

# ИСТОРИЯ НАУКИ

Самарская Лука: проблемы региональной и глобальной экологии.  
2012. – Т. 21, № 1. – С. 190-202.

УДК 574.2 : 51-76 : 57.087.1

## ПОЛЬ ЖАККАР И СХОДСТВО ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

© 2012 Г.С. Розенберг \*

Институт экологии Волжского бассейна РАН. Г. Тольятти (Россия)

Поступила 10 октября 2011 г.

Рассмотрена история создания первого показателя сходства – индекса Жаккара. Обсуждаются некоторые обобщенные показатели сходства.

*Ключевые слова:* экосистема, сходство, индекс Жаккара.

**Rozenberg G.S. Paul Jaccard and the similarity of ecological objects.** - The history of creating the first index of similarity (index Jaccard) is considered. Some summary figures of the similarities are discussed.

*Key words:* ecosystem, the similarity index Jaccard.

*Выбор конкретных коэффициентов зависит в первую очередь от цели исследования. А поскольку формальных правил для выбора целей нет, следовательно, не может быть и формальных правил для выбора подходящей меры сходства.*

В.Л. Андреев [1979].

Поводом для написания этой статьи послужила радость по случаю того, что я в Интернете нашел фотографию Поля Жаккара, которую безуспешно пытался разыскать в течение нескольких лет (в своих книгах "Лики экологии" [Розенберг, 2004, с. 88] и "Экология в картинках" [Розенберг, 2007, с. 83] мне даже пришлось в этом «сознаться»). А так как его индекс был первым в ряду показателей сходства, это дало возможность еще раз вернуться к проблемам оценки сходства экологических объектов.

Индексы сходства имеют принципиальное отличие от всех иных индексов в силу того, что вычисленные значения сравниваются не с *некоторой эталонной шкалой* («грязности», разнообразия, сапробности и пр.), а определяют *взаимную упорядоченность объектов* (проб, описаний, видовых списков сообществ) друг относительно друга. Существует несколько традиционных классификаций методов

---

\* Розенберг Геннадий Самуилович, чл.-корр. РАН, директор.

расчета таких индексов [Sokal, Sneath, 1963; Василевич, 1969; Goodall, 1973; Миркин, Розенберг, 1978, 1979; Сёмкин, 1979; Миркин и др., 1989; Гайдышев, 2001; Сёмкин и др., 2009а,б, 2010 и др.]. Прежде всего, можно различать показатели:

- основанные на *качественных данных* («присутствие / отсутствие» видов на пробной площади);
  - основанные на *количественных данных* (обилие видов или их численность).
- Р. Сокэл и П. Снит [Sokal, Sneath, 1963] выделяют три типа мер сходства:
- меры *ассоциации*, выражающие различные отношения числа совпадающих признаков к общему их числу, и близкие им коэффициенты *сопряженности* (квантифицированные коэффициенты связи);
  - выборочные коэффициенты связи типа *корреляции* (нормированные «косинусные» меры);
  - показатели *расстояния* в метрическом пространстве.

Современные исследователи [Гайдышев, 2001] уменьшают это количество типов до двух, полагая ассоциативные меры естественным распространением «косинусных» мер на номинальные шкалы.

Ранее [Миркин, Розенберг, 1979; Миркин и др., 1989, с. 78] мы также выделяли следующие типы: *вероятностные* меры, *информационные* меры и *преобразованные* показатели. Однако все меры являются в какой-то степени вероятностными (поскольку оценивается вероятность того, что сравниваемые объекты будут идентичными) и представляют собой некоторые алгебраические выражения ("преобразования").

Выражений для мер близости или расстояния между объектами существует великое множество: уже на начало 70-х годов в своем обзоре Д. Гудол [Goodall, 1973] перечисляет около 40 коэффициентов подобия. Он же замечает [Goodall, 1973, р. 114], что «выбор лучшего индекса – дело вкуса». Правда, я уже тогда подчеркивал [Розенберг, 1984, с. 85], что этот «вкус» должен диктоваться точными знаниями о возможностях того или иного показателя и целями, стоящими перед исследователем. Но... (см. эпиграф к данной статье). Приводить в полном объеме конкретные формулы (см.: [Миркин и др., 1989]) или хронологию их создания вряд ли целесообразно, поэтому остановлюсь лишь на некоторых индексах, традиционно употребляемых в геоботанике и гидробиологии (хотя и их набирается немало). Но для одного индекса я сделаю исключение.

## **НЕКОТОРЫЕ БИОГРАФИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ О ПОЛЕ ЖАККАРЕ**

Поль Жаккар (Paul Jaccard) родился 18 ноября 1868 г. в маленьком поселке Сент-Круа (Sainte-Croix) на западе Швейцарии (в XIX веке это было основным местом производства музыкальных шкатулок...). Его родителями были Луи Самуэль (Louis Samuel) и Роза Элиз (Rose Elise) Жаккар. Учился Поль в университете Лозанны (Lausanne), PhD-степень (диссертация "Recherches embryologiques sur *l'Ephedra helvetica* (C.A. Meyer)") он защитил в 1894 г. в Технологическом институте Цюриха (Swiss Federal Institute of Technology Zürich [нем: Eidgenössische Technische Hochschule Zürich – ETH Zürich]). Свои ботанические исследования (в области флористики и физиологии растений) он продолжил в ходе стажировки в Париже совместно с известным французским ботаником, профессором Сорбонны и руково-

директором Лаборатории биологии растений в Фонтенбло (Fontainebleau), основателем и главным редактором журнала "Revue Générale de Botanique" Гастоном Боннье (Gaston Bonnier; 1853-1922).

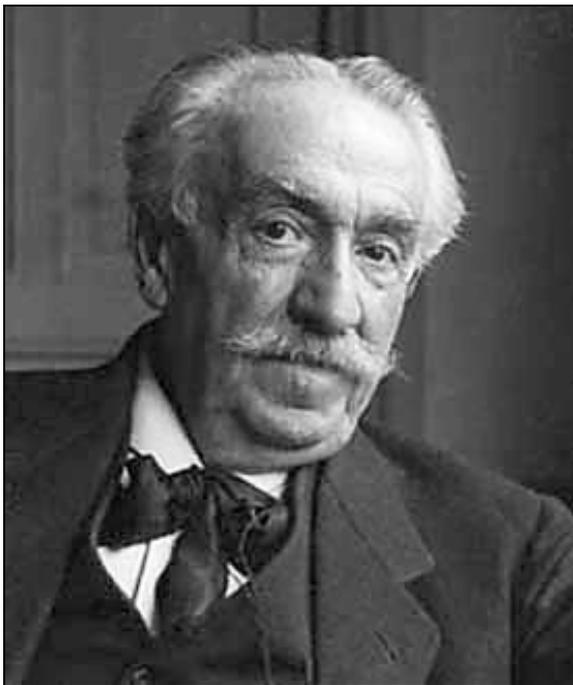


**Поль Жаккар (фото 1933 г.)**

С 1894 по 1903 гг. он был приват-доцентом (палеоботаника и фитоэмбриология) в *alma mater* – лозаннском университете. Здесь Жаккар посвятил себя главным образом флористике и геоботанике и провел научные экспедиции в Египет, Швецию и Туркестан. В 1899 г. он женится на Адель Сешо (Adèle Juliette Séchaud; 1878-1954). Именно в Лозанне он в 1901 г. разработал и предложил первый, один из наиболее простых и понятных показателей флористического или фаунистического сходства, который называл *коэффициентом общности* (*coefficient de communité*) [Jaccard, 1901a, 1902b; Василевич, 1969; Миркин, Розенберг, 1978; Шмидт, 1984 и мн. др.].

С 1903 г. Жаккар начинает преподавать и становится профессором ботаники и физиологии растений в ETH Zürich, откуда в 70 лет уходит на пенсию (скончался Поль Жаккар ровно за год до победы над фашистами 9 мая 1944 г. [Badoux, 1944]). В Цюрихе он в большей степени специализировался по гистологии деревьев, основал центр микроскопического анализа древесных растений и создал коллекцию древесных образцов. Его главные научные труды в этот период были направлены на изучение роста с точки зрения анатомических и физиологических параметров деревьев и публикуются, в основном на немецком языке в "Швейцарском журнале лесного хозяйства" ("Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen") и на французском – в его аналоге "Journal Forestier Suisse".

Примечательна дискуссия, которая возникла между Жаккаром и финским ботаником и фитогеографом А. Палмгреном (Alvar Palmgren; 1880-1960) по поводу интерпретации результатов, полученных с помощью еще одного показателя, предложенного Жаккаром [Jaccard, 1901b], – т. н. *родовой коэффициент* (*generic coefficient*; отношение числа видов к числу родов на данной территории [Palmgren, 1921, 1925, 1926; Jaccard, 1922c; Williams, 1949; Järvinen, 1982]). При изучении растительности Аландских (Эландских) остров



**Гастон Боннье**



**Алвар Палмгрэн**

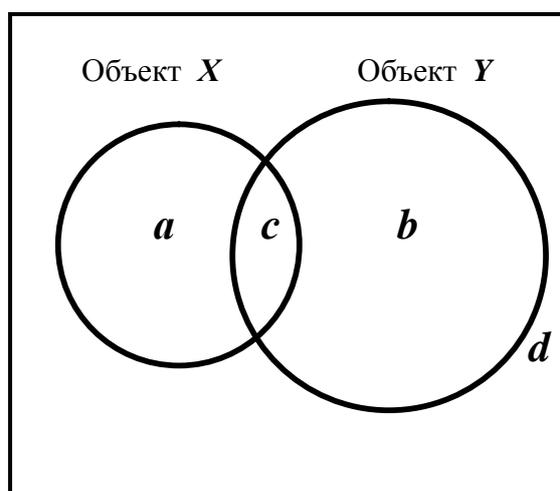
(Åland Islands; архипелаг в Балтийском море) Палмгрен наблюдал снижение видового богатства растительности (измеряемое родовым коэффициентом) в направлении с запада на восток и интерпретировал это явление как эффект изоляции островов от Швеции с запада, считая такое изменение коэффициента, в первую очередь, связанным со случайным эффектом выборки; Жаккар считал, что снижение родового коэффициента «к востоку», – это проявление принципа конкурентного исключения. В дальнейшем, швейцарский ботаник А. Майлефер [Maillefer, 1929] статистически и венгерский математик Д. Поля [Pólya, 1930] аналитически показали, что роды накапливаются гораздо быстрее, чем виды, и поэтому в «экологической трактовке» Жаккара нет необходимости – наблюдаемый феномен может быть полностью объяснен статистическими эффектами выборки. Следует заметить, что данное математически корректное доказательство не «поставило точки» в попытках экологически интерпретировать родовый коэффициент (возможно, это было связано с тем, что данные результаты были опубликованы в малоизвестных европейских журналах на немецком и французском языках): дискуссию (Жаккар – Палмгрен) продолжили Ч. Элтон [Elton, 1946] – К. Уильямс [Williams, 1949], П. Грант [Grant, 1971] – Д. Симберлофф [Simberloff, 1970; Simberloff, Connor, 1979; Connor, Simberloff, 1979]. Замечу, что хотя родовый коэффициент и не является достаточно удовлетворительным показателем разнообразия, он все-таки продолжает применяться в биогеографии [Chaudhuri, Chakrabarty, 1976; Ponce-Hernandez, 2004; Никитина, Сионова, 2006; Елумеева, Онипченко, 2007; Солтанмурадова, Теймуров, 2010]; укажу и еще одну работу, в которой представления Жаккара и Палмгрена использовались для фрактального описания таксономического разнообразия [Гелашвили и др., 2010].

Но вернемся в 1901 г., к истокам коэффициента сходства.

## КОЭФФИЦИЕНТ ФЛОРИСТИЧЕСКОГО СХОДСТВА ЖАККАРА

«Ясно, что любая попытка объективного сравнения списков видов из разных сообществ (как бы полезен ни был этот метод при сравнении флор разных регионов) основывается на таком количестве недоказанных предположений, что едва ли стоит предпринимать её. Это тем более справедливо, что необходимо принимать во внимание неточность флористических списков как критериев при характеристике сообществ» [Грейг-Смит, 1967, с. 209]. «Проблема качественной оценки или количественного определения сходства между объектами чрезвычайно важна в любой науке» [Василевич, 1969, с. 134]. Эти две цитаты из классических работ по фитоценологии, на мой взгляд, только подчеркивают важность этого, с одной стороны, частного, а с другой, – весьма общего аспекта количественных методов анализа совокупностей объектов, на базе которого, в дальнейшем строятся классификационные и ординационные схемы.

Большинство выражений для индексов сходства основаны на общих положениях теории множеств, которые могут быть интерпретированы в виде диаграммы Венна<sup>1</sup> (см. рис. 1). При использовании конкретных выражений для коэффициентов сходства в формулы могут подставляться мощности (число элементов) подмножеств  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  (если мы ограничиваемся альтернативой «присутствие / отсутствие» вида), либо показатели обилия в абсолютной или интервальной шкале. В первом случае мы будем отождествлять мощность подмножества с ним самим. Таким образом (*вариант 1*), объект  $X$  содержит виды  $a + c$ , а объект  $Y$  –  $b + c$ .



$a$  – множество видов  $X$ , отсутствующих в  $Y$ ;

$b$  – множество видов  $Y$ , отсутствующих в  $X$ ;

$c$  – множество видов, общих для  $X$  и  $Y$ ;

$d$  – множество видов, отсутствующих в  $X$  и  $Y$ ;

$$S = a \cup b \cup c \cup d .$$

Рис 1. Диаграмма интерпретации составляющих подмножеств признакового пространства видов

Вот здесь и кроится, несколько неожиданный «подводный камень»: при внешнем сходстве обозначений, так называемой, четырехпольной таблицы и диаграммы Венна, латинские буквы означают разные «части» объектов. Четырехпольная таблица (*вариант 2*) для расчета сходства объектов  $X$  и  $Y$  имеет следующий вид:

<sup>1</sup> Венн Джон (John Venn, 1834-1923) – британский логик и философ [Кузичев, 1968].

Объект	$X$	$-X$	
$Y$	$a$	$b$	$a + b$
$-Y$	$c$	$d$	$c + d$
	$a + c$	$b + d$	$S = a + b + c + d$

где  $S$  – общее число видов объектов  $X$  и  $Y$ ,  $a$  – число случаев совместной встречаемости видов  $X$  и  $Y$  (в диаграмме Венна –  $c$ );  $c$  и  $b$  – число случаев встречаемости только видов  $X$  или  $Y$  (соответственно,  $a$  и  $b$ );  $d$  – число случаев совместного отсутствия видов  $X$  и  $Y$  в  $S$  описаниях ( $-X$  и  $-Y$  – отсутствие видов). Более того, в большинстве статистических пособий вообще вводится «свое» обозначение, которое не совпадает ни с четырехпольной таблицей, ни с диаграммой Венна (*вариант 3*): чаще всего  $a$  – это число видов для сообщества  $X$  (то, что в диаграмме Венна обозначено  $a + c$ ),  $b$  – число видов для сообщества  $Y$  (в диаграмме Венна обозначено  $a + c$ ), и только  $c$  означает число видов, общих для  $X$  и  $Y$ . Все это необходимо помнить при анализе формул индексов и соответствующих расчетах (подчеркивая, каким вариантом будем пользоваться в дальнейшем). В данном контексте, коэффициент флористического сходства Жаккара может иметь следующий вид:

<i>вариант 1</i>	<i>вариант 2</i>	<i>вариант 3</i>
$K_{J1} = c / (a + b + c)$	$K_{J2} = a / (a + b + c)$	$K_{J3} = c / (a + b - c)$

Я не буду останавливаться на аксиоматике показателей сходства – она подробно изложена Б.И. Сёмкиным [1972а,б, 1979], особенно, в трех последних статьях [Сёмкин и др., 2009а,б, 2010]. Отмечу лишь, что под мерой сходства между объектами  $X$  и  $Y$  понимают функцию  $d(X, Y)$ , отвечающую основным аксиомам:

1.  $0 \leq d(X, Y) \leq 1$ ,
2.  $d(X, Y) = d(Y, X)$ ,
3. если  $X = Y$ , то  $d(X, Y) = 1$ .

Для того чтобы меры расстояния удовлетворяли этим аксиомам, рекомендуется проводить следующие преобразования [Браверман, 1965; Groenewoud, 1965; Айвазян и др., 1974]:

$$K = 1 / (1 + D^2) \quad \text{или} \quad K = \exp(-D^2),$$

где  $K$  – коэффициент сходства (или *потенциальная функция* [Браверман, 1965]),  $D$  – одна из мер расстояния между сравниваемыми объектами (Евклида, Махаланобиса, Боннера, Колмогорова и др.; см.: [Миркин, Розенберг, 1978, 1979, с. 167]).

Используя некоторые преобразования можно записать ряд коэффициентов сходства в общем виде, например,  $K = 1 - D^2 / m$  (мера Евклида для качественных данных  $D^2 = b+c$ ):

$K_J = 1 - D^2 / (a+b+c)$	– коэффициент Жаккара (P. Jaccard),
$K_S = 1 - D^2 / (2a+b+c)$	– коэффициент Сьеренсена (T. Sørensen),
$K_{S-M} = 1 - D^2 / (a+b+c+d) =$ $1 - D^2 / S$	– парный коэффициент сходства Сокэла-Мичинера (R. Sokal, C. Michener),
$K_{J-M} = 1 - 2 * D^2 / (a+b+c)$	– модифицированный коэффициент сходства Жаккара-Малышева,
$K_H = 1 - 2 * D^2 / (a+b+c+d) =$ $1 - 2 * D^2 / S$	– коэффициент Гамана (J. Hamann),
$K_{S-S} = 1 - 2 * D^2 / (a+2b+2c)$	– коэффициент Сокэла-Снита (R. Sokal, P. Sneath),

или  $K = a/m$ :

$K_J = a/(a+b+c)$	– коэффициент Жаккара,
$K_{R-R} = a/(a+b+c+d) = a/S$	– коэффициент Рассела-Рао (G. Russell, C. Rao)
$K_K = a/(b+c)$	– коэффициент Кульчинского (St. Kulczyński)
$K_O^2 = a^2/(a+b)(a+c)$	– коэффициент сходства Охай (A. Ochiai).

Представление коэффициентов сходства в некоторой общей форме позволяет легко записать ряд связывающих их неравенств:

$$K_K > K_O > K_S > K_J > K_{R-R},$$
$$K_{S-M} > K_H > K_{J-M}, \quad K_{S-M} > K_J > K_{S-S}.$$

Учитывая, что коэффициент Кульчинского несколько завышает, а Рассела-Рао занижает сходство между сообществами, **предпочтение следует отдать коэффициентам Жаккара и Сьеренсена**, занимающим в этой цепочке неравенств среднее положение. Кроме того, эти коэффициенты корректны с математической точки зрения и удовлетворяют как основным аксиомам для мер сходства, так и общим положениям теории множеств [Сёмкин, 1972а]; для коэффициента Жаккара разработаны таблицы и номограммы [Falinski, 1958], а для коэффициента Сьеренсена получена формула ошибки выборочности [Frey, 1966].

Одним из важных шагов по упорядочению используемых оценок явилось формулировка понятий «эквивалентности» и «коэквивалентности» мер сходства. Согласно теореме Б.И. Сёмкина и В.И. Двойченкова [1973], две меры  $K_1$  и  $K_2$  эквивалентны, если они связаны монотонно возрастающей зависимостью  $\varphi$ , т. е.  $K_1 = \varphi(K_2)$ . Примерами таких функций  $\varphi$  являются:

- линейное преобразование  $K_1 = \alpha + \beta \cdot K_2$ , позволяющее любой коэффициент сходства умножить, разделить или сложить с некоторым постоянным числом;
- потенциальные функции, удобные для нормировки [Браверман, 1965; Groenewoud, 1965; Айвазян и др., 1974; см. выше].

Понятие «эквивалентности» мер имеет важное следствие: если две меры эквивалентны, то они приводят к одной и той же последовательности объектов, упорядоченных по их сходству: близкие объекты остаются близкими и т. д. Например, можно показать, что свойством эквивалентности обладает континуум мер сходства, представленных формулой:

$$K = 2a / [(1 + u)(c + b + 2a) - 2ua],$$

где  $-1 < u < \infty$ . Нетрудно заметить, что при  $u = 0$  получается коэффициент Сьеренсена ( $K_S$ ), при  $u = 1$  – коэффициент Жаккара ( $K_J$ ), при  $u = 3$  – коэффициент Со-кэла–Снита ( $K_{S-S}$ ) и т. д. Это делает споры о том, какой коэффициент лучше, беспредметными. То же можно сказать и об использовании более «сложных» формул, которые часто создают только иллюзию объективности и точности классификации. Если бы принцип оценки эквивалентности получил достаточное распространение в количественной экологии лишь только как «санитарно-профилактическое средство», препятствующее изобретению новых эмпирически мало подтвержденных индексов, неустанно появляющихся в различных областях, то и от этого была бы большая польза: биологическая литература освободилась бы от множества неоправданных манипуляций с числами и ненадежных рекомендаций.

Введенное понятие «эквивалентности» оказывается полезным еще и потому, что приводит к пониманию смысла использования неэквивалентных мер, как наиболее независимых и ценных членов «распознающего коллектива» [Розенберг и др., 1994], оценивающего различные свойства анализируемого материала. Если, например, выводы, полученные на основе использования корреляционных мер сходства, совпадут с выводами кластерного анализа на основе евклидовой дистанции, то с уверенностью можно утверждать, что они действительно основаны на исходных данных, а не на методе их извлечения.

Все эти «полуфилософские» рассуждения направлены только на то, чтобы лишний раз подчеркнуть вполне очевидную необходимость думать при использовании количественных методов в экологии (и не только в ней). Живший практически одновременно с Жаккаром, крупнейший французский математик, физик и философ А. Пуанкаре [1983, с. 292; Jules Henri Poincaré, 1854-1912] подчеркивал, что «мы должны сосредоточить свое внимание, главным образом, не столько на сходствах и различиях, сколько на тех аналогиях, которые часто скрываются в кажущихся различиях».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

**Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В.** Классификация многомерных наблюдений. М.: Статистика, 1974. 234 с. – **Андреев В.Л.** Статистические методы классификационных построений в биогеографии и систематике // Иерархические классификационные построения в географической экологии и систематике. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1979. С. 60-96.

**Браверман Э.М.** О методе потенциальных функций // Автоматика и телемеханика. 1965. № 12. С. 2205-2213.

**Василевич В.И.** Статистические методы в геоботанике. Л.: Наука, 1969. 232 с.

**Гайдышев И.П.** Анализ и обработка данных: специальный справочник. СПб.: Питер, 2001. 752 с. – **Гелашвили Д.Б., Якимов В.Н., Иудин Д.И. и др.** Фрактальные аспекты таксономического разнообразия // Журн. общ. биол. 2010. Т. 71, № 2. С. 115-130. – **Грейг-Смит П.** Количественная экология растений. М.: Мир, 1967. 359 с.

**Елумеева Т.Г., Онипченко В.Г.** Оценка родового коэффициента в безлесных фитоценозах Тебердинского заповедника // Актуальные проблемы геоботаники. III Всероссийская школа-конференция. II часть. Петрозаводск: Карел. НЦ РАН, 2007. С. 322-326.

**Миркин Б.М., Розенберг Г.С.** Фитоценология. Принципы и методы. М.: Наука, 1978. 212 с. – **Миркин Б.М., Розенберг Г.С.** Количественные методы классификации, ординации и геоботанической индикации // Итоги науки и техники. Ботаника. Т. 3. М.: ВИНТИ, 1979. С. 71-137. – **Миркин Б.М., Розенберг Г.С., Наумова Л.Г.** Словарь понятий и терминов современной фитоценологии. М.: Наука, 1989. 223 с.

**Кузичев А.С.** Диаграммы Венна. М.: Наука, 1968. 253 с.

**Никитина М.С., Сионова М.Н.** Биологическое разнообразие сосудистых растений скверов и парков центральной части города Калуги // Изв. Калужского общ-ва изучения природы. Кн. седьмая. (Сб. науч. трудов) / Под ред. С.К. Алексеева и В.Е. Кузьмичева. Калуга: КГПУ им. К.Э. Циолковского, 2006. С. 89-110.

**Пуанкаре А.** О науке. М.: Наука, 1983. 561 с.

**Розенберг Г.С.** Лики экологии. Тольятти: СамНЦ РАН, 2004. 224 с. – **Розенберг Г.С.** Экология в картинках (Учебное пособие). Тольятти: ИЭВБ РАН, 2007. 218 с. (Розенберг Г.С. Лекции члена-корреспондента РАН, профессора Г.С. Розенберга. 2007. <http://geobotany.krc.karelia.ru/section.php?plang=r&id=650>). – **Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Брусиловский П.М.** Экологическое прогнозирование (Функциональные предикторы временных рядов). Тольятти: ИЭВБ РАН, 1994. 182 с.

**Сёмкин Б.И.** Об аксиоматическом подходе определению мер различия и квазиразличия на семействах множеств // Информационные методы в системах управления измерения и контроля. Т. 1. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1972а. С 23-26. – **Сёмкин Б.И.** Общие принципы введения мер различия, сходства и разнообразия в биоценологии // Принципы и методы экспериментального изучения растительных сообществ. Тез. докл. и выступлений. Л.: АН СССР, 1972б. С. 12-16. – **Сёмкин Б.И.** Эквивалентность мер близости и иерархическая классификация многомерных данных // Иерархические классификационные построения в географической экологии и систематике. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1979. С. 97-112. – **Сёмкин Б.И., Двойченков В.И.** Об эквивалентности мер сходства и различия // Исследование систем. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1973. С. 18-43. – **Сёмкин Б.И., Орешко А.П., Горшков М.В.** Об использовании биоинформационных технологий в сравнительной флористике. III. Относительные меры сходства и различия дескриптивных множеств // Бюлл. Ботан. сада-института ДВО РАН. 2010. Вып. 6. С. 76-89. – **Сёмкин Б.И., Орешко А.П., Горшков М.В.** Об использовании биоинформационных технологий в сравнительной флористике. I. Схемно-целевой подход. Абсолютные меры сходства и различия // Бюлл. Ботан. сада-института ДВО РАН. 2009а. Вып. 3. С. 102-111. – **Сёмкин Б.И., Орешко А.П., Горшков М.В.** Об использовании биоинформационных технологий в сравнительной флористике. II. Меры включения дескриптивных множеств и их использование // Бюлл. Ботан. сада-института ДВО РАН. 2009б. Вып. 4. С. 58-70. – **Солтанмурадова З.И., Теймуров А.А.** Таксономическая структура флоры приморской низменности Республики Дагестан // Юг России: экол., развитие. 2010. № 3. С. 32-38.

**Шмидт В.М.** Математические методы в ботанике: учебное пособие. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1984. 228 с.

**Badoux H.** 1944. Décès de M. Paul Jaccard, a. professeur de botanique générale // J. forestier suisse. V. 91. P. 159-161.

**Chaudhuri A.S., Chakrabarty K.** Generic and specific diversity of the vegetation of North Bengal // Bull. Bot. Soc. Bengal. 1976. V. 30, № 1-2. P. 101-106. – **Connor E.F., Simberloff D.** The assembly of species communities: chance or competition? // Ecology. 1979. V. 60. P. 1132-1140.

**Elton C.** Competition and the structure of ecological communities // J. Anim. Ecol. 1946. V. 15, № 1. P. 54-68.

**Falinski J.B.** Nomogramy i tablice współczynników podobieństwa miedzwedlung wzoru Jaccarda i teinhausu // Acta Soc. Bot. Poloniae. 1958. T. 27. №1. P. 31-46. – **Frey T.E.-A.** On the significance of Czekanowski's index of similarity // Zastosow. mat. 1966. V. 9. № 1. P. 1-7.

**Goodall D.W.** Numerical classification // Handbook of Vegetation Science. Pt. 5. – The Hague: Dr. W.Junk, 1973. P. 105-156. – **Grant P.R.** Comment on Simberloff's letter // Amer. Naturalist. 1971. V. 105. P. 194-197. – **Groenewoud van H.** 1965. Ordination and classification of Swiss and Canadian coniferous forests by various biometric and other methods // Berichte geobotanica Inst. ETH Stiftung Rübel, Zürich. Bd. 36. S. 28-102.

**Järvinen O.** Species-to-genus ratios in biogeography: a historical note // J. Biogeography. 1982. V. 9, № 4. P. 363-370.

**Maillefer A.** Le Coefficient générique de P. Jaccard et sa signification // Mémoires de la Société Vaudoise de Sciences Naturelles. 1929. V. 3, № 4. P. 113-183.

**Palmgren A.** Die Entfernung als pflanzengeographischer Faktor (Isolation as a phytogeographical factor) // Series Acta Societatis pro Fauna et Flora Fennica. 1921. Bd. 49. № 1. S. 1-113. – **Palmgren A.** Die Artenzahl als pflanzengeographischer Charakter sowie der Zufall und die säkulare Landhebung als pflanzengeographischer Faktoren. Ein pflanzengeographische Entwurf, basiert auf Material aus dem åländischen Schärenarchipel (The number of species as phytogeographical character as well as chance and land uplift as phytogeographical factors, based on studies in the Åland Islands) // Fennia. 1925. V. 46, № 2. P. 1-142. – **Palmgren A.** Chance as an element in plant geography // Proceedings of the International Congress of Plant Sciences / Ed. by B.M. Dugger. Ithaca; New York: George Banta Publ. Co., 1926. V. 1. P. 591-602. – **Pólya G.**

Ein Wahrscheinlichkeitsaufgabe in der Pflanzensociologie // Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 1930. Bd. 75. S. 211-219. – **Ponce-Hernandez R.** Assessing carbon stocks and modelling win-win scenarios of carbon sequestration through land-use changes. Rome: Food and Agriculture Organization of the United Nations, 2004. 156 p.

**Simberloff D.** Taxonomic diversity of island biotas // Evolution. 1970. V. 24. P. 23-47. – **Simberloff D., Connor E.F.** Q-mode and R-mode analyses of biogeographic distributions: null hypotheses based on random colonization // Contemporary Quantitative Ecology and Related Ecometrics / Ed. by G.P. Patil and M.L. Rosenzweig (Ser. 12. Statistical Ecology). Fairland; Maryland (USA): Internat. Cooperative Publ. House, 1979. P. 123-138. – **Sokal R., Sneath P.** Principles of Numerical Taxonomy. San Francisco: W.H. Freeman, 1963. 573 p.

**Williams C.B.** Jaccard's generic coefficient and coefficient of floral community, in relation to the logarithmic series and the index of diversity // Ann. Bot., N. S. 1949. V. 13, № 49. P. 53-58.

### **Некоторые из публикаций П. Жаккара, найденные через Интернет**

**Decoppet M., Jaccard P.** 1908. Des journées désastreuses. (Chute de neige du 23-25 mai 1908) // J. forestier suisse. V. 49. P. 116-120.

**Jaccard P.** 1900. Contribution au problème de l'immigration post-glaciaire de la flore alpine // Bull. Soc. Vaudoise Sci. Natur. V. 36. P. 87-130.

**Jaccard P.** 1901a. Distribution de la flore alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques régions voisines // Bull. Soc. Vaudoise Sci. Natur. V. 37. P. 241-272.

**Jaccard P.** 1901b. Étude comparative de la distribution florale dans une portion des Alpes et des Jura // Bull. Soc. Vaudoise Sci. Natur. V. 37. P. 547-579.

**Jaccard P.** 1902a. Gezetre der Pflanzenvertheilung in der alpinen Region. Auf Grund statistisch-floristischer Untersuchungen // Flora. Bd. 90. S. 351-377.

**Jaccard P.** 1902b. Lois de distribution florale dans la zone alpine // Bull. Soc. Vaund. Sci. Nat. V. 38. P. 69-130.

**Jaccard P.** 1904a. Die Mykorrhizen und ihre Aufgabe in der Ernährung der Waldbäume // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 51. S. 121-127, 157-162.

**Jaccard P.** 1904b. Les Mycorhizes et leur rôle dans la nutrition des essences forestières // J. forestier suisse. V. 51. P. 22-38, 45-60.

**Jaccard P.** 1906a. Absorption radiculaire provoquée par le gel // J. forestier suisse. V. 53. P. 3-7, 28-30.

**Jaccard P.** 1906b. Wurzeltätigkeit als Folge von Frost. (Im Auszug übersetzt) // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 53. S. 93-95.

**Jaccard P.** 1908. Nouvelles recherches sur la distribution florale // Bull. Soc. Vaud. Sci. Nat. V. 44. P. 223-270.

**Jaccard P.** 1909a. Die Arve in der Schweiz // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 56. S. 303-306.

**Jaccard P.** 1909b. Influence du gel sur la chute des feuilles // J. forestier suisse. V. 56. P. 1-4, 31-36.

**Jaccard P.** 1909c. L'arolle en Suisse, d'après Rikli // J. forestier suisse. V. 56. P. 165-171.

**Jaccard P.** 1909d. Wirkung des Frostes auf den Blattabfall // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 56. S. 105-112.

**Jaccard P.** 1910a. A propos du "Pitch pine" et du "Yellow pine". (Noms collectifs) // J. forestier suisse. V. 57. P. 108-109.

**Jaccard P.** 1910b. A propos du parc national suisse du Val Cluozza // J. forestier suisse. V. 57. P. 117-124.

**Jaccard P.** 1910c. Étude anatomique des bois comprimés // Mitt. d. Schw. Centralanstalt f. d. forst. Versuchswesen. Zurich. Bd. X, Hft. 1. S. 53-101.

- Jaccard P.** 1910d. Recherches expérimentales sur les propriétés physiques des bois // J. forestier suisse. V. 57. P. 77-85, 166-184.
- Jaccard P.** 1911a. Balais de sorcières chez l'épicéa et leur dissémination // J. forestier suisse. V. 58. P. 85-95.
- Jaccard P.** 1911b. Influence de l'ombre et de la lumière sur l'épanouissement des bourgeons du hêtre et de quelques autres feuillus // J. forestier suisse. V. 58. P. 115-117.
- Jaccard P.** 1912. The distribution of the flora in the alpine zone // New Phytol. V. 11. P. 37-50.
- Jaccard P.** 1913. Accroissement en épaisseur de quelques conifères en 1911 et en 1912 et ruptures de cimes, provoquées par la surcharge des cônes // J. forestier suisse. V. 60. P. 123-135, 149-155.
- Jaccard P.** 1914a. Die Wellingtonien der Forstschule in Zürich. Gekürzt ins Deutsche übertragen // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 61. S. 176-180, 222-225.
- Jaccard P.** 1914b. Les Wellingtonias de l'Ecole forestière. (Accroissement et structure anatomique) // J. forestier suisse. V. 61. P. 85-90, 108-114.
- Jaccard P.** 1915a. Ein fertiler Hexenbesen auf Lärche // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 62. S. 139-145.
- Jaccard P.** 1915b. Que savons-nous de l'accroissement en épaisseur des arbres, Ire Partie // J. forestier suisse. V. 62. P. 169-175.
- Jaccard P.** 1915c. Un balai des sorcières fertile sur un mélèze // J. forestier suisse. V. 62. P. 74-79.
- Jaccard P.** 1916a. Que savons-nous de l'accroissement en épaisseur des arbres // J. forestier suisse. V. 63. P. 14-26, 55-64.
- Jaccard P.** 1916b. Was wissen wir vom Dickenwachstum der Bäume? // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 63. S. 1-42, 104-117.
- Jaccard P.** 1917. Un curieux balai de sorcière sur l'épicéa // J. forestier suisse. V. 64. P. 1-3.
- Jaccard P.** 1922a. De la représentation proportionnelle chez les plantes // J. forestier suisse. V. 69. P. 141-147, 178-181.
- Jaccard P.** 1922b. Dégâts par la neige dans les forêts de Ste-Croix // J. forestier suisse. V. 69. P. 135-136.
- Jaccard P.** 1922c. La chorologie selective et sa signification pour la sociologie vegetale // Mem. de Soc. Vaudoise Science Naturel. V. 2. P. 81-107.
- Jaccard P.** 1924. Allongement remarquable de quelques pousses terminales en 1924 // J. forestier suisse. V. 71. P. 255-256.
- Jaccard P.** 1925a. Abnorme Nadelbildung bei der gemeinen Föhre zufolge Verletzung der Langtriebe // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 72. S. 261-266.
- Jaccard P.** 1925b. Fichtenstamm mit äusserst langsamem Dickenwachstum // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 72. S. 59-61.
- Jaccard P.** 1925c. Sur le géotropisme du frêne pleureur // J. forestier suisse. V. 72. P. 1-8.
- Jaccard P.** 1925d. Visite de la Société vaudoise des forestiers dans le canton de Neuchâtel mai 1925 // J. forestier suisse. V. 72. P. 204-208.
- Jaccard P.** 1926a. Einiges über den marokkanischen Eisenbaum (*Argania Sideroxylon*) // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 73. S. 241-245.
- Jaccard P.** 1926b. Les dunes de Mogador et leur fixation // J. forestier suisse. V. 73. P. 196-202.
- Jaccard P.** 1928. Die statistische-floristische Methode als Grundlage der Pflanzensociologie // Handb. Biol. Arbeitsmeth. (Aberhalden). V. 11. № 5. P. 165-202.
- Jaccard P.** 1929. Das Kohlensäuregas in der Phytosphäre // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 76. S. 369-374.
- Jaccard P.** 1930a. Beginn und Verlauf der Kambiumtätigkeit bei einigen Waldbäumen // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 77. S. 313-318.
- Jaccard P.** 1930b. Ueber die mechanischen und physiologischen Wirkungen des Windes auf die Gestalt der Baumstämme // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 77. S. 87-99.

- Jaccard P.** 1933. Ueber die Schwankungen der Kohlensäureaufnahme bei der Photosynthese // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 80. S. 69-74.
- Jaccard P.** 1934. Zuwachsschwankungen bei einheimischen Nadelhölzern // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 81. S. 85-95.
- Jaccard P.** 1936. Mikroskopische Holzstruktur und Holzbestimmung // Schweiz. Zschr. f. Forstwesen. Bd. 83. S. 41-54, 65-82.
- Jaccard P.** 1938. Exzentrisches Dickenwachstum und anatomisch-histologische Differenzierung des Holzes // Ber. Schweiz. Bot. Ges. 1938. Bd. 48. S. 491-597.
- Jaccard P.** 1939. A propos de l'assimilation du bioxyde de carbone // J. forestier suisse. V. 86. P. 6-9, 29-35.
- Jaccard P.** 1942. Ecole forestière. Dîner d'adieu en l'honneur du prof. Henri Badoux // J. Forestier Suisse. V. 93. P. 133-135.
- Jaccard P.** 1943. Fonctions physiologiques des éléments constitutifs du bois // J. forestier Suisse. V. 90. P. 183-187.