenic impact of human production activities, identifying possible environmental problems that negatively affect the society, emphasizing development prospects of processes and events on implementation of the concepts for sustainable development of society and the environment. The developed competence of socio-environmental forecasting among technical university graduates contributes both to the enhancement of skills of scientific justification of innovation proposals, projects, and motivation for development of efficient programs, recommendations for managing various environmental situations that ensure their adequate attitude to the socio-environmental safety of the society.

Key words: mathematical methods, mathematical modeling, forecasting, socio – environmental forecasting.

DOI: 10.37313/2413-9645-2020-22-72-51-59

1. Abakumov, A. I. Effekty promyslovogo vozdeystviya na rybnuyu populyatsiyu (Effects of fishing effects on the fish population) / A.I. Abakumov, YU.G. Izrail'skiy // Matematicheskaya biologiya i bioinformatika. – 2016. – Т. 11. - № 2. – S. 191-204.
2. Zgurovskiy, M. Z. Chislennoye modelirovaniye rasprostraneniya zagryazneniya v okruzhayushchey srede (Numerical modeling of the spread of pollution in the environment) / M.Z. Zgurovskiy, V.V. Skopetskiy, V.K. Khrushch, N.N. Belyayev. – K.: Naukova dumka. – 1997. – 368 s.

3. Zyong, N. S. Chislennoye modelirovaniye techeniya vody na uchastke rusla reki s peremennoy glubinoy (Numerical modeling of water flow in a section of a river channel with variable depth) / N.S. Zyong // *Vísnik-Dnípropetrovs'kogouníversitetu Ger. Mekhanika*. – 2000. – Vip. 3, t. 1. – S. 130–137.
4. Len'kov, R. V. Sotsial'noye prognozirovaniye i proyektirovaniye : ucheb.posobiye (Social forecasting and design: a training manual) / R.V. Len'kov. – M.: TSSP i M, 2013. – 192 s.
5. Medvedskiy, V. A. Sel'skokhozyaystvennaya ekologiya: ucheb. posobiye (Agricultural Ecology: Textbook. allowance) / V.A. Medvedskiy, T.V. Medvedskaya. -Vitebsk, VGAVM, 2003.- 246 s.
6. Rogovaya, O. G. Ekologicheskoye modelirovaniye: praktika (Ecological modeling: practice: a training manual): ucheb.metodicheskoye posobiye / O.G. Rogovaya. – SPb.: ООО «Knizhnyy Dom», 2007. – 104 s.
7. Barbour, M. T., Gerritsen, J., Snyder, B.D., Stribling, J.B. Rapid Bioassessment Protocols for Use in Streams and Wade Able Rivers: Periphyton, Benthic Macroinvertebrates and Fish, 2nd ed.; Environmental Protection Agency, Office of Water: Washington, DC, USA, 1999.
8. Betty, N. G., Turner, A., Tyler A. O. and Falconer R.A. (1996), Modelling Contaminant Geochemistry in Estuaries, *Water Research*, Vol 30, n°1, pp 63-74.
9. Cellier, F. E. Continuous System Modeling, Springer - Verlag, New York, 1991.
10. Clark, C. W. Mathematical bioeconomics. The mathematics of conservation. Third Edition. New Jersey: J. WileyandSonsPubl., 2010. – 368 p.
11. Petruhin, N. C., Pelinovschii E. N. Modeling of water flow in the one-dimensional shallow water equations. *Proceedings of Nizhny Novgorod Technical University*, № 4(91), pp. 60-69.